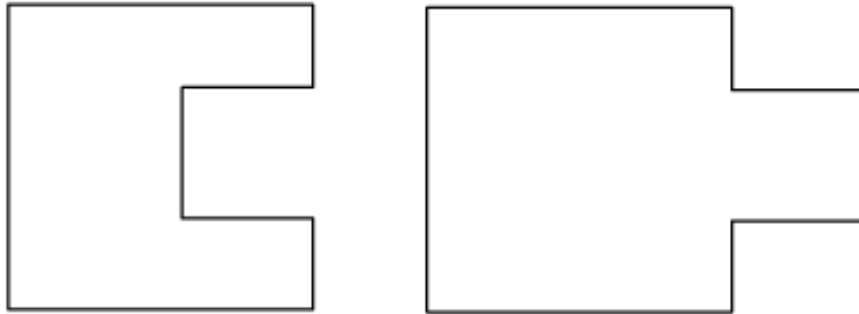




Variations d'aires et de périmètres

DU second degré
Enseigner les Mathématiques
Année 2025-2026

Confusions entre périmètres et aires



Face aux deux figures ci-contre, la plupart des personnes interrogées considèrent que celle de droite a un périmètre supérieur à celui de la figure de gauche.
Ce qui est faux (les deux périmètres sont égaux).

La figure de gauche est perçue comme **un grand carré amputé d'un petit carré**, alors que celle de droite est perçue comme **un grand carré augmenté d'un petit**.

Confusion enracinée dans notre expérience empirique

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève

(CM2) 20

Mathématiques.

Calculez l'aire et le périmètre des surfaces ci-dessous:

