Institut national supérieur du professorat et de l'éducation
Académie de Paris

SORBONNE UNIVERSITÉ

Grandeurs et mesures

DU second degré

Enseigner les Mathématiques

Année 2025-2026

inalco
Institut national des langues et civilisations orientales

UNIVERSITÉ SORBONNE NOUVELLE PARIS 3

UNIVERSITÉ PARIS 1 PANTHÉON SORBONNE

Université de Paris

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Sa **longueur**, s'il s'agit de la parcourir.

Sa **largeur**, s'il s'agit de connaître la distance entre les deux lignes blanches.

Son **aire**, s'il s'agit de la goudronner.

L'**angle** de la route par rapport à l'horizontale si on veut connaître sa pente.

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Son **aire**, s'il s'agit de l'emballer avec du papier cadeau.

Sa **masse**, s'il s'agit de déterminer un éventuel coût de livraison.

Son **volume**, s'il s'agit d'y mettre une surprise.

Pourquoi pas la **longueur** de ruban pour finaliser le paquet cadeau.

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Quizz : quelles grandeurs associées ?

Sa **masse**, s'il s'agit de le soulever.

Son **volume**, s'il s'agit de connaître la quantité maximale de peinture.

Sa **contenance**, s'il s agit de connaître la quantité effective de peinture dans le seau.

L'**aire** maximale de la surface des murs qui peut être peinte.

Le **prix** du pot de peinture.

Première conclusion

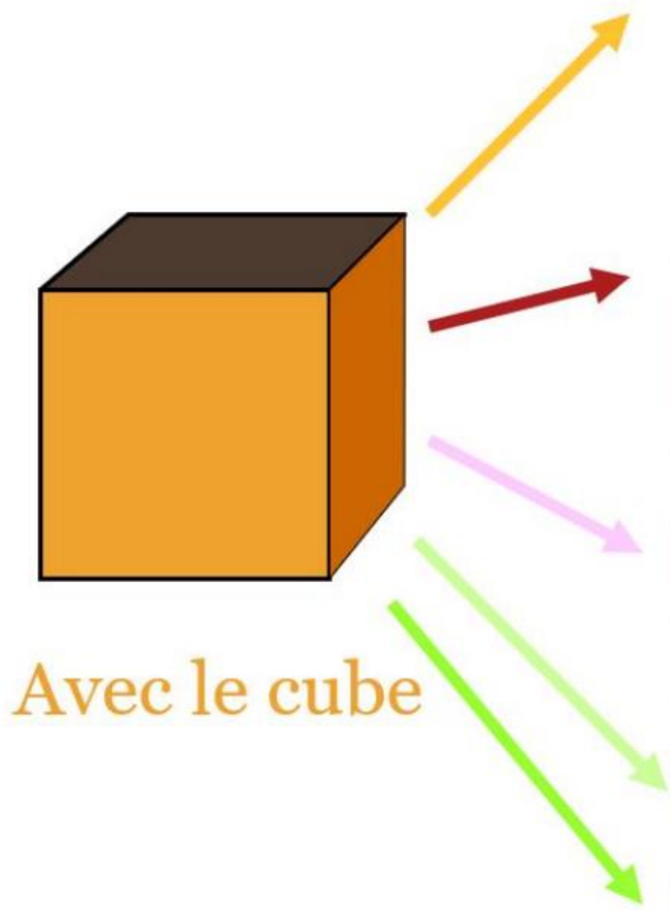
À propos d'un même objet, **plusieurs grandeurs** peuvent être envisagées.

Nécessité d'apprendre aux élèves:

- à distinguer **les différentes grandeurs d'un même objet.**
- à distinguer les notions en jeu :

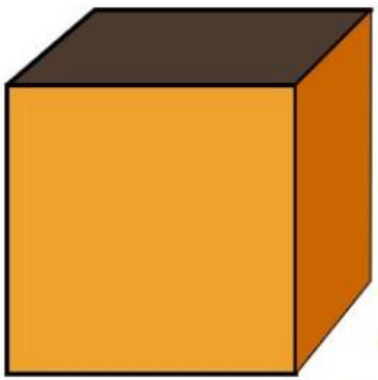
objet/grandeurs/mesures

Quelles grandeurs associées à un cube?



Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Quelles grandeurs associées à un cube?



Avec le cube

Longueurs:
- périmètre d'une face
- longueur d'une arête, longueur de toutes les arêtes (qui n'est pas la somme des périmètres des faces).

Aire:
- aire d'une face
- aire totale (qui est la somme des aires de chaque face).

Volume:
capacité, contenance, volume

angles

masse

Institut national supérieur du professorat et de l'éducation
Académie de Paris

Plan des 3 séances

Séance 1

Grandeurs et mesures : de quoi parle-t-on ?

Masses, volumes et contenances

Séance 2

Longueurs, périmètres et aires

Séance 3

Angles et durées

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Origine des confusions possibles

Aborder la notion de « grandeur » à partir du langage ordinaire recèle quelques **ambiguïtés** :

<u>Exemple 1 :</u>

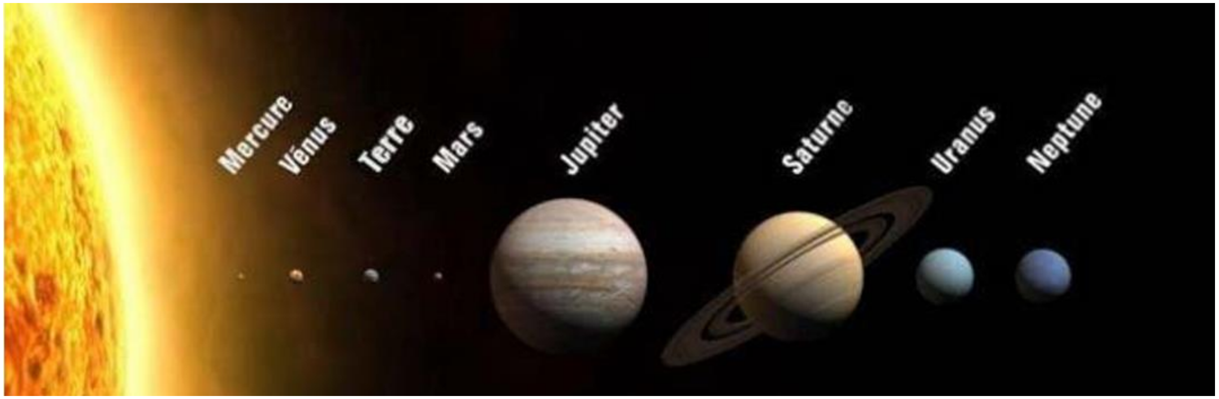
« Ce récipient est plus grand que cet autre. »

S'agit-il :
de sa hauteur ?
de sa plus grande dimension horizontale ?
de son volume intérieur ?
de son volume extérieur ?...

Origine des confusions possibles

Exemple 2 :

« La planète Saturne est grosse comme 95 Terre » .



S'agit-il :

de volumes ?

