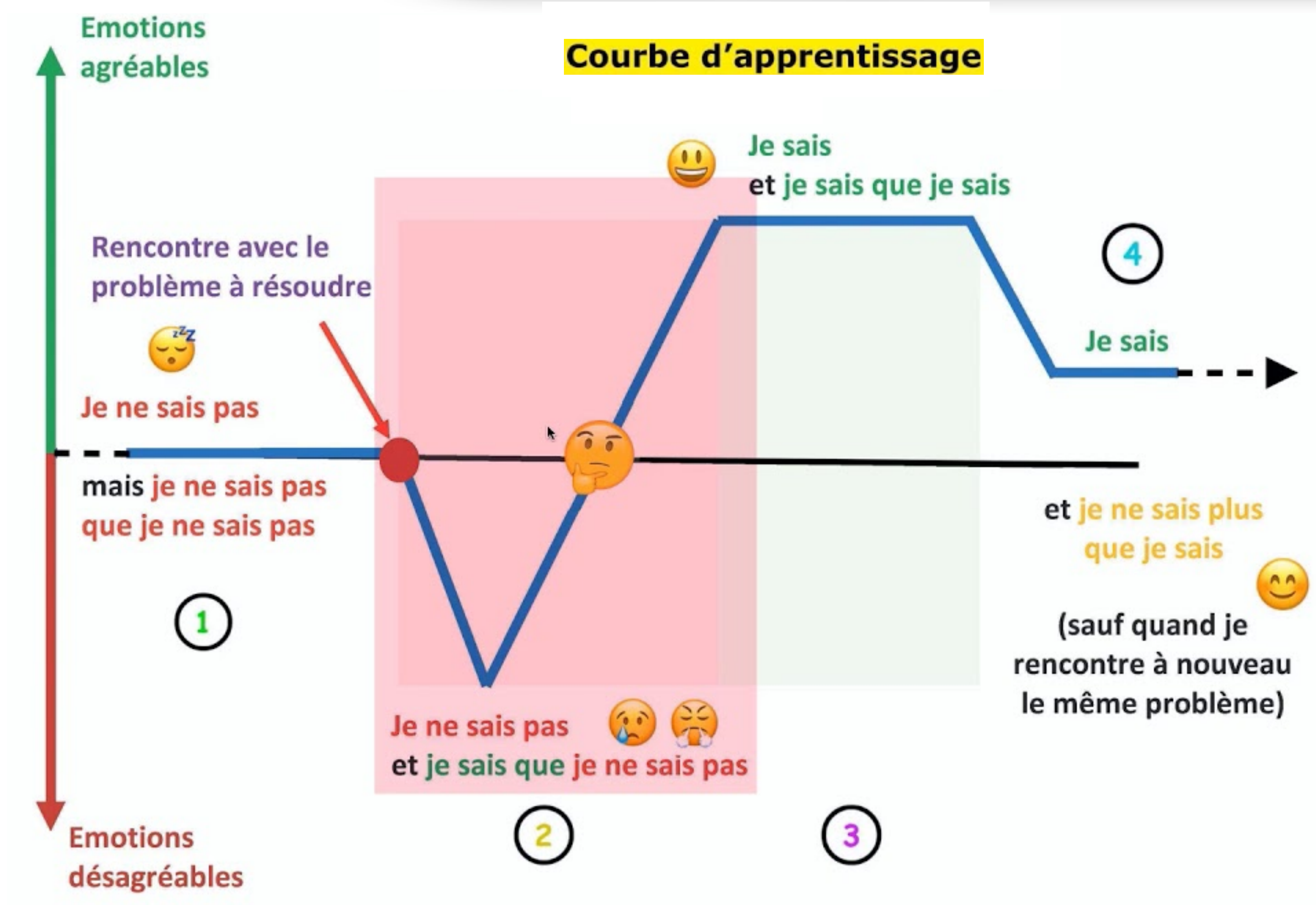
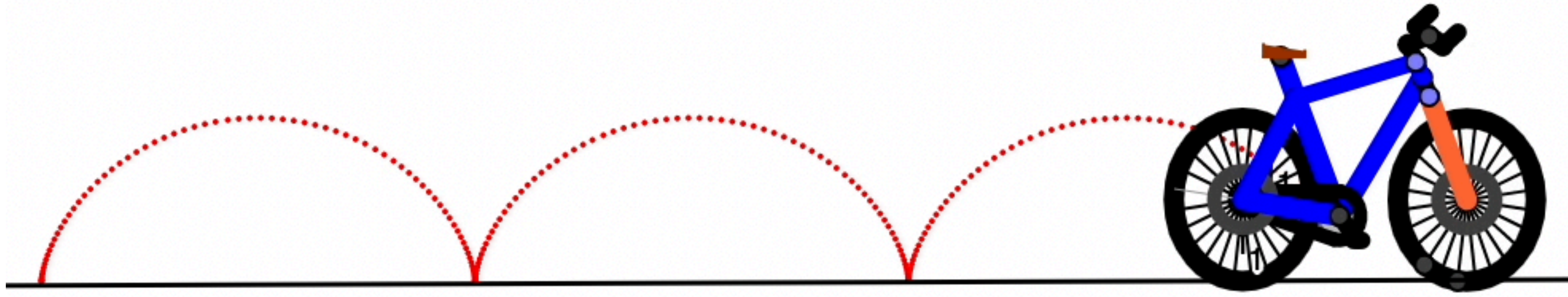
$0{,}999\ldots = 1$

Enseigner les fonctions en 2nde

$7 \times \ldots = 1$





guillaume.didier@inspe-paris.fr

Liste non exhaustive de documents sur la notion de fonction

Documents d'accompagnement de seconde en 2009 :

Les fonctions en 2nde

Articles issus de la revue petit'x :

Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans le cadre des fonctions

Variables et fonctions du collège au lycée

Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d'accéder au concept de fonction ou de variable dépendante.