7 cm

$Aire = (\cancel{7} + 4) \times 4 = 28 \text{ cm}^2$

$P = (\cancel{7} + 4) \times 2 = 22 \text{ cm}$

3

5,5 cm

$Aire = 5,5 \times 5,5 = 30,25 \text{ cm}^2$

$P = 5,5 \times 4 = 22 \text{ cm}$

3

5,3 cm 6,5 cm

4 cm

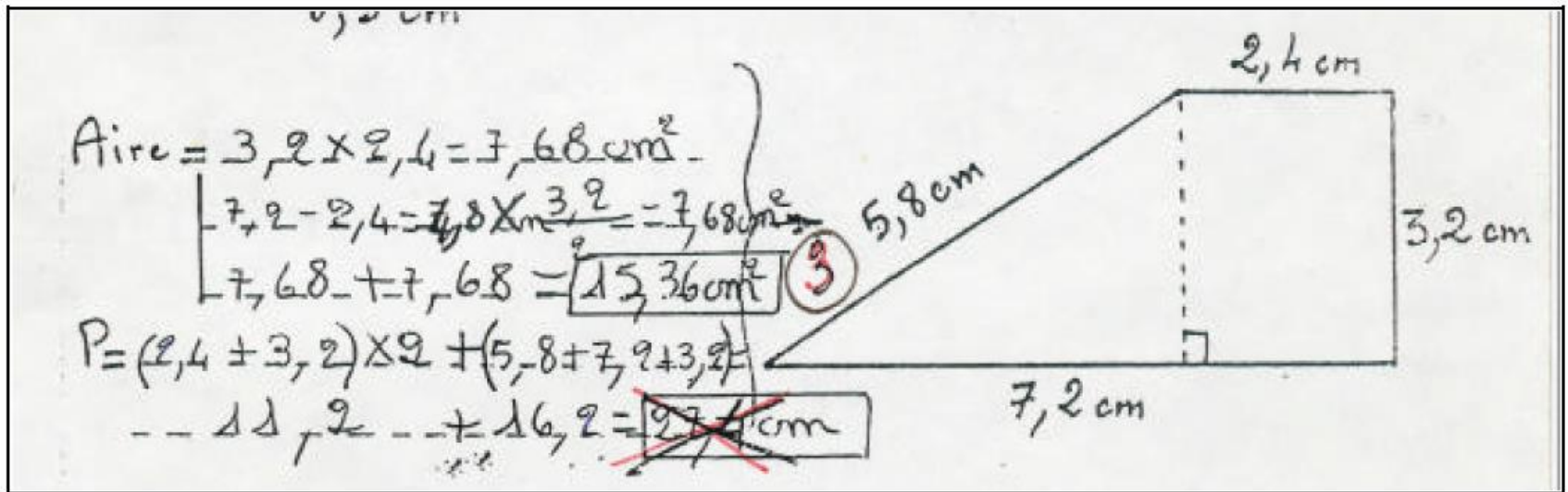
8,5 cm

$$\left\{ \begin{array}{l} Aire = 8,5 \times \frac{4}{2} = \dots \\ \quad | \quad 8,5 \times \frac{4}{2} = 17 \text{ cm}^2 \\ P = 5,3 + 6,5 + 8,5 = 20,3 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Cet élève semble maîtriser les calculs d'aires et de périmètres pour les figures usuelles sans confusions.

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève (suite)



Consigne : Analyser l'erreur de cet élève dans le calcul du périmètre de la figure.

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève (suite)

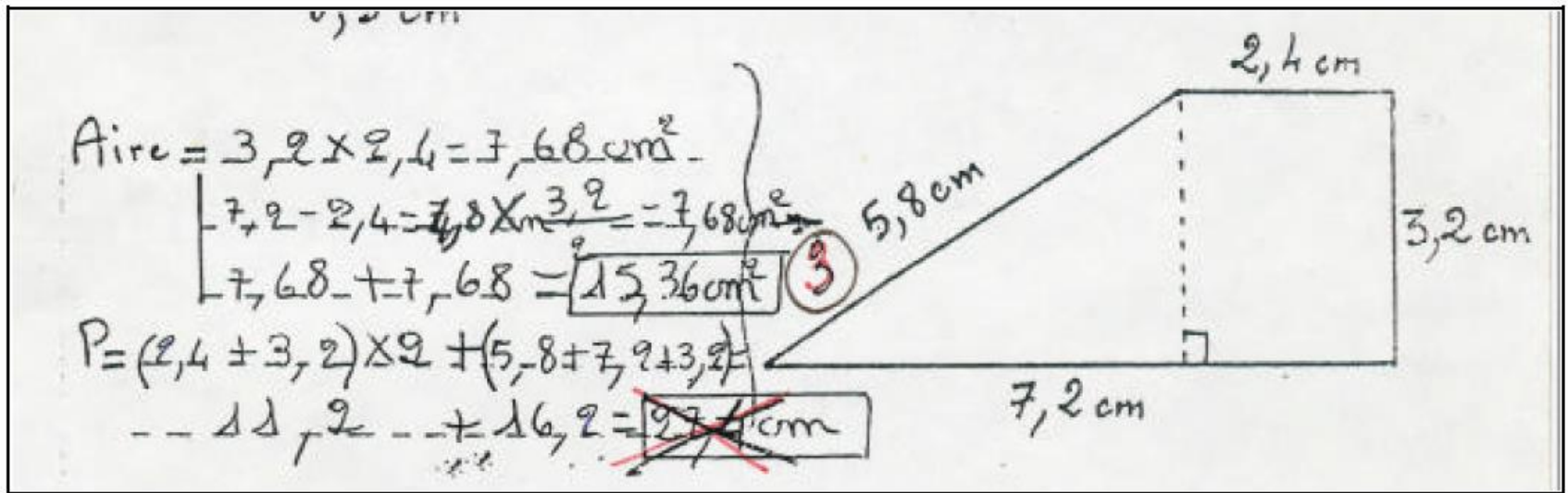


Figure composée et pensée comme l'adjonction d'un rectangle et d'un triangle rectangle.