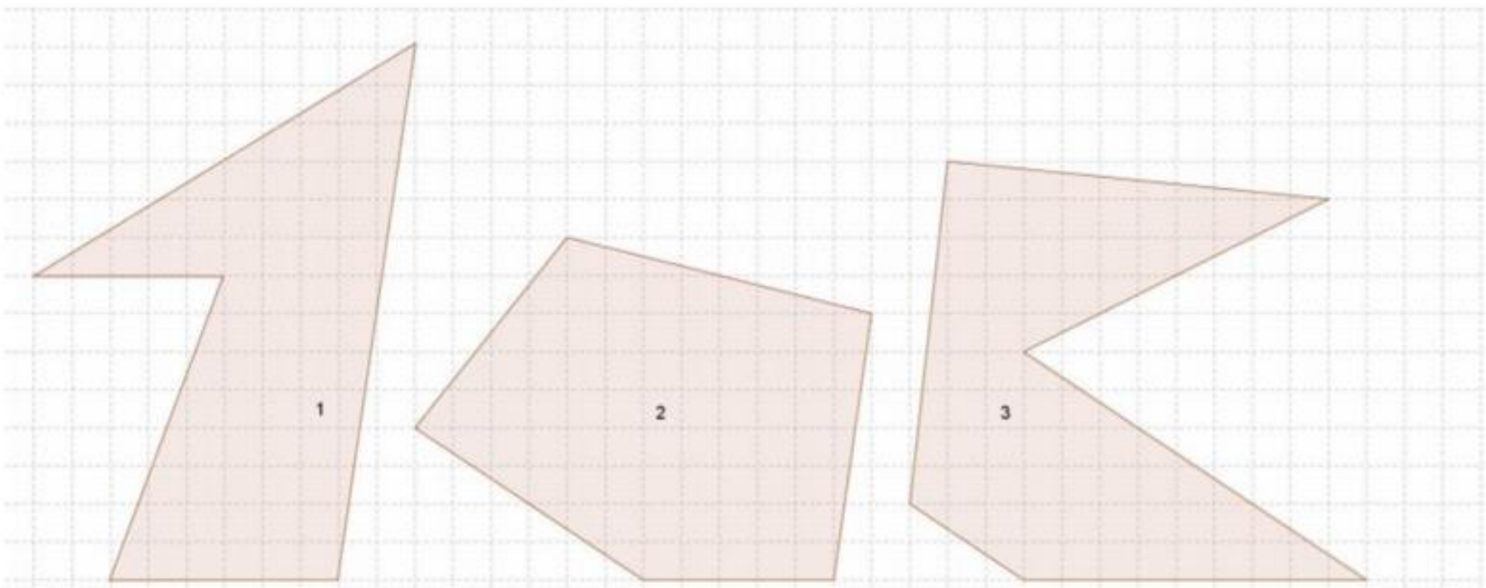
de diamètres ?

de masses ?...

Origine des confusions possibles

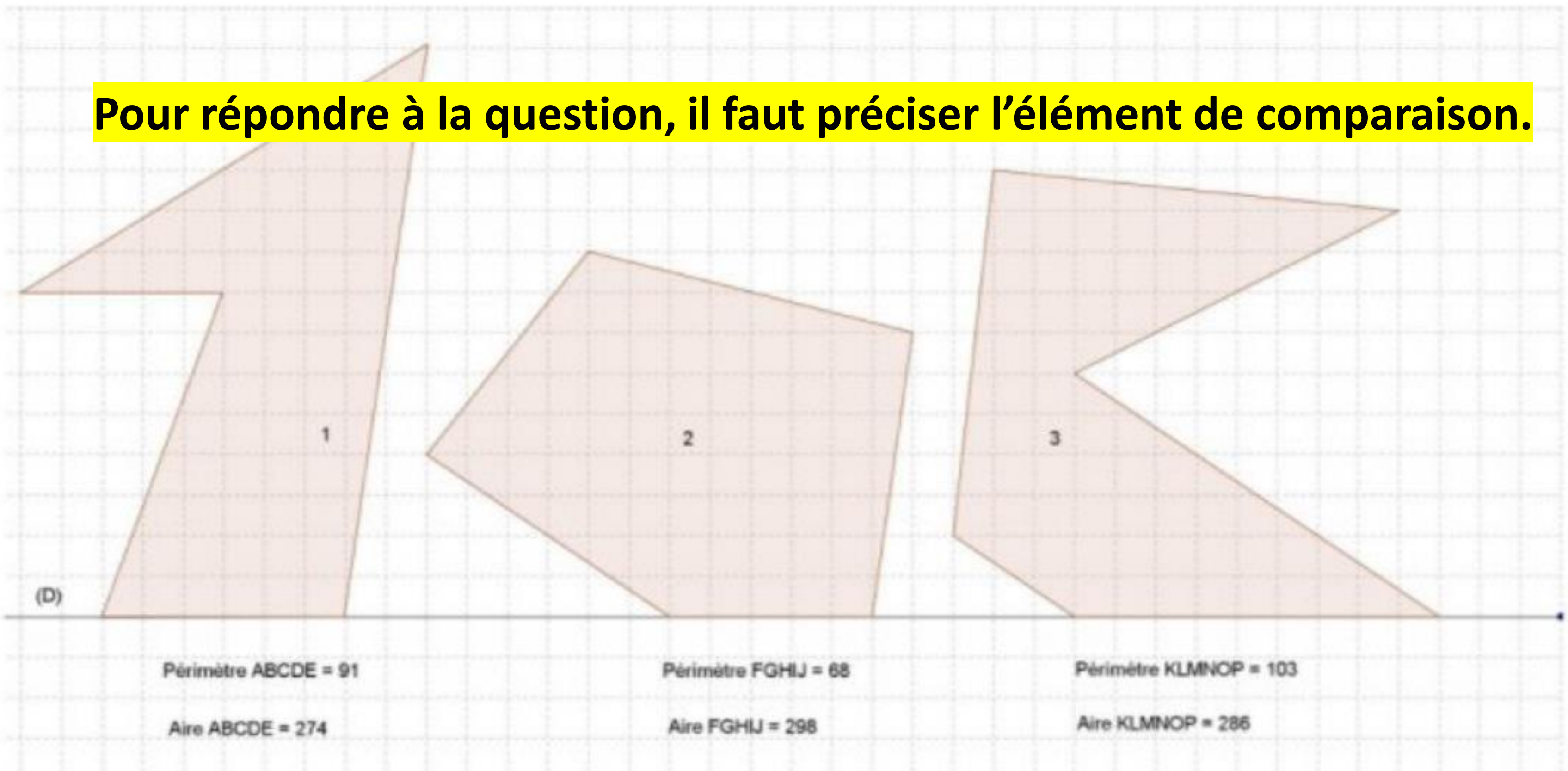
Exemple 3 :

Voici trois polygones, quel est le plus grand ?



Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

Pour répondre à la question, il faut préciser l’élément de comparaison.



<u>Plusieurs réponses possibles</u> :

- Si on considère la hauteur maximale par rapport à la droite (D), c’est le polygone 1.
- Si on considère le périmètre, c’est le polygone 3.
- Si on considère l’aire, c’est le polygone 2.

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l’éducation Académie de Paris

Seconde conclusion

Il sera nécessaire d'utiliser, un **vocabulaire adapté à la grandeur étudiée** pour éviter toute confusion.

Exemple : Vous travaillez sur les longueurs.
Si un élève dit : « Le polygone 3 est plus grand que le polygone 2. »
Reformulez : « Tu veux dire que le périmètre du polygone 3 est plus grand que celui du polygone 2.

Qu’est-ce qu’une grandeur ?

Une **grandeur** est une **caractéristique commune** liée à un ensemble d’objets qui va permettre de **les classer les uns par rapport aux autres.**

On peut définir une grandeur sans avoir recours aux nombres.

Le travail sur les grandeurs précède le travail sur leur mesure.

Exemples objets/grandeurs

Objet	Grandeur
Baguette de bois	Longueur
Récréation	Durée
Récipient	Contenance
Surface plane	Aire
Objet pesant	Masse
Cube	Volume
Objet souhaité	Prix

on peut étudier :

- **Des grandeurs différentes pour un même objet** :

une baguette en bois
on peut étudier sa longueur, sa masse, son volume, l'aire de sa surface latérale…

- Et **une même grandeur pour des objets différents.**

Qu'est-ce qu'une mesure ?

Pour la grandeur considérée, on choisit une grandeur « **unité** ».

La mesure d'une grandeur d'un objet est le nombre d'unités que contient cet objet.

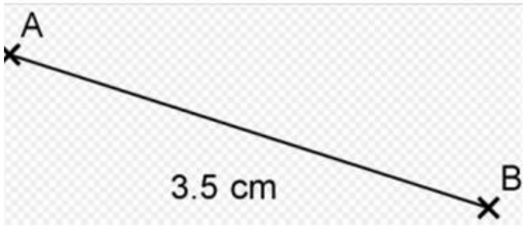
Une mesure est donc un nombre, qui dépend de l'unité choisie.
La grandeur est invariante.

Objet réel/objet géométrique/grandeur/mesure

Exemple :

L'objet réel : la baguette de bois.

L'objet géométrique associé : un segment.



On considère la **grandeur** : longueur du segment.

On choisit comme **unité** le centimètre.

La mesure de la longueur de ce segment en cm est 3,5.

On dit aussi : la longueur de ce segment est de 3,5 cm.

Attention aux confusions dans les manuels

Manuel Myriade 6ème

DÉFINITION L'aire d'une figure est la mesure de sa surface.

Manuel Mission Indigo 6ème

Définition

L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

Quelle(s) définition(s) adopter ?

Définition :

L'aire est une grandeur que l'on définit à partir de surfaces planes.

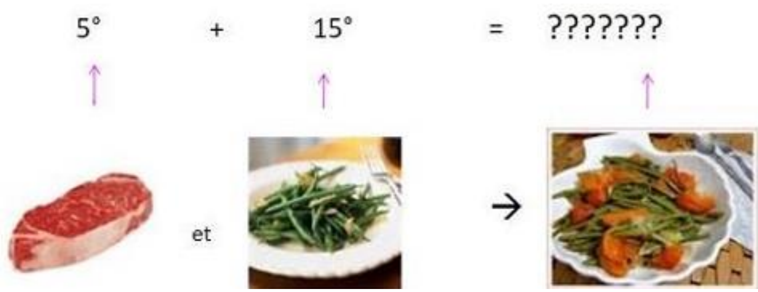
Définition :

La mesure de l'aire d'une surface est un **couple formé d'un nombre et d'une unité d'aire.**

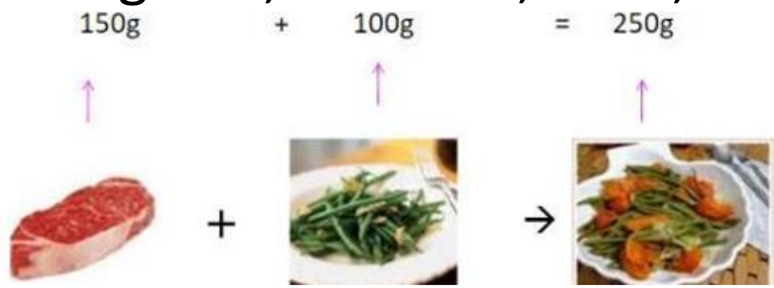
Cette mesure dépend de l'unité d'aire choisie.

Deux types de grandeurs

- **Grandeurs repérables** : grandeurs pour lesquelles on peut constater l'égalité et qu'on peut ordonner.
  Exemples : la température, la date, …



- **Grandeurs mesurables** : grandeurs qui ont les propriétés précédentes et que l'on peut additionner et multiplier par un nombre.
  Exemples : la longueur, la masse, l'aire, le volume …



Des grandeurs composées

L'**aire** d'un solide est le produit d'une longueur par une longueur. (**Grandeur produit**)

Le **volume** d'un solide est le produit d'une aire par une longueur. (**Grandeur produit**)