Enseigner les fonctions linéaires : le point de vue de la co-variation

PLAN DE LA SÉANCE

Trace écrite de cours sur la notion de fonction

Introduire la notion de fonction

Types de tâches associées à la notion de fonction

Compétence «Modéliser» et notion de fonction

$0{,}999... = 1$

TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times ... = 1$

Consigne 6 :

Analyser ces trois définitions d'antécédent d'un nombre par une fonction.

DÉFINITION Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que a est **un antécédent** de b par la fonction f.

$f(a) = b$

Le nombre a est **un antécédent** de b par la fonction f.

Myriade 3ème

$\frac{a}{10^n}$

Définition

Si un nombre x a pour **image** le nombre y par une **fonction** f, on dit que x est un **antécédent** de y par la **fonction** f.

Antécédent x → Fonction f → Image $f(x)$ ou y

Mission indigo 3ème

DÉFINITION Lorsque l'image d'un nombre a par une fonction f est un nombre b (c'est-à-dire $f(a) = b$), on dit aussi que a est un **antécédent** de b par f.

Fonction f

$a \longmapsto b$

Un antécédent de b par f

Transmath 3ème

$0{,}999\ldots = 1$

TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times \ldots = 1$

<u>Définition :</u>

Soit b un nombre et f une fonction.

Tout nombre dont l'image par la fonction f est égale au nombre b est appelé un antécédent du nombre b la fonction f.

DÉFINITION Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que a est **un antécédent** de b par la fonction f.

$f(a) = b$

Le nombre a est **un antécédent** de b par la fonction f.

<u>Myriade 3ème</u>

$\dfrac{a}{10^n}$

Définition

Si un nombre x a pour **image** le nombre y par une **fonction** f, on dit que x est un **antécédent** de y par la **fonction** f.

Antécédent x → Fonction f → Image $f(x)$ ou y

<u>Mission indigo 3ème</u>

DÉFINITION Lorsque l'image d'un nombre a par une fonction f est un nombre b (c'est-à-dire $f(a) = b$), on dit aussi que a est un **antécédent** de b par f.

Fonction f

$a \longmapsto b$

Un antécédent de b par f

<u>Transmath 3ème</u>

$0{,}999\ldots = 1$

TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times \ldots = 1$

Déterminer l'image d'un nombre par une fonction

À partir de l'**expression algébrique** d'une fonction, on peut **calculer l'image** d'un nombre donné :

si $f : x \mapsto 2x + 5$,

l'image de 3 par f est 11

car

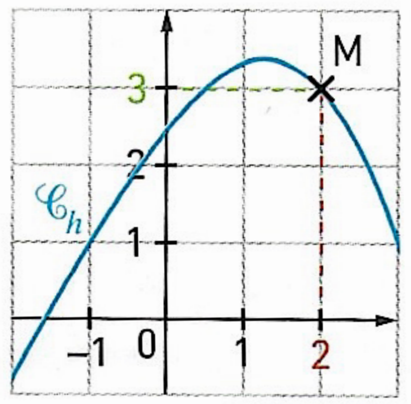
$f(3) = 2 \times 3 + 5$
$= 6 + 5$
$= 11$.

Dans **un tableau de valeurs** d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné :

x	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

L'image de -1 par g est 5.
$g(-1) = 5$.

Sur **une représentation graphique** d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné.



L'image de 2 par h est 3.
$h(2) = 3$

Déterminer un antécédent d'un nombre par une fonction

À partir de l'**expression algébrique** d'une fonction, on peut **vérifier si un nombre est un antécédent** d'un nombre donné :

si $f : x \mapsto 2x + 5$,

7,5 est un antécédent de 20 par f

car

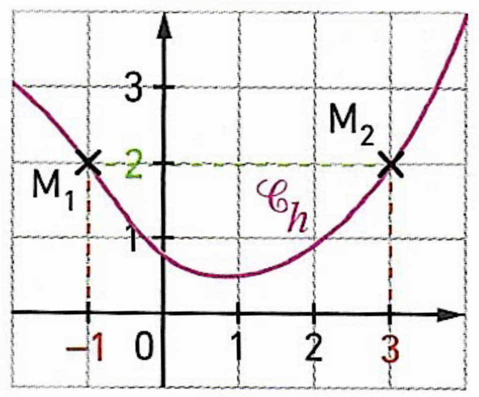
$f(7{,}5) = 2 \times 7{,}5 + 5 = 20$.

Dans **un tableau de valeurs** d'une fonction, on peut **lire un ou des antécédents** d'un nombre donné :

x	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

Un antécédent de -1 par g est 1.

Sur **une représentation graphique** d'une fonction, on peut **lire un ou des antécédents** d'un nombre donné :



Des antécédents de 2 par h sont -1 et 3.

Les démarches à suivre ne sont pas explicitées : comment lire un tableau de valeurs ou une représentation graphique d'une fonction pour lire l'image d'un nombre ou des antécédents d'un nombre ?

<u>**Myriade 3ème**</u>

$0{,}999\ldots = 1$

TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times \ldots = 1$

Méthode

- Pour **déterminer graphiquement l'image d'un nombre** x, on place x sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
- Pour **déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre** y, on place y sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

Mission indigo 3ème

Exemple

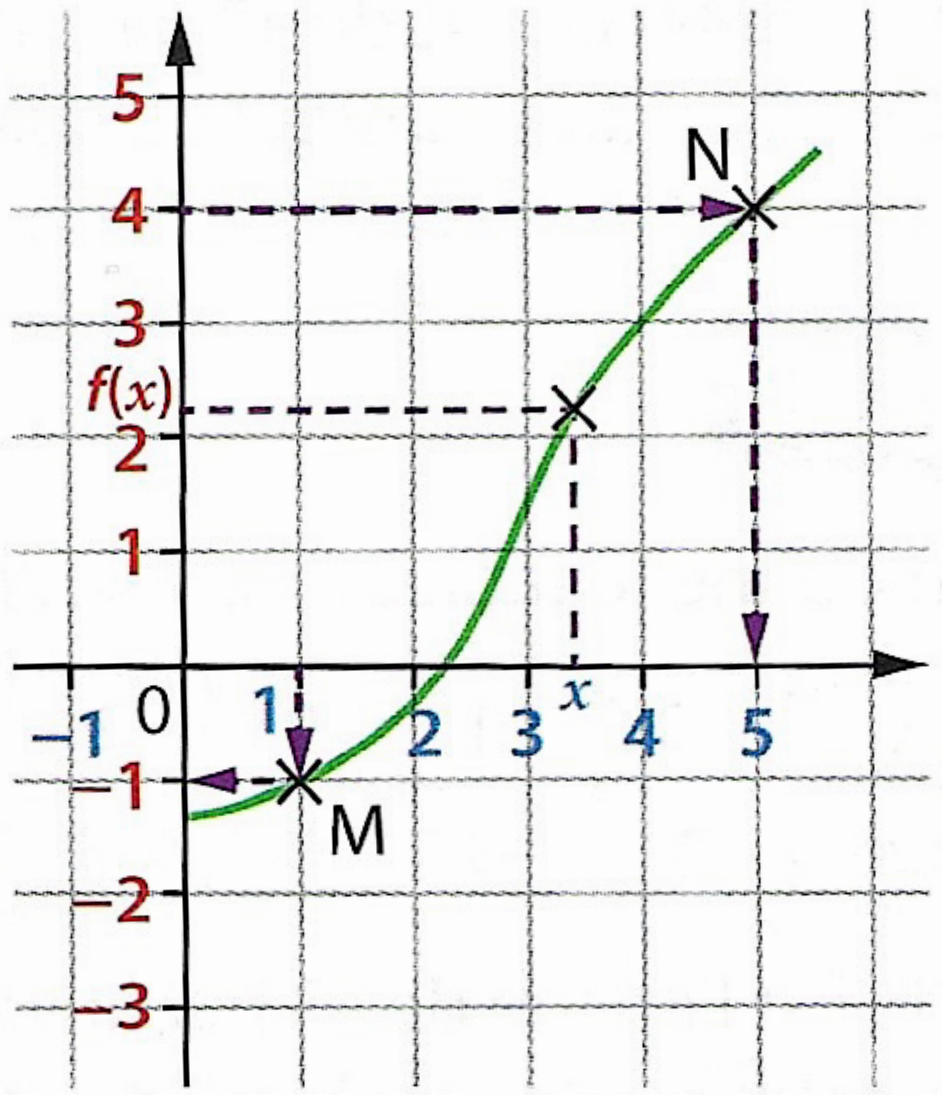
On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f.

- Pour déterminer graphiquement l'image de 1 par la fonction f, on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse 1 : il s'agit du point M dont l'ordonnée est égale à -1.

L'image de 1 est donc -1 c'est-à-dire $f(1) = -1$.

- Pour déterminer un antécédent de 4, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée 4 : il s'agit du point N qui a pour abscisse 5.

5 est donc un antécédent de 4 c'est-à-dire $f(5) = 4$.



Ici, il y a une explication mais elle n'est pas totalement explicite. Que signifie point(s) de la courbe correspondant(s) ?

Il est préférable d'utiliser une courbe représentative par méthode. Choisir aussi un nombre qui a plusieurs antécédents.

0,999... = 1

TRACE ÉCRITE DE COURS

7 × ... = 1

	Image d'un nombre A	Antécédents d'un nombre B
Expression de la fonction	On remplace x par le nombre A dans l'expression de la fonction.	On résout une équation. On cherche les valeurs de x pour lesquelles l'expression est égale au nombre b.
Tableau de valeurs	On repère le nombre a dans la 1ère ligne et on lit son image dans la 2ème ligne.	On repère dans la deuxième ligne le nombre b et on lit sur la 1ère ligne le(s) antécédents
Courbe de la fonction	On repère le nombre a sur l'axe des abscises. On trace un trait vertical jusqu'à la courbe puis un trait horizontal jusqu'à l'axe des ordonnées.	On repère le nombre b sur l'axe des ordonnées. On trace un trait horizontal jusqu'à la courbe puis un ou plusieur(s) trait(s) vertical(s) jusqu'à l'axe des abscisses.

Le point (a ; b) appartient à la courbe d'une fonction f à condition que b soit l'image du nombre a par la fonction f.

(a ; ....) → l'image de a

(.... ; b) un antécédent de b

Dans chaque registre, rendre explicite pour les élèves les démarches à suivre pour calculer l'image et un antécédent d'un nombre par une fonction

TRACE ÉCRITE DE COURS

<u>**Quelques conseils pour élaborer votre trace écrite de cours sur la notion de fonction :**</u>

- Choisir une dépendance entre deux grandeurs dans un registre puis la représenter dans d'autres registres

- Mettre un exemple d'une relation de dépendance qui ne se modélise pas par une fonction

- Être vigilant au niveau de la rigueur des définitions (image, antécédents et courbe représentative d'une fonction).

- Expliciter les démarches à suivre pour les changements de registres.

- Ne pas passer sous silence la construction d'une courbe représentative d'une fonction.

TRACE ÉCRITE DE COURS

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

$\frac{a}{10^n}$

Exemple d'une relation de dépendance qui ne se modélisent pas par une fonction

Tarifs Lettre recommandée France[1]

Tarifs Lettre recommandée vers la France[1]			
Poids jusqu'à…	R1	R2	R3
20 g	5,74 €	6,85 €	8,43 €
50 g	6,56 €	7,58 €	9,08 €
100 g	7,40 €	8,43 €	9,90 €
250 g	9,05 €	10,08 €	11,67 €
500 g	10,63 €	11,60 €	13,06 €
1 kg	12,23 €	13,25 €	14,70 €
2 kg	14,48 €	15,48 €	17,08 €
Avis de réception	1,40 €	1,40 €	1,40 €

- Niveau de recommandation R1 : 16 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie
- Niveau de recommandation R2 : 153 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie
- Niveau de recommandation R3 : 458 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie

$0,999... = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times ... = 1$

<u>Critères pour analyser la pertinence d'une situation pour introduire la notion de fonction</u>

- Le problème peut-il être résolu sans la notion de fonction ?

- La co-variation entre deux grandeurs dépendantes l'une de l'autre est-elle mise en avant ?

$\frac{a}{10^n}$

- L'emploi du registre algébrique est-il à la charge des élèves (comme pour le calcul littéral) ?

- Plusieurs registres de représentation sont-ils nécessaires pour pouvoir résoudre le problème ?

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

<u>**Critères pour analyser la pertinence d'une situation pour introduire la notion de fonction**</u>

- **Le problème peut-il être résolu sans la notion de fonction ?**
  La notion de fonction est un outil pour résoudre des problèmes (R.Douady).

- **La co-variation entre deux grandeurs dépendantes l'une de l'autre est-elle mise en avant ?**
  C'est une particularité essentielle de la notion de fonction (voir l'histoire du concept).

- **L'emploi du registre algébrique est-il à la charge des élèves (comme pour le calcul littéral) ?**

- **Plusieurs registres de représentation sont-ils nécessaires pour pouvoir résoudre le problème ?**
  L'articulation des différents registres permet d'acquérir une bonne compréhension
  de la notion de fonction (R.Duval).

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Consigne 7 :

Analyser la pertinence de cette situation pour introduire la notion de fonction.

Je découvre

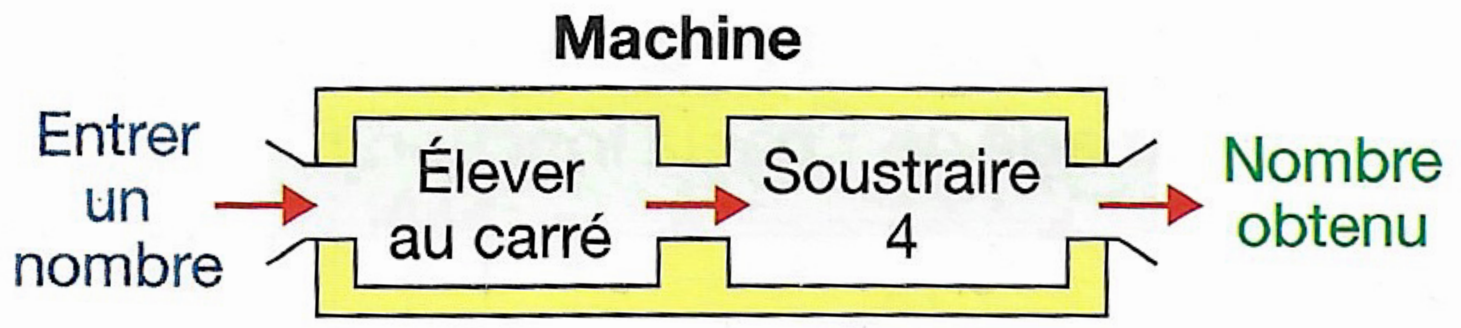
ACTIVITÉ 1

Définir une fonction avec un programme de calcul

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Élever au carré.
- Soustraire 4.
- Écrire le nombre obtenu.

Il peut être représenté par la machine ci-dessous.



1 **a.** Vérifier qu'en choisissant le nombre 4, on obtient 12.

b. Quel nombre obtient-on lorsqu'on choisit au départ le nombre 7 ? le nombre –7 ?

c. Quels nombres peut-on choisir pour obtenir 0 ?

2 À un nombre x de départ, ce programme associe le nombre $x^2 - 4$.

On dit que l'on définit **la fonction** qui à un nombre x (la variable), associe son **image** $x^2 - 4$.

Par la suite, on note f cette fonction ; l'image de x par f est notée $f(x)$ (lire « f de x »).

Ainsi, $f(x) = x^2 - 4$.

a. Vérifier que $f(4) = 12$.

b. Comment note-t-on l'image de –1 par la fonction f ? Calculer cette image.

c. Trouver les nombres qui ont pour image 21 par la fonction f.

On dit que ces nombres sont les **antécédents** de 21 par cette fonction.

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Consigne 7 :

Analyser la pertinence de cette situation pour introduire la notion de fonction.

Toute la question 1 ne nécessite pas la notion de fonction.
Toute la question 2 n'a pas de sens car les fonctions n'apportent pas une plus-value par rapport aux anciennes connaissances.
La modélisation par une expression littérale est donnée.
L'articulation entre les registres n'est pas possible car certains registres sont absents ou ne sont pas à la charge de l'élève.

Je découvre

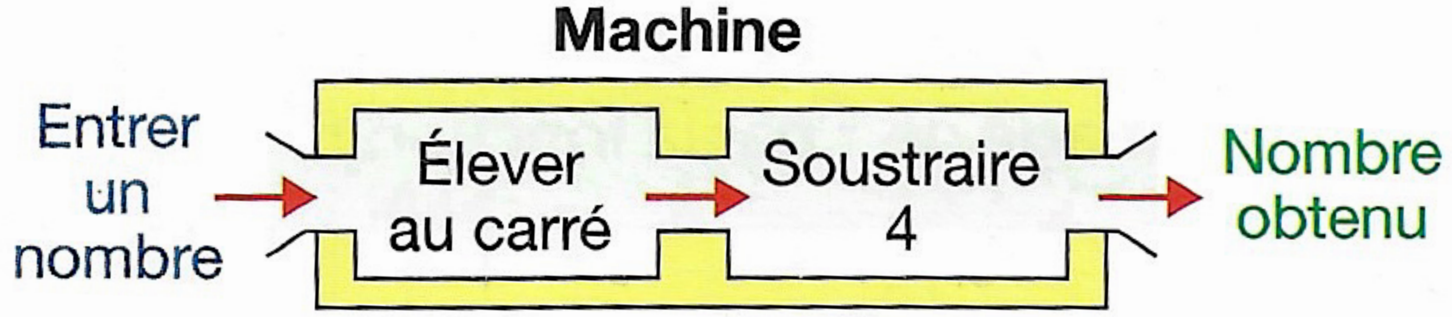
ACTIVITÉ 1

Définir une fonction avec un programme de calcul

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Élever au carré.
- Soustraire 4.
- Écrire le nombre obtenu.

Il peut être représenté par la machine ci-dessous.



1 **a.** Vérifier qu'en choisissant le nombre 4, on obtient 12.
b. Quel nombre obtient-on lorsqu'on choisit au départ le nombre 7 ? le nombre −7 ?
c. Quels nombres peut-on choisir pour obtenir 0 ?

2 À un nombre x de départ, ce programme associe le nombre $x^2 - 4$.
On dit que l'on définit **la fonction** qui à un nombre x (la variable), associe son **image** $x^2 - 4$.
Par la suite, on note f cette fonction ; l'image de x par f est notée $f(x)$ (lire « f de x »).
Ainsi, $f(x) = x^2 - 4$.
a. Vérifier que $f(4) = 12$.
b. Comment note-t-on l'image de −1 par la fonction f ? Calculer cette image.
c. Trouver les nombres qui ont pour image 21 par la fonction f.
On dit que ces nombres sont les **antécédents** de 21 par cette fonction.

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

<u>Consigne 8 :</u>

Quels sont les types de problèmes dont la résolution nécessite obligatoirement d'utiliser la notion de fonction ?

Lequel vous semble-t-il le plus approprié pour introduire la notion de fonction au cycle 4 ?

$\frac{a}{10^n}$

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

<u>Consigne 8 :</u>
Quels sont les types de problèmes dont la résolution nécessite obligatoirement d'utiliser la notion de fonction ?
Lequel vous semble-t-il le plus approprié pour introduire la notion de fonction au cycle 4 ?

$\frac{a}{10^n}$

- Problème d'optimisation : recherche d'extremums
- Étude des variations et de la co-variation : évolution d'une relation de dépendance
- Problème d'interpolation

$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

<u>Consigne 8 :</u>
Quels sont les types de problèmes dont la résolution nécessite obligatoirement d'utiliser la notion de fonction ?
Lequel vous semble-t-il le plus approprié pour introduire la notion de fonction au cycle 4 ?

- Problème d'optimisation : recherche d'extremums ← **Source de bonnes situations pour introduire la notion de fonction**
- Étude des variations et de la co-variation : évolution d'une relation de dépendance
- Problème d'interpolation

Pas facile à utiliser avec des élèves (→ Problème d'interpolation)

Pour la 2nde ou pour introduire les fonctions affines (→ Étude des variations et de la co-variation)

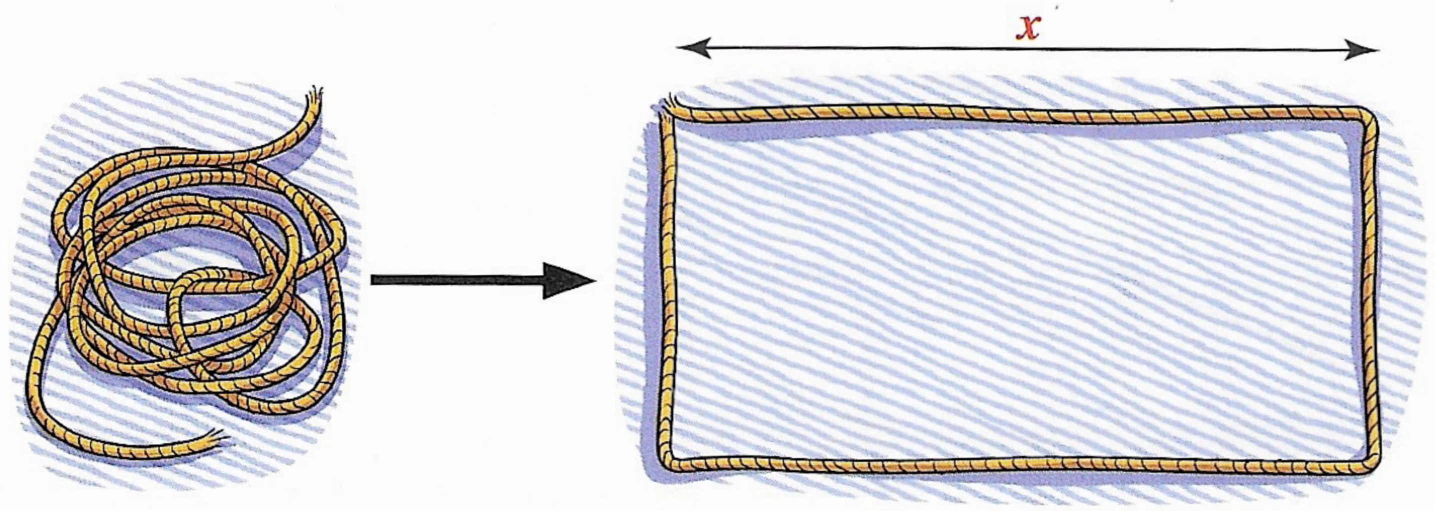
$0,999... = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times ... = 1$

Activité 1 — **Découvrir la notion de fonction** — OBJECTIF 1

Avec une corde de longueur 11 m étendue sur le sol, on fabrique un rectangle.
On désigne par x la longueur en mètres d'un côté de ce rectangle.



La longueur x est appelée la « variable » de la situation.

1 **a.** Quelles sont les dimensions du rectangle lorsque $x = 1$ m ?
Calculer l'aire du rectangle dans ce cas.
b. Mêmes questions pour $x = 2$ m.

2 **a.** Exprimer les dimensions du rectangle en fonction de x.
b. Démontrer que l'aire $A(x)$ du rectangle en m² s'exprime, en fonction de x, par la formule : $A(x) = 5{,}5x - x^2$.

On écrit $A(x)$ car l'aire dépend de la longueur x.
$A(x)$ se lit « A de x ».

3 On cherche la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est la plus grande possible.
a. Pour les différentes valeurs de x données dans le tableau, calculer l'aire $A(x)$ du rectangle.

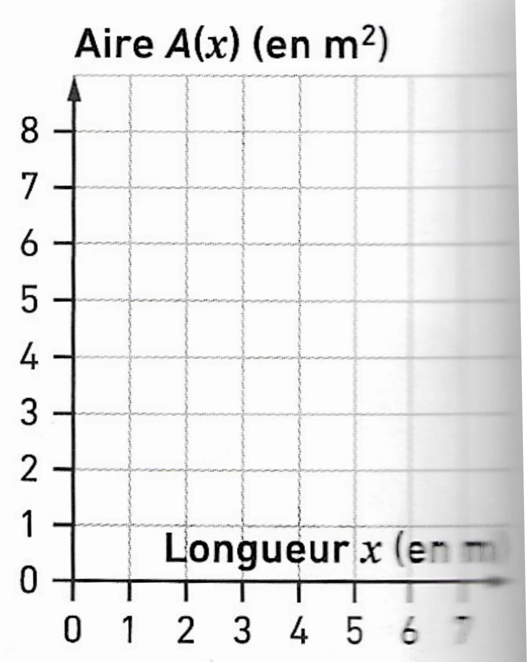
x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$A(x)$	4,5								

On écrit $A(1) = 4{,}5$.
Cela signifie que, pour $x = 1$ m, l'aire est égale à 4,5 m².

b. Pour quelle valeur de x, l'aire du rectangle semble-t-elle la plus grande ?

Myriade 3ème

4 **a.** Recopier le repère ci-contre, puis y placer tous les points dont les coordonnées (x ; $A(x)$) sont données dans le tableau précédent.



Tu dois placer, par exemple, le point de coordonnées (1 ; 4,5).

b. Décrire comment l'aire du rectangle semble évoluer lorsque la longueur x augmente.
c. Estimer graphiquement l'aire maximale du rectangle.

Consigne 3 :

Modifier l'activité suivante pour qu'elle respecte les critères permettant d'analyser la pertinence d'une situation d'introduction pour la notion de fonction.

0,999… = 1

7 × … = 1

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

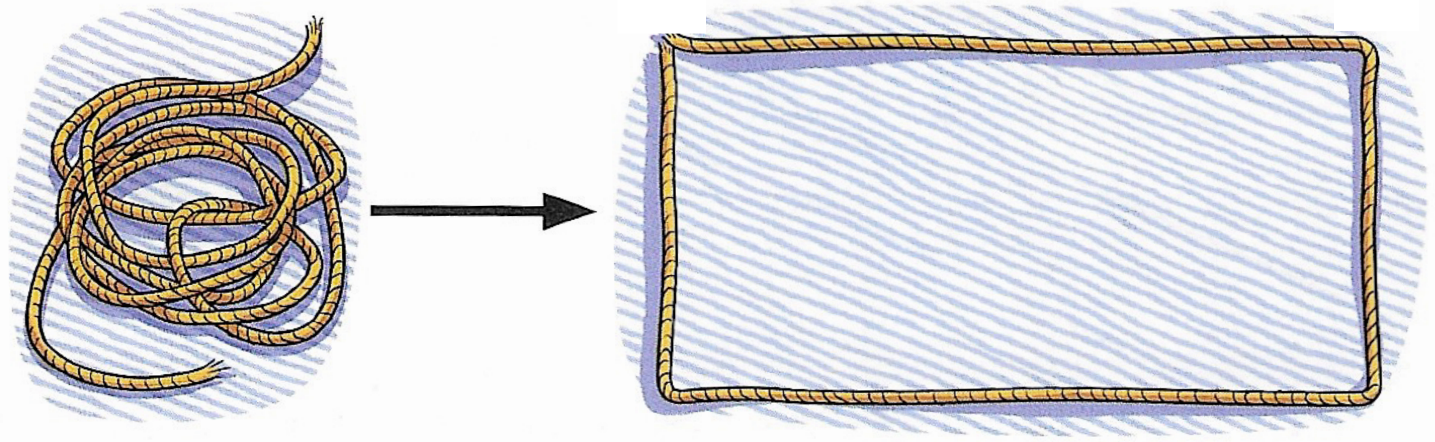
Activité 1

Découvrir la notion de fonction

OBJECTIF 1

Avec une corde de longueur 11 m étendue sur le sol, on fabrique un rectangle.
~~On désigne par x la longueur en mètres d'un côté de ce rectangle.~~

A ~~x~~ B



~~La longueur x est appelée la « variable » de la situation.~~

~~**1** a. Quelles sont les dimensions du rectangle lorsque $x = 1$ m ? Calculer l'aire du rectangle dans ce cas.~~
~~b. Mêmes questions pour $x = 2$ m.~~

~~**2** a. Exprimer les dimensions du rectangle en fonction de x.~~
~~b. Démontrer que l'aire $A(x)$ du rectangle en m² s'exprime, en fonction de x, par la formule : $A(x) = 5,5x - x^2$.~~

~~On écrit $A(x)$ car l'aire dépend de la longueur x. $A(x)$ se lit « A de x ».~~

~~**3** On cherche la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est la plus grande possible.~~
~~a. Pour les différentes valeurs de x données dans le tableau, calculer l'aire $A(x)$ du rectangle.~~

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$A(x)$	4,5								

Quelle est votre stratégie pour répondre à cette question ?

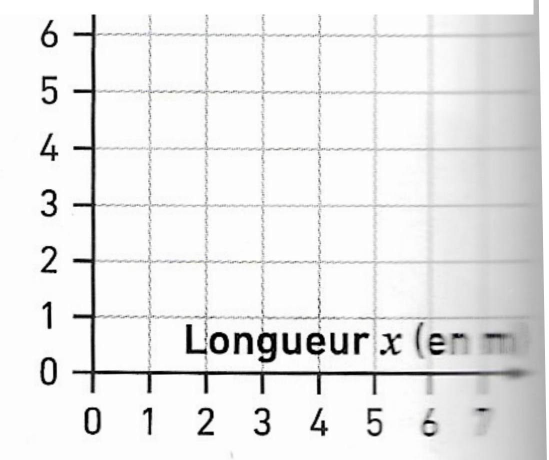
Quelle notion mathématique permet de calculer un grand nombre d'exemples ?

b. Pour quelle valeur AB 'aire du rectangle semble-t-elle la plus grande ?

Myriade 3ème

Comment représenter tous les exemples de façon à pouvoir visualiser très rapidement la solution du problème ?

Tu dois placer, par exemple, le point de coordonnées (1 ; 4,5).



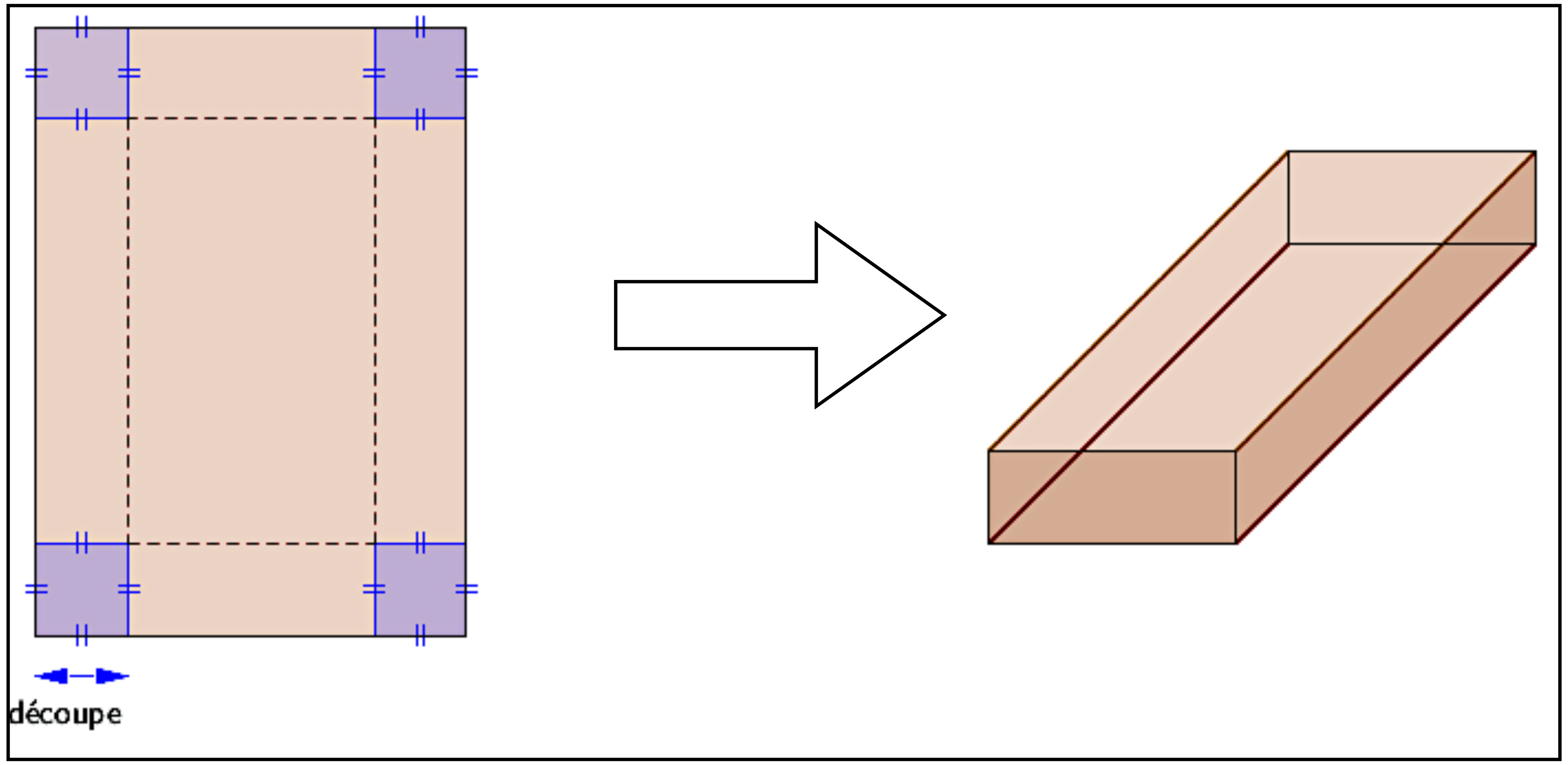
~~b. Décrire comment l'aire du rectangle semble évoluer lorsque la longueur x augmente.~~
~~c. Estimer graphiquement l'aire maximale du rectangle.~~

- Se demander si l'on peut supprimer des questions
- Réfléchir à l'étayage des élèves pour qu'ils construisent eux-même une démarche scientifique
- Ne pas donner toutes les questions en même temps

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

La boîte (présent dans de nombreuses ressources) :

A partir d'une plaque de carton rectangulaire (26 cm × 20 cm), en découpant quatre carrés dans les coins, l'entreprise MAXI-BOÎTE fabrique une boîte sans couvercle selon le principe ci-contre :



1) a) Fabriquer une telle boîte.
   b) Indiquer la longueur de la découpe et le volume de votre boîte.

Consigne 10 :

1) Quel(s) objectif(s) attribuez-vous à ces questions ?

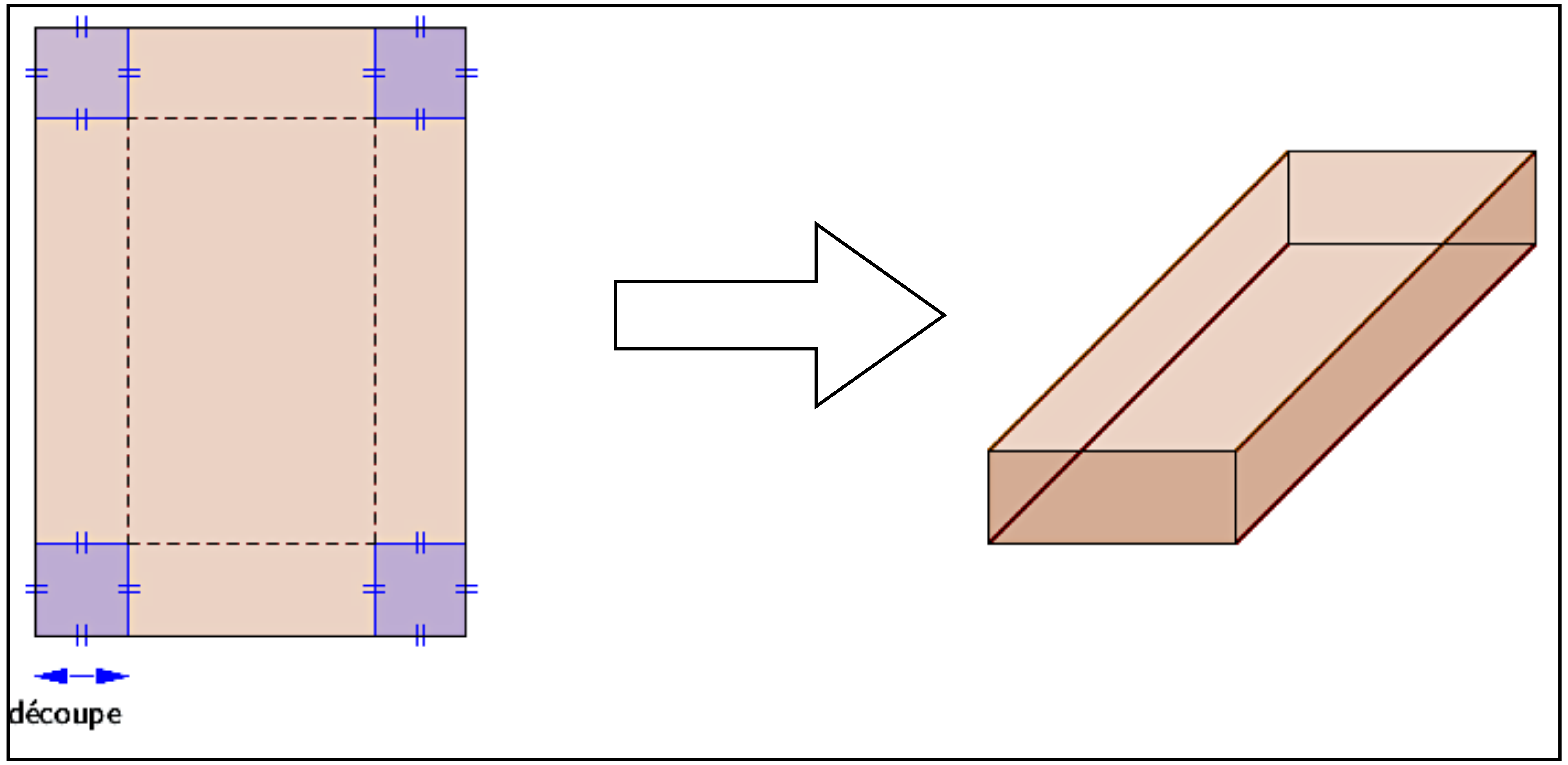
INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$0,999... = 1$

$7 \times ... = 1$

<u>La boîte</u> (présent dans de nombreuses ressources) :

A partir d'une plaque de carton rectangulaire (26 cm × 20 cm), en découpant quatre carrés dans les coins, l'entreprise MAXI-BOÎTE fabrique une boîte sans couvercle selon le principe ci-contre :



1) a) Fabriquer une telle boîte.
   b) Indiquer la longueur de la découpe et le volume de votre boîte.