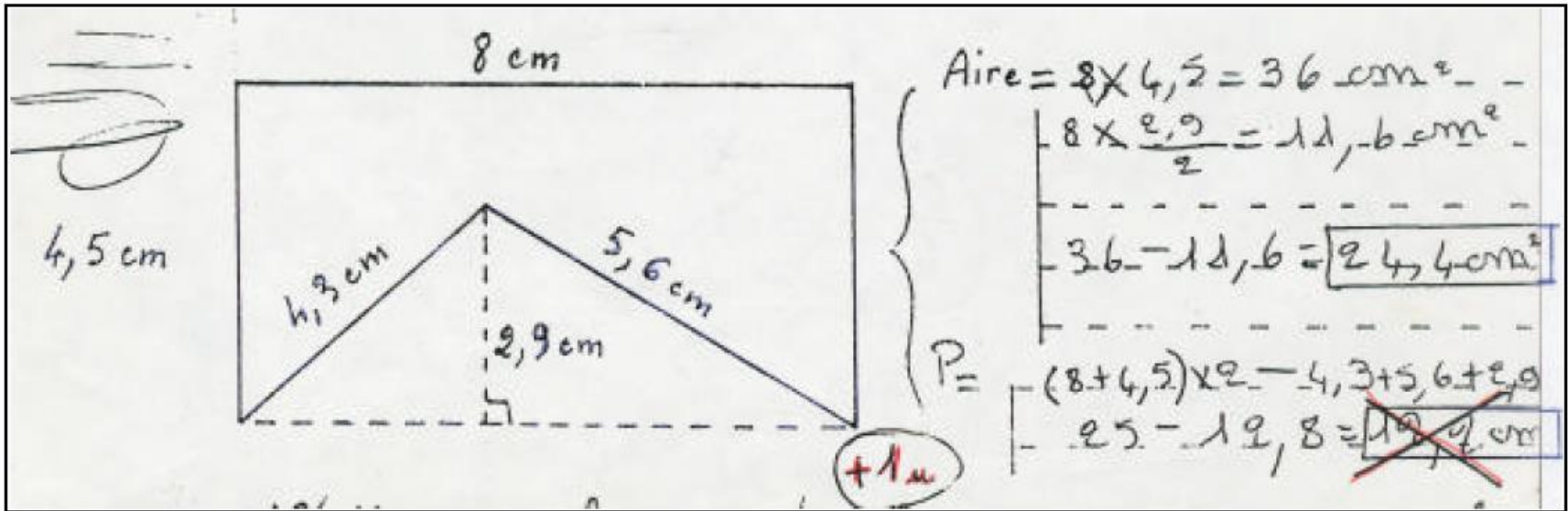
Mode de calcul du type :

Aire totale = aire du rectangle + aire du triangle

Périmètre total = périmètre du rectangle + périmètre du triangle.

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève (suite et fin)



Consigne : Analyser l'erreur de cet élève dans le calcul du périmètre de la figure.

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève (suite et fin)

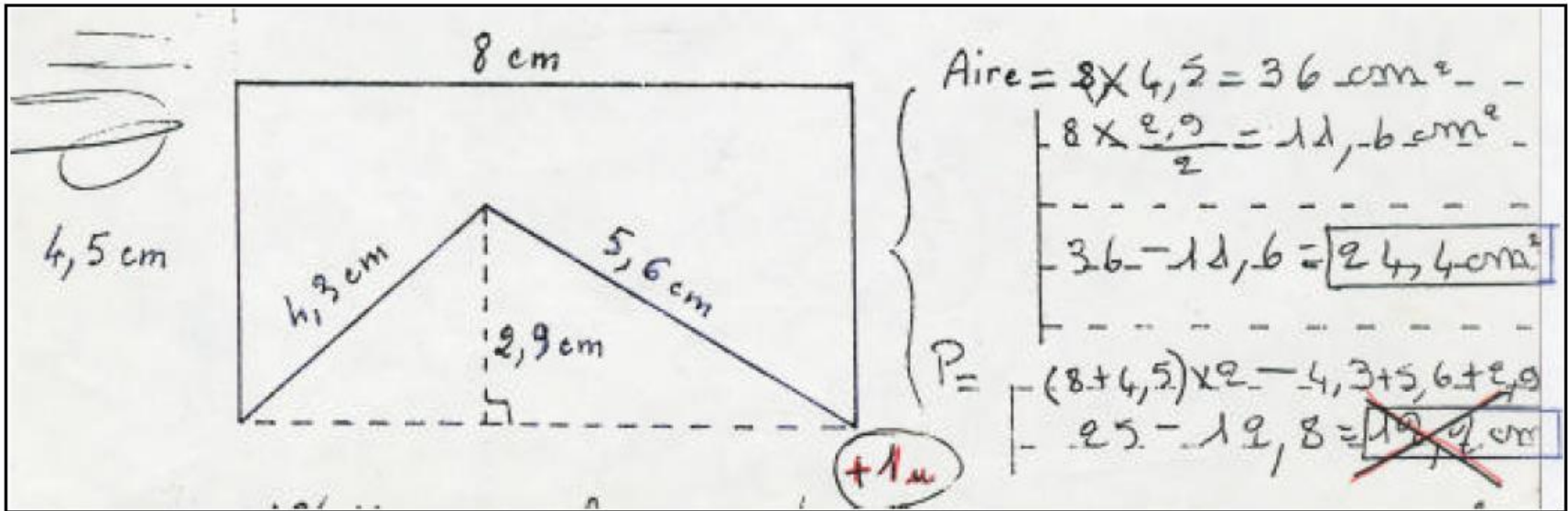


Figure pensée comme étant celle d'un rectangle amputé d'un triangle.

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Analyse d'une copie d'élève (suite et fin)

Analyse du mode opératoire du calcul de périmètre :

$$P = (8 + 4,5) \times 2 - (4,3 + 5,6 + 2,9)$$
$$25 - 12,8 = 12,2 \text{ cm}$$

Traduction opératoire de l'amputation perceptive

Somme des éléments caractéristiques de l'amputation. (Il s'agit bien d'une somme ainsi que le prouve le 12,8 de la ligne suivante). Le 2,9 qui ne correspond pas au périmètre du triangle, représente la profondeur, l'importance de l'amputation.


Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais



Travail de dissociation des concepts

Il faut explorer des situations où :

- à **périmètre constant** les aires vont varier (et dans quelles limites)
- à **aire constante**, les périmètres vont varier (et dans quelles limites)
- Le périmètre et l'aire vont varier **dans le même sens** (ce qui n'est pas surprenant)
- Le périmètre et l'aire vont varier **en sens contraire** (ce qui est moins conforme à l'intuition).



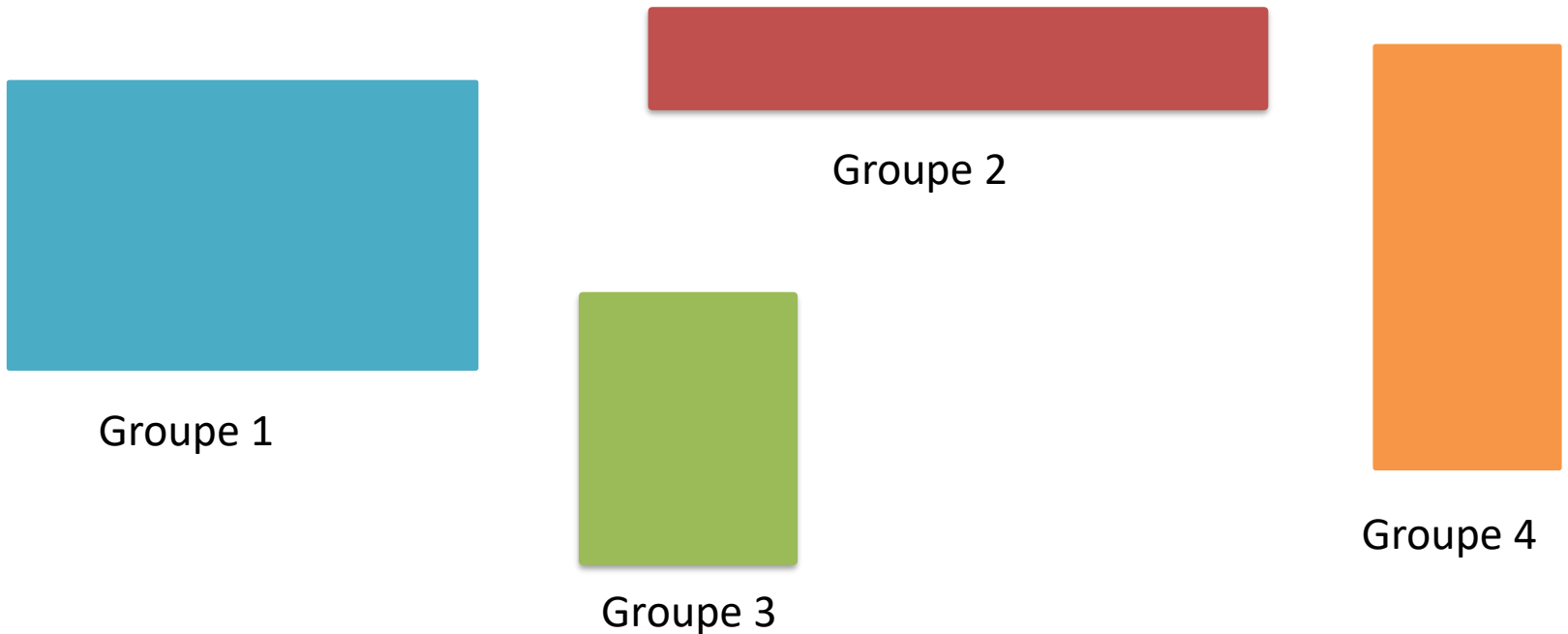
Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Un exemple d'activité de dissociation

