Deux mises en œuvre d'une même situation

Première mise en œuvre : (En 4ème, travail individuel, durée : 25 minutes)

Exercice :

Après avoir essayé plusieurs valeurs de l'entier naturel n, Rachel affirme : « ***n^2 - n + 11 est toujours un nombre premier* ».** Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?
Justifier votre réponse. Laisser apparaître toutes les traces de recherches.

Consigne 1 : **Analyser les copies d'élèves ci-dessous**

Copie 1 :

$6^2 - 6 + 11 = 36 - 17 = 19$

Nombre pr : $5^2 - 5 + 11 = 25 - 16 = 9$

$8^2 - 8 + 11 = 64 - 19 = 45$ est un nombre pas premier

$3^2 - 3 + 11 = 9 - 14 = -5$ est un nombre pre

Cette affirmation est fausse car lorsque on vérifie cette affirmation avec des nombres premiers ou non premiers on constate que les résultats sont soit un nombres premier ou un nombre pas premier.

Copie 2 :

$2^2 - 2 + 11 = 13$
$3^2 - 3 + 11 = 17$
$4^2 - 4 + 11 = 23$
$5^2 - 5 + 11 = 31$
$6^2 - 6 + 11 = 41$
$7^2 - 7 + 11 = 53$
$8^2 - 8 + 11 = 67$

$9^2 - 9 + 11 = 83$
$10^2 - 10 + 11 = 101$
$11^2 - 11 + 11 = 121$
$12^2 - 12 + 11 = 143$

J'en conclus que Rachel dit vrai car en utilisant sa formule alors mes différentes recherche j'obtient à chaque fois un résultat qui est un nombre premier.

Copie 3 :

Si n = 5
A = 5×5 - 5 + 11
A = 25 - 5 + 11
A = 20 + 11
A = 31

Si n = 3
B = 3×3 - 3 + 11
B = 9 - 3 + 11
B = 6 + 11
B = 17

Si n = 6
C = 6×6 - 6 + 11
C = 36 - 6 + 11
C = 30 + 11
C = 41

Si n = 8
D = 8×8 - 8 + 11
D = 64 - 8 + 11
D = 56 + 11
D = 67

L'affirmation de Rachel "$n^2 - n + 11$ est toujours un nombre premier" est vrai car si on remplace n par 5, 3, 6, 8, 9, 7, 1 on trouvera un nombre premier

Copie 3 (suite) :

Si n = 9

E = 9 × 9 − 9 + 11

E = 81 − 9 + 11

E = 72 + 11

E = 83

Si n = 7

F = 7 × 7 − 7 + 11

F = 49 − 7 + 11

F = 42 + 11

F = 53

Si n = 1

G = 1 × 1 − 1 + 11

G = 1 − 1 + 11

G = 0 + 11

G = 11

Copie 4 :

n × n − n + 11

(n = 7) 7 × 7 − 7 + 11

= 49 − 7 + 11

= 42 + 11

= 53

53 est un nombre premier

On prend un nombre qui n'est pas premier

(n = 4)

4 × 4 − 4 + 11

= 16 − 4 + 11

= 12 + 11

= 23

23 est un nombre premier

(n = 9)

9 × 9 − 9 + 11

= 81 − 9 + 11

= 72 + 11

= 83

= 83 est un nombre premier

11 est un nombre premier. Donc si l'on additione 11 à un nombre qui n'est pas premier, le résultat sera toujours premier. Ainsi, l'opération $n^2 - n + 11$ est toujours un nombre premier.