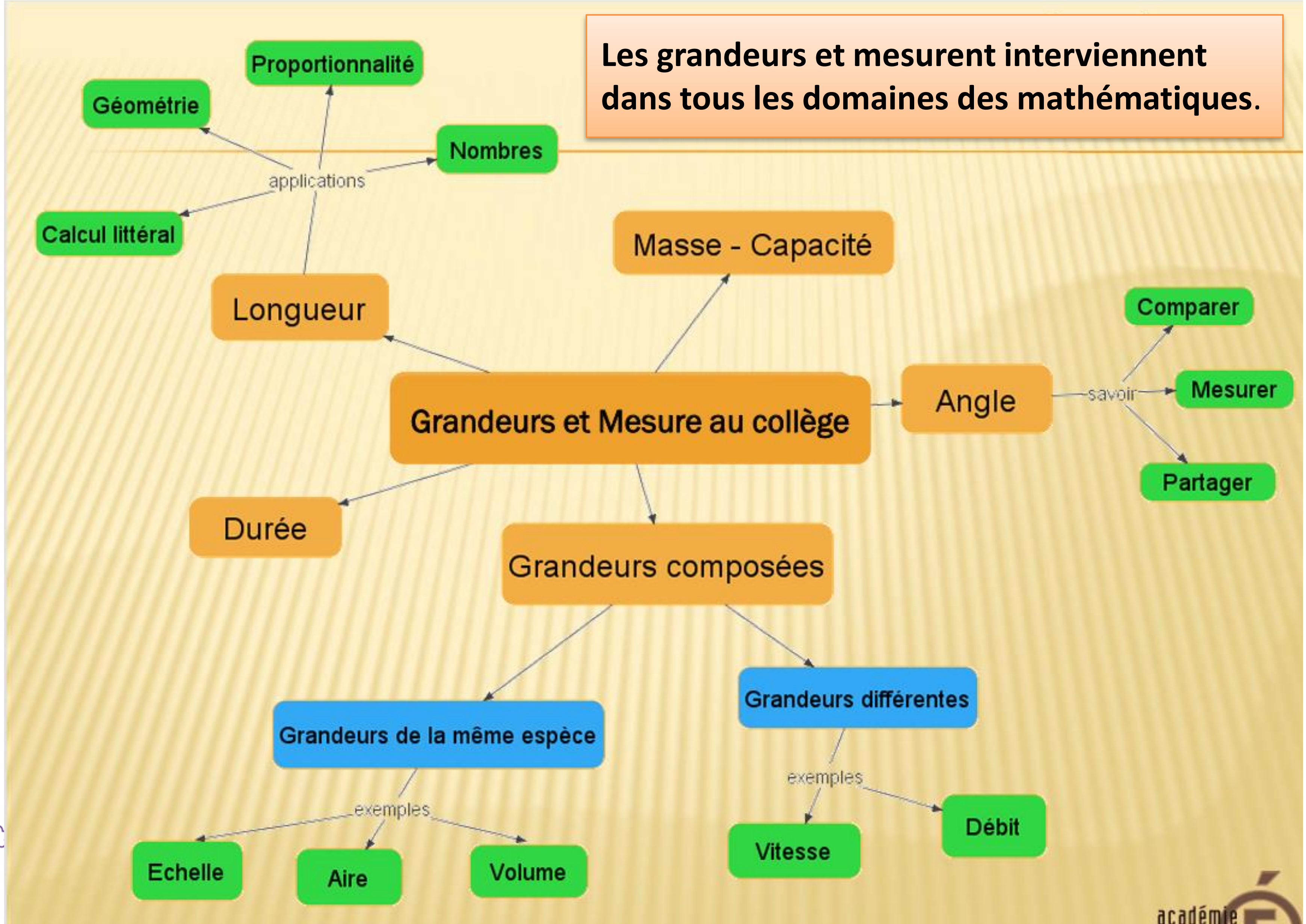
La **vitesse** est le rapport d'une longueur par une durée. (**Grandeur quotient**). V = d/t

La **masse volumique** est le rapport d'une masse par un volume. (Grandeur quotient)

Le **débit** est le rapport d'un volume par une durée. (**Grandeur quotient**)

Lien avec les différents domaines

Les grandeurs et mesurent interviennent dans tous les domaines des mathématiques.



Progression pour chacune des grandeurs

A- Donner du sens à la grandeur

1- Estimation perceptive
2- Comparaison directe
3- Comparaison indirecte à l'aide de gabarits (avec un objet intermédiaire, mais pas encore dans la mesure)

B- Donner du sens à la mesure

1- Mesurage avec un seul étalon que l'on reporte (un objet x fois à reporter)
2- Mesurage en référence à des unités
3- Autres unités, changement d'unités : les conversions

Dans chaque étape, on a une situation-problème.

Vue d'ensemble pour chaque grandeur

Grandeurs (et objets auxquelles elles sont attachées)	Procédure directe	Procédure indirecte	Procédure numérique (mesure)		
			Premiers étalons	Unités conventionnelles	Instruments de mesure
Longueur (segment)	Superposition, juxtaposition	Report de la longueur du 1er objet sur un autre objet (bande, ficelle), puis comparaison directe ou report des deux longueurs sur un même objet	Bandes, pieds, empan de la main ...	Le mètre (et ses multiples et sous-multiples)	Règle graduée
Aire (surface)	Superposition	On décalque et on superpose. Au besoin, découpage et recomposition d'une des deux surfaces pour essayer de recouvrir l'autre.	Pavage par des carrés, des triangles ...	cm^2, m^2 ...	Quadrillage avec carreaux d'1 cm de côté.
Contenance (solide creux)	On remplit le 1er et on transvase dans le 2ème.	On vide le contenu du premier récipient dans un récipient de référence R, on note le niveau puis on vide R, on vide le contenu du 2ème récipient dans R et on compare les hauteurs. Ou on remplit R avec le contenu de A, et on le vide dans B.	On comptes des étalons (pots de yaourt...)	Le litre (et ses multiples et sous-multiples)	Verre doseur
Volume (solide plein)		On plonge successivement les deux récipients dans un récipient avec de l'eau et on compare les niveaux d'eau.	Cubes, morceaux de sucre ...	m^3, dm^3, cm^3 … (à partir du collège)	
Masse (solide)	On soupèse (perceptif), ou on met un objet dans chacun des plateaux d'une balance.	On construit un objet de même masse que le premier (en construisant un équilibre à la balance), puis comparaison directe.	Cubes, pois chiche ...	Le kg (et ses multiples et sous-multiples)	Masses marquées, balance électronique
Durée (Intervalle entre deux instants)	Départ synchronisé. On regarde quel intervalle se termine en premier .	Sur un sablier, on note le niveau de sable écoulé pendant le 1er, puis on compare au 2ème.	On frappe dans les mains, on compte des sabliers ...	h, min, s	chronomètre
Angle	Superposition des sommets, un côté de l'un sur un côté de l'autre.	On décalque le 1er, on superpose au 2ème.	Fausse équerre ou gabarit d'angle	degré, radian, grade (à partir du collège)	Rapporteur (à partir du collège)

Le programme des cycles 2 et 3

Au cycle 2, on travaille sur :
- Les longueurs
- les masses
- les contenances
- Les durées
- les prix

Au cycle 3, on ajoute le travail sur les aires, les volumes et les angles.

Le programme du cycle 4

Thème C – Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail engagé au cycle 3, ce thème se prête particulièrement à des connexions avec les autres thèmes du programme et offre de nombreux liens avec la physique-chimie, les sciences de la vie et de la Terre, la géographie, l'éducation physique et sportive.

Les élèves doivent disposer de références concrètes (savoir, par exemple, que la circonférence de la Terre est environ 40 000 km) et être capables d'estimer l'ordre de grandeur d'une mesure.

À travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves se construisent et utilisent un premier répertoire de formules. Par ailleurs, ce travail autour des formules s'inscrit dans l'introduction du calcul littéral.

Attendus de fin de cycle

- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées.
- Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques.

Le programme du cycle 4 (suite)

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées
Connaissances - Notion de grandeur produit et de grandeur quotient. - Aire du parallélogramme (obtenue à partir de celle du rectangle par découpage et recollement). - Volume d'un prisme, d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône, d'une boule. - Correspondance entre unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3, 1 000 L = 1 m^3). Compétences associées - Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, exprimer les résultats dans les unités adaptées. - Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités. - Effectuer des conversions d'unités.

Le programme du cycle 4 (suite)

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques
Connaissances - Effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Compétences associées - Utiliser un rapport de réduction ou d'agrandissement (architecture, maquettes) pour calculer des longueurs, des aires, des volumes. - Utiliser l'échelle d'une carte. - Utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques. - Faire le lien entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (agrandissement réduction, triangles semblables, homothéties).
À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé et automatisé les formules donnant les longueurs, aires, volumes des figures et solides figurant au programme, ainsi que les procédures de conversion d'unités.

Le programme de la seconde GT

Nombres et calculs

La mise en évidence de la puissance du calcul littéral comme outil de résolution de problème, déjà rencontrée au collège, reste un objectif important. L'élève doit être confronté à des situations, internes ou externes aux mathématiques, dans lesquelles une modélisation est nécessaire, faisant intervenir variables, expressions algébriques, équations ou inéquations. Les situations internes sont l'occasion de réactiver les connaissances du collège, notamment sur les thèmes « Espace et géométrie » et « Grandeurs et mesures » (longueurs, aires, volumes, angles, vitesses).

Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple $U = RI$, $d = vt$, $S = \pi r^2$, $V = abc$, $V = \pi r^2 h$), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré $ax + by = c$.

Le programme de la seconde GT (suite)

Géométrie

Le programme se place dans le cadre de la géométrie plane. Cependant, le professeur peut proposer des activités mobilisant les notions de géométrie dans l'espace vues au collège (sections, aires, volumes) enrichies de celles étudiées en seconde (vecteurs).

Résoudre des problèmes en géométrie (capacités attendues)

- Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).
- Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.
- Traiter de problèmes d'optimisation.

Faut-il mettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

Pourquoi omettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

- Eviter les lourdeurs
- Rapidité de rédaction

Pourquoi omettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

Exemple : écriture du calcul de la vitesse moyenne d'un véhicule qui s'est déplacé pendant 2 h et qui a parcouru 100 km.

V = 100 : 2 = 50

La vitesse moyenne de ce véhicule est égale à 50 km/h.

Pourquoi omettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

<u>Exemple :</u> écriture du calcul de la vitesse moyenne d'un véhicule qui s'est déplacé pendant 2 h et qui a parcouru 100 km.

Attention ! Surtout, ne pas écrire

V = 100 : 2 = 50 km/h   écriture erronée

Pourquoi mettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

- **Amener les élèves à bien saisir la différence entre grandeur et nombre**
- **Redonner du sens à l'écriture de certains calculs**

Exemple :

3 cm x 4 n'a pas le même sens que 3 cm x 4 cm

- **Cohérence des unités dans une formule**

Pourquoi mettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

<u>Exemple :</u> écriture du calcul de la vitesse moyenne d’un véhicule qui s’est déplacé pendant 2 h et qui a parcouru 100 km.

V = 100 km : 2 h = 50 km/h

La vitesse moyenne de ce véhicule est égale à 50 km/h.

Pourquoi mettre les unités dans les calculs sur les grandeurs ?

Des exemples d'application :

- Pour l'aire du rectangle : $3\text{ cm} \times 4\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$
- Pour le périmètre d'un polygone : $1{,}5\text{ cm} + 21\text{ mm} + 0{,}5\text{dm} + 3\text{ cm} = 1{,}5\text{ cm} + 2{,}1\text{ cm} + 3\text{ cm} + 5\text{ cm} = 11{,}6\text{ cm}$
- Pour le volume d'un prisme : $12\text{ m}^2 \times 30\text{ cm} = 12\text{m}^2 \times 0{,}3\text{ m} = 3{,}6\text{m}^3$
- Pour le calcul de la vitesse d'un mobile qui a parcouru 40 km en 2h 30 min :

$$\frac{40\text{ km}}{2\text{h}+30\text{min}} = \frac{40\text{km}}{2{,}5\text{h}} = 16\text{km/h} \quad \text{ou} \quad \frac{40\text{ km}}{2\text{h}+30\text{min}} = \frac{40\text{km}}{150\text{min}} = \frac{4\text{km}}{15\text{ min}} = \frac{16\text{km}}{60\text{ min}} = \frac{16\text{km}}{1\text{h}} = 16\text{km/h}$$

Source : « Faut-il mettre des unités dans les calculs ? » de Rémi Duvert, bulletin APMEP 436

Un grand merci à Katia Odiot, Karine Racoffier et à Marie-Noëlle Lamy pour leurs ressources !