Matériel à distribuer aux élèves :

4 séries de rectangles de couleurs différentes et de dimensions différentes correspondant à 4 groupes d'élèves.

Tous les élèves d'un même groupe possèdent le même rectangle coloré.



Source : « Entrez dans nos classes », cndp Haute-Normandie

Un exemple d'activité de dissociation

Mise en œuvre en classe (sur une séance):

- 1) Distribution des rectangles et questionnement à la classe
- 2) Phase individuelle : découpage et réassemblage des rectangles
- 3) Phase en groupes : Qu'est-ce qui change ?
Qu'est-ce qui ne change pas ?
- 4) Passage des groupes pour montrer leur travail et retour sur le questionnement de départ.

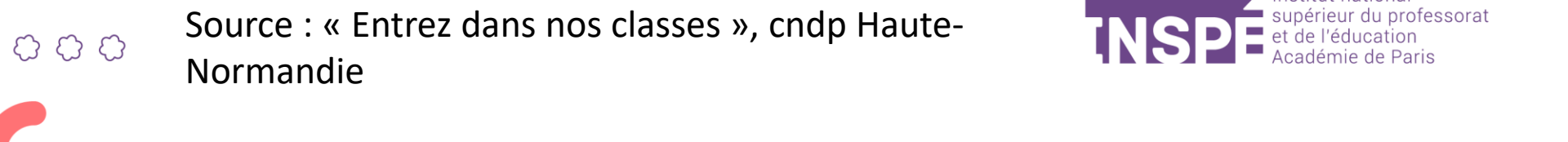
Source : « Entrez dans nos classes », cndp Haute-Normandie



Un exemple d'activité de dissociation

Phase 1 : Le professeur insiste sur l'égalité d'aires des rectangles de même couleur.

Question à la classe : « Est-ce que des figures qui ont la même aire ont le même périmètre ? »



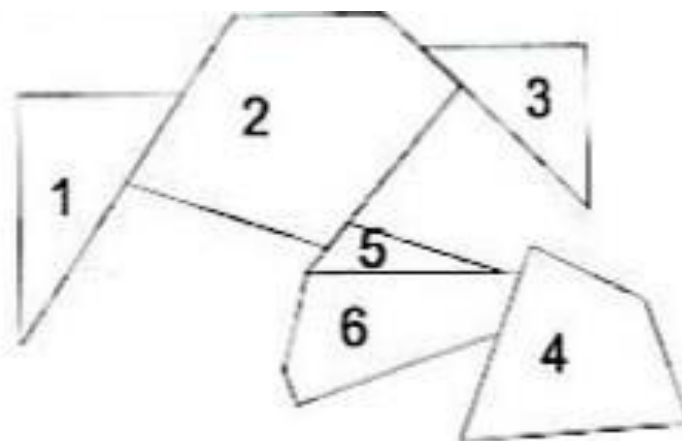
Source : « Entrez dans nos classes », cndp Haute-Normandie

Un exemple d'activité de dissociation

Consigne pour la phase 2 :

Chaque élève doit découper son rectangle en 5 ou 6 morceaux à bords droits et recoller ses morceaux comme il le souhaite, bord à bord, après vérification par le professeur.

Voici le genre de travail attendu :



Source : « Entrez dans nos classes », cndp Haute-Normandie




Un exemple d'activité de dissociation

Phase 4 : (Phase d'institutionnalisation)

Passage de tous les élèves par groupes d'une même couleur pour montrer leur travail.

Conclusion faite par les élèves :
La forme change mais pas l'aire.
Le périmètre change.



Source : « Entrez dans nos classes », cndp Haute-Normandie

Travail sur la variation des aires et périmètres

Dans chaque cas, préciser la variation du périmètre et de l'aire

Surface de départ

	↗	↘
Aire		
Périmètre		

Surface d'arrivée

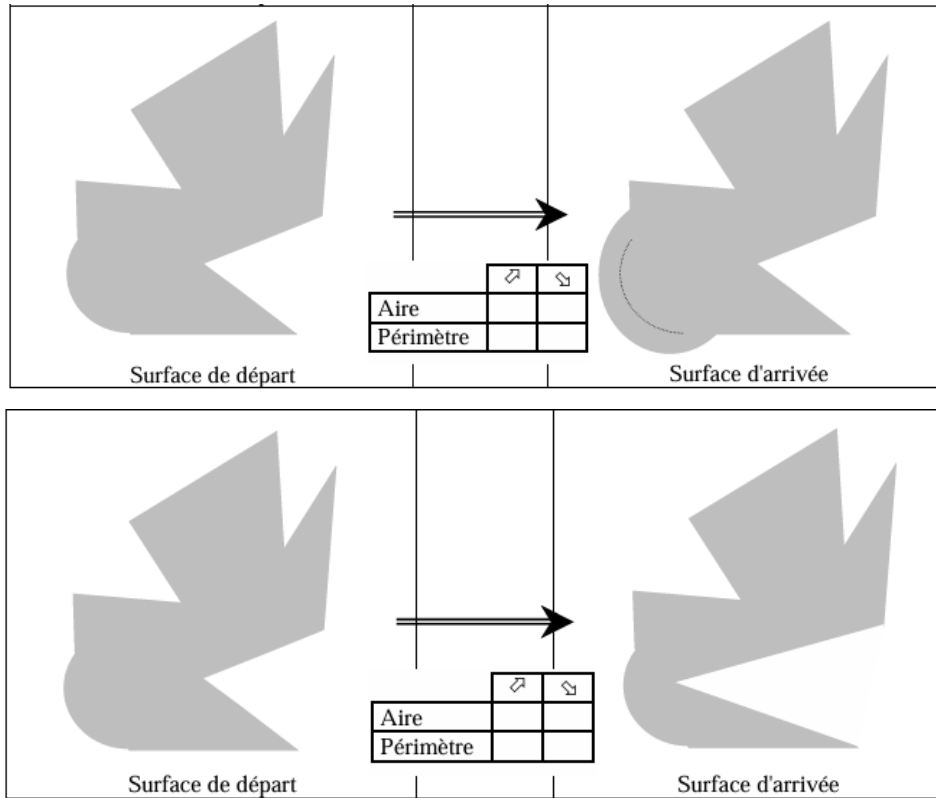
Surface de départ

	↗	↘
Aire		
Périmètre		

Surface d'arrivée

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Travail sur la variation des aires et périmètres



Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Travail sur la variation des aires et périmètres

Correction

Diagram 1 (Top Left):

	↗	↗
Aire	x	
Périmètre		x

Diagram 2 (Top Right):

	↗	↗
Aire		x
Périmètre		x

Diagram 3 (Bottom Left):

	↗	↗
Aire	x	
Périmètre	x	


Diagram 4 (Bottom Right):

	↗	↗
Aire		x
Périmètre	x	

Source : « aires et périmètres »
groupe national classe-relais

Travail sur la variation des aires et périmètres

Inventer des figures à partir de la figure présente au centre du tableau et les positionner dans les cases correspondantes. Chercher à compléter toutes les cases.

	Le périmètre est plus petit que celui du modèle.	Le périmètre est égal à celui du modèle.	Le périmètre est plus grand que celui du modèle.
L'aire est plus petite que celle du modèle.			
L'aire est égale à celle du modèle.			
L'aire est plus grande que celle du modèle.			

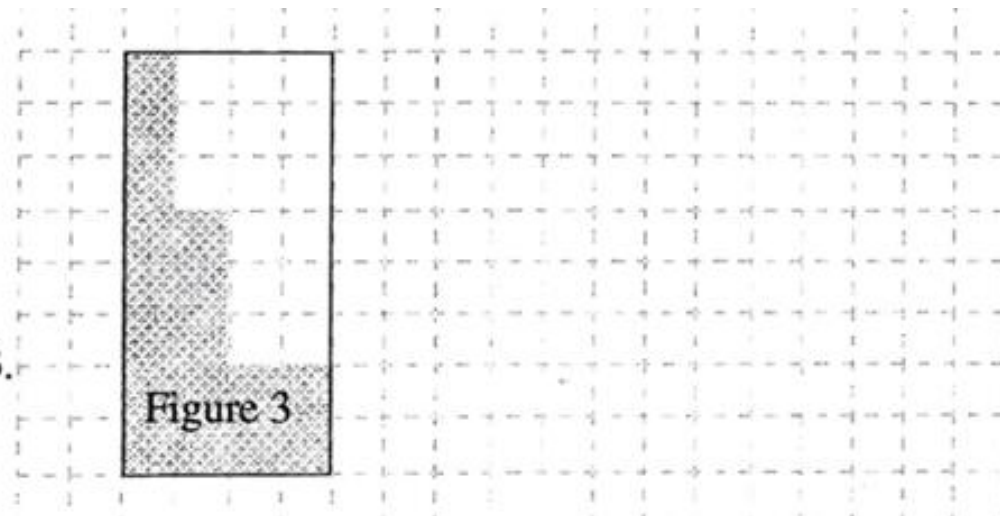
Exercice proposé par l'IREM des Pays de la Loire et figurant au sujet de CAPES 2023.

Travail sur la variation des aires et périmètres

Compare la mesure du périmètre de la figure 3 à celle du périmètre du rectangle.

Dessine deux autres figures géométriques (4) et (5) de même périmètre que la figure 3 pour que leurs aires soient :

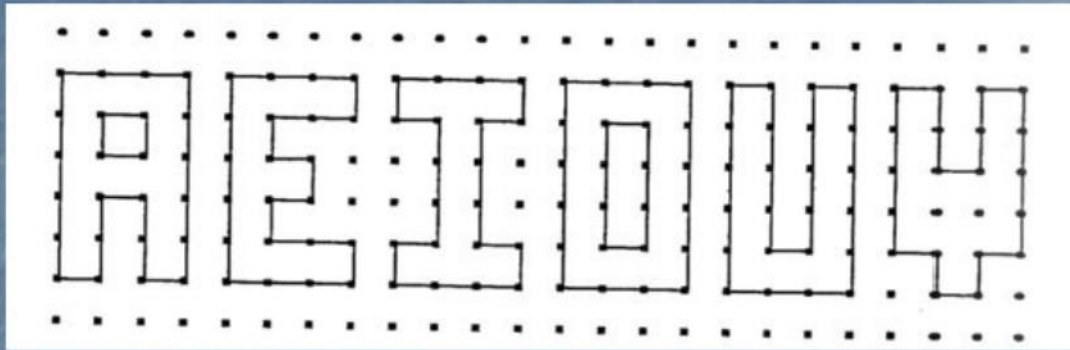
- Figure 4 : supérieure à celle de la figure 3.
- Figure 5 : inférieure à celle de la figure 3.



Source « Une année de mathématiques en 6^{ème} (Tome 1) », IREM de Limoges

Travail sur la variation des aires et périmètres

L'aire



Voici les 6 voyelles.

1. Si on les colorie,
 - lesquelles useront le plus votre feutre ?
 - laquelle usera le moins votre feutre ?
2. Et pour les écrire,
 - lesquelles useront le plus votre stylo ?
 - lesquelles useront le moins votre stylo ?

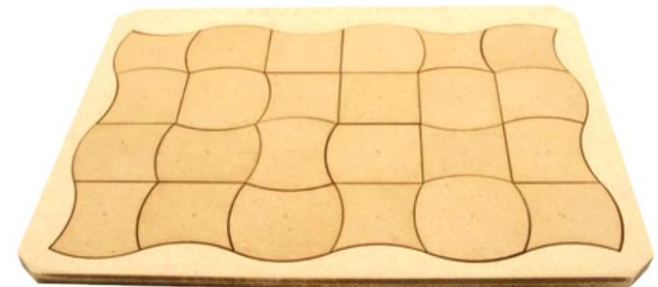
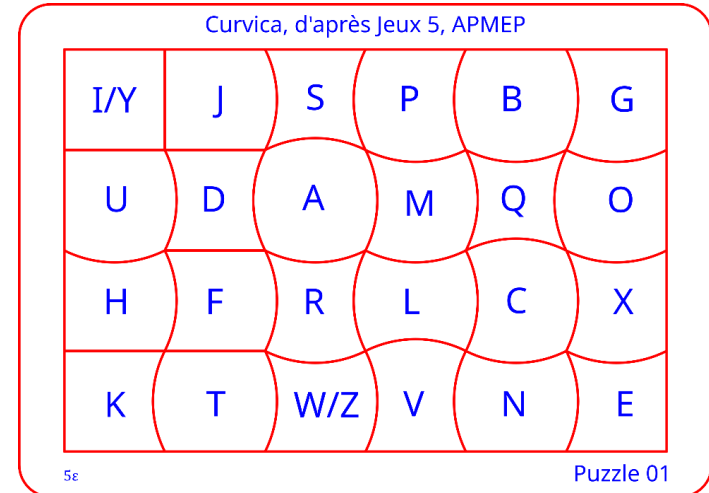
C. Houdement

Jeu « Curvica » APMEP

Puzzle de 24 pièces uniques. Chaque pièce a quatre côtés rectilignes, convexes ou concaves.

Prendre la première rangée constituée des pièces I ; J ; S ; P ; B et G pour les questions 1 et 2.

1. Par la méthode de votre choix, classer les 6 pièces par rapport à leur aire.
2. Par la méthode de votre choix, classer les 6 pièces par rapport à leur longueur de contour.
3. Que penser de l'affirmation de Gwen : « plus une pièce a une grande aire, plus son périmètre est grand » ?

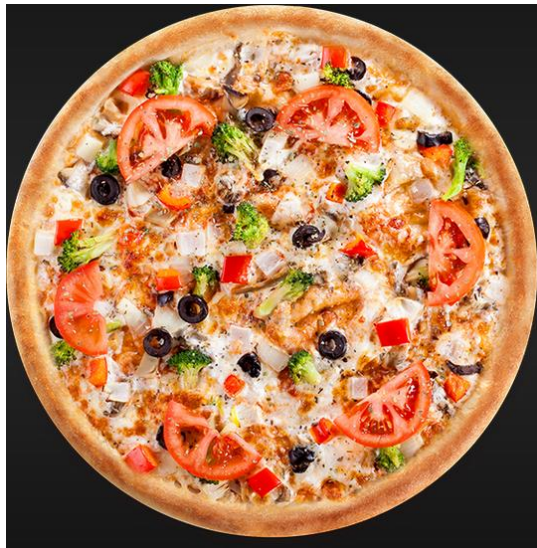


Source : La problématique

<https://www.problematheque-csen.fr/banque-de-probleme/>

Pour aller plus loin : théorèmes isopérimétriques

Ronde ou carrée: quelle pizza contient le moins de croûte (à aires égales) ?



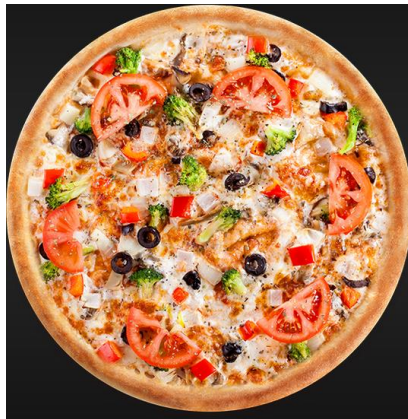
Source :

<https://culturemath.ens.fr/thematiques/geometrie/les-theoremes-isoperimetriques>

Pour aller plus loin : théorèmes isopérimétriques

Dans le plan, de toutes les surfaces fermées de même périmètre, le disque est celle ayant la plus grande aire.

On en déduit facilement que de toutes les pizzas ayant la même aire, c'est la pizza ronde qui a le moins de croûte.



Source :

<https://culturemath.ens.fr/thematiques/geometrie/les-theoremes-isoperimetriques>