(n = 2)

2 × 2 − 2 + 11

= 4 − 2 + 11

= 2 + 11

= 13

(n = 3)

3 × 3 − 3 + 11

= 9 − 3 + 11

= 6 + 11

= 17

(n = 6)

6 × 6 − 6 + 11

= 36 − 6 + 11

= 30 + 11

= 41

(n = 8)

8 × 8 − 8 + 11

= 64 − 8 + 11

= 56 + 11

= 67

(n = 10)

10 × 10 − 10 + 11

= 100 − 10 + 11

= 90 + 11

= 101

(n = 11)

11 × 11 − 11 + 11

= 121 − 11 + 11

= 110 + 11

= 121

(n = 0)

0 × 0 − 0 + 11

= 0 − 0 + 11

= 0 + 11

= 11

Copie 5 :

n = 6

$= 6^2 - 6 + 11 = 41$

= 36 − 6 + 11

= 30 + 11

= 41

41 est un nombre premier

n = 11

$= 11^2 - 11 + 11 =$

= 121 − 11 + 11

= 110 + 11

= 121

121 = 1 × 121

= 11 × 11

121 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 11

Donc l'affirmation que $n^2 - n + 11$ est toujours un nombre premier est fausse.

(~~n = 11~~ pour n = 11 l'affirmation n'est pas valider)

Deuxième mise en œuvre : (En 5ème, travail de groupes avec rédaction d'affiches et débats, durée : une à deux séances)

Extrait de « Initiation au raisonnement déductif au collège », Arsac, Chapiron, Colonna, Guichard, Mante, PUF

Dans l'expression n x n – n + 11,
si on remplace n par n'importe quel entier naturel,
obtient-on toujours un nombre
qui a exactement deux diviseurs ?

<u>Consigne 2 :</u> **Analyser les affiches ci-dessous produites par les différents groupes**

A OUI

Le résultat n'a toujours que 2 diviseurs car c'est tout le temps un nombre premier (donc impair), car le premier résultat (qui est N x N – N) est égal à un nombre pair donc celui-ci + 11 = un nombre premier (impair).

1er résultat = un nombre pair parce que N x N - N égale N multiplié par son premier nombre inférieur :

exemple :

5 x 5 – 5 + 11 = 20 + 11 = 31 5 x 4

8 x 8 – 8 + 11 = 56 + 11 = 67 8 x 7

B

Exemples 17 x 17 – 17 + 11 = 303

10 x 10 – 10 + 11 = 79

Réponse : on obtient toujours un résultat qui n'a que deux diviseurs (lui-même et 1).

Remarque : 11 est un nombre premier. Avec 11, le résultat est un nombre premier. Si on change 11 avec un nombre pair comme 12, le résultat sera un nombre pair (le résultat aura plusieurs diviseurs).

1) ex : 17 x 17 – 17 + 12 = 288
nombres pairs

2) ex : 10 x 10 – 10 + 12 = 88
nombres pairs

C

On trouvera toujours un nombre qui a deux diviseurs car 11 est un nombre premier et donnera toujours comme résultat un nombre se divisant seulement par lui-même et par 1.

exemple :

* avec 11 : 15 x 15 - 15 + 11 = 221
nombre premier
* avec 12 : 15 x 15 - 15 + 12 = 222
nombre qui n'est pas premier

Nombres : 1 ; 222 ; 2 ; 3 ; 6 ; 37 : ...

D

Oui car un entier a au moins deux diviseurs (lui-même et 1). 1 est le seul nombre qui a un seul diviseur (1).

Là, ils auront seulement 2 diviseurs car il faut additionner 11 au nombre choisi pour remplacer n et cela donnera un nombre premier, sauf pour 11.

Ex : 5 x 5 – 5 + 11 = 31 ici 5 = n
il aura comme diviseurs 1 et 31

Ex : 1 x 1 – 1 + 11 = 11 ici 1 = n
il aura comme diviseurs 1 et 11

Ex : 3 x 3 – 3 + 11 = 17 ici 3 = n
il aura comme diviseurs 1 et 17

Avec 11, le nombre final ne sera pas un nombre premier.

Ex : 11 x 11 – 11 + 11 = 121 ici 11 = n
il aura comme diviseurs 1 ; 121 ; 11.

E

On n'obtient pas toujours un nombre premier.

Exemple : 11 x 11 – 11 + 11 = 121 qui est divisible par plus de deux nombres : 11 ; 121; 1.