

Extraits des œuvres d'Archimède (vers -287 - -212)

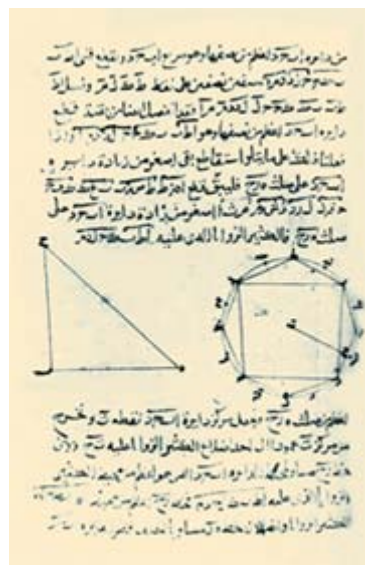
Sources

[5] Archimède *Œuvres d'Archimède* (trad. Peyrard), F. Buisson éditeur, Paris, 1807.

En ligne sur <http://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/table.htm> ou sur Gallica

[6] IREM *Aux origines du calcul infinitésimal*, Ellipses, 1999.

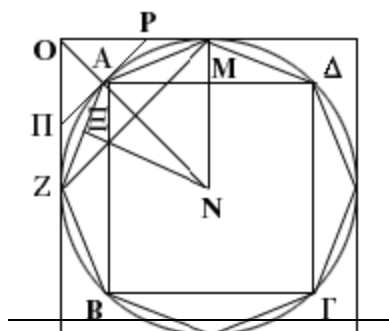
La première proposition de la mesure du cercle. Manuscrits grec, arabe et hébreu.¹



Archimède : La mesure du cercle²

PROPOSITION PREMIÈRE. UN cercle quelconque est égal à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est égal au rayon de ce cercle, et dont l'autre côté de l'angle droit est égal à la circonférence de ce même cercle.

Que $AB\Gamma\Delta$ soit le cercle proposé Je dis que ce cercle est égal au triangle E.



¹ Source : [2] chapitre 7.

² [5]

Que le cercle soit plus grand, si cela est possible. Inscrivons dans ce cercle le carré $A\Gamma$, et partageons les arcs en deux parties égales jusqu'à ce que la somme des segments restants soit plus petite que l'excès du cercle sur le triangle (1, 6); on aura une figure rectiligne qui sera encore plus grande que le triangle (α). Prenons le centre N, et menons la perpendiculaire $N\Xi$; la perpendiculaire $N\Xi$ sera plus petite qu'un des côtés de l'angle droit du triangle E. Mais le contour de la figure rectiligne est encore plus petit que l'autre côté de l'angle droit de ce même triangle, puisque le contour de cette figure est plus petit que la circonférence du cercle (1, 1). Donc la figure rectiligne est plus petite que le triangle, ce qui est absurde (β).

Que le cercle soit plus petit que le triangle E, si cela est possible. Circonscrivons un carré à ce cercle, et partageons les arcs en deux parties égales, et par les points de division, menons des tangentes. Puisque l'angle OAP est droit, la droite OP est plus grande que la droite MP, à cause que MP est égal à PA. Donc le triangle POI est plus grand que la moitié de la figure OZAM (γ). Que les segments restants soient tels que PZA et que la somme de ces segments soit moindre que l'excès du triangle E sur le cercle $AB\Gamma\Delta$. La figure rectiligne sera encore plus petite que le triangle E. Ce qui est absurde, puisque cette figure est plus grande, à cause que NA est égale à la hauteur du triangle, et que le contour de cette figure est plus grand que la base de ce même triangle.

Donc le cercle est égal au triangle E.

(...)

PROPOSITION III. La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre, qui est plus petite que le septième de ce diamètre, et plus grande que les $10/71^e$ de ce même diamètre.

Déjà dans les *Eléments* ...

Livre X, proposition 1³ : Deux grandeurs inégales étant proposées, si de la plus grande est retranchée une grandeur plus grande que sa moitié, puis du reste une grandeur plus grande que sa moitié, et que ceci soit toujours poursuivi, une certaine grandeur restera, laquelle sera plus petite que la plus petite grandeur proposée.

Livre XII, proposition 1⁴. Théorème : les polygones semblables inscrits dans des cercles sont entre eux comme les carrés des diamètres.

(...)

Livre XII, proposition 2⁵. Théorème : les cercles sont entre eux comme les carrés de leurs diamètres.

(...)

³ [1] vol.3, p.87.

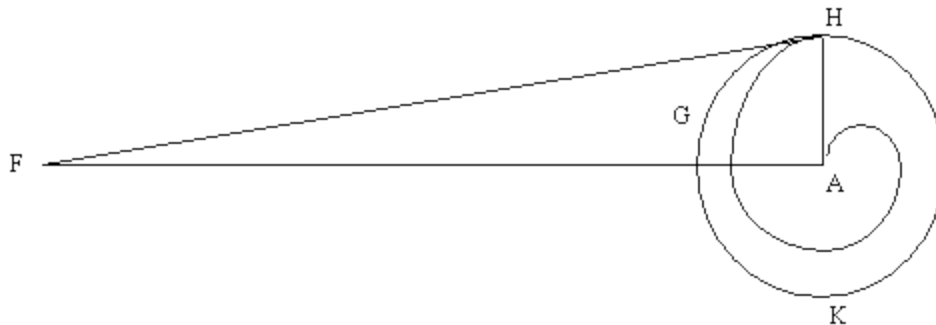
⁴ [3]

⁵ [3]

Retour à Archimède : Des spirales⁶

Définition : Si une droite menée dans un plan, une de ses extrémités restant immobile, tourne avec une vitesse uniforme jusqu'à ce qu'elle soit revenue au même endroit d'où elle avait commencé à se mouvoir, et si dans la ligne qui a tourné, un point se meut avec une vitesse uniforme en partant du point immobile de cette ligne, ce point décrira une hélice.

(...)



Proposition 18. Si une hélice décrite dans la première révolution est touchée à son extrémité par une droite; si du point qui est le commencement de l'hélice, on élève une perpendiculaire sur la droite qui est le commencement de la révolution, cette perpendiculaire, rencontrera la tangente, et la partie de cette perpendiculaire comprise entre la tangente et le commencement de l'hélice sera égale à la circonférence du premier cercle.

(...)

Proposition 24. La surface qui est comprise par une hélice décrite dans la première révolution, et par la première des droites qui sont dans le commencement de la révolution, est la troisième partie du, premier cercle.

Archimède : la méthode relative aux théorèmes mécaniques (méthode des pesées, méthode à Eratosthène)⁷

Archimède à Eratosthène, prospérité !

(...) j'ai jugé à propos de te décrire, et de développer dans ce même livre, les propriétés caractéristiques d'une méthode qui te permettra d'aborder certaines propositions mathématiques par le biais de la mécanique. Mais je suis persuadé que cet outillage peut servir dans la démonstration des théorèmes ; certaines propriétés, en effet, qui m'étaient d'abord apparues comme évidentes par la mécanique, ont été démontrées plus tard par la géométrie, parce qu'une étude faite par cette méthode n'est pas susceptible de démonstration ; car il est plus aisé d'édifier la démonstration après avoir acquis préalablement quelque connaissance des objets de la recherche au moyen de cette méthode que de chercher sans la moindre connaissance.

(...)

⁶ [5] pour le texte, [2] pour la figure.

⁷ Cité dans [6] p.46-50. Ce texte est souvent nommé *Méthode à Eratosthène*.

Lemmes.

1 Si on retranche une grandeur d'une grandeur, et si le même point est centre de gravité à la fois de la grandeur entière et de la grandeur retranchée, ce même point est le centre de gravité de la grandeur qui reste.

2. Si une grandeur est retranchée d'une grandeur sans que le même point soit centre de gravité à la fois de la grandeur entière et de la grandeur retranchée, le centre de gravité de la grandeur restante est situé sur le prolongement de la droite joignant les centres de gravité de la grandeur entière et de la partie retranchée, à l'extrémité d'un segment découpé dont le rapport au segment compris entre les centres de gravité indiqués est égal au rapport entre le poids de la grandeur retranchée au poids de la grandeur restante.

3. Si les centres de gravité d'un nombre aussi élevé qu'on voudra de grandeurs sont situés sur la même droite, le centre de gravité de la grandeur composée de toutes ces grandeurs sera, lui aussi, situé sur la même droite.

4. Le centre de gravité de tout segment de droite est le point qui divise le segment en deux parties égales.

5. Dans tout triangle le centre de gravité est le point d'intersection des droites menées des sommets du triangle aux milieux des côtés.

6. Dans tout parallélogramme le centre de gravité est le point de rencontre des diagonales.

[Proposition] I.

Soit le segment $AB\Gamma$ compris entre la droite $A\Gamma$ et la parabole $AB\Gamma$; divisons $A\Gamma$ en deux parties égales par le point Δ , menons la parallèle ΔBE au diamètre et les droites AB et $B\Gamma$ joignant B à A et à Γ . Je dis que le segment $AB\Gamma$ est équivalent aux quatre tiers du triangle $AB\Gamma$.

Menons des points A et Γ la droite AZ parallèle à ΔBE et la droite ΓZ tangente au segment et prolongeons ΓB jusqu'au point K ; soit ΓK

segment [de parabole] de la même manière que ΞO , le triangle $Z\Lambda\Gamma$ fera équilibre, en restant en place, au segment de parabole placé autour du centre de gravité Θ , l'équilibre se faisant par rapport au point K , de façon que le centre de gravité de la somme des deux grandeurs soit le point K . Divisons dès lors ΓK par le point X de manière que ΓK soit triple de KX ; le point X sera donc le centre de gravité du triangle $AZ\Gamma$, comme cela a été démontré dans le livre *Des Équilibres*. Du moment donc que le triangle $Z\Lambda\Gamma$, restant en place, fait équilibre, par rapport au point K , au segment $B\Lambda\Gamma$ placé autour du centre de gravité Θ , et que le centre de gravité du triangle $Z\Lambda\Gamma$ est le point X , le rapport du triangle $AZ\Gamma$ au segment $AB\Gamma$ placé autour du centre Θ est égal au rapport de ΘK à XK . Or ΘK est triple de KX ; il s'ensuit que le triangle $AZ\Gamma$ est à son tour triple du segment $AB\Gamma$. Mais le triangle $Z\Lambda\Gamma$ est aussi quadruple du triangle $AB\Gamma$, parce que ZK est égal à KA , et $A\Delta$ égal à $\Delta\Gamma$; par conséquent, le segment $AB\Gamma$ est équivalent aux quatre tiers du triangle $AB\Gamma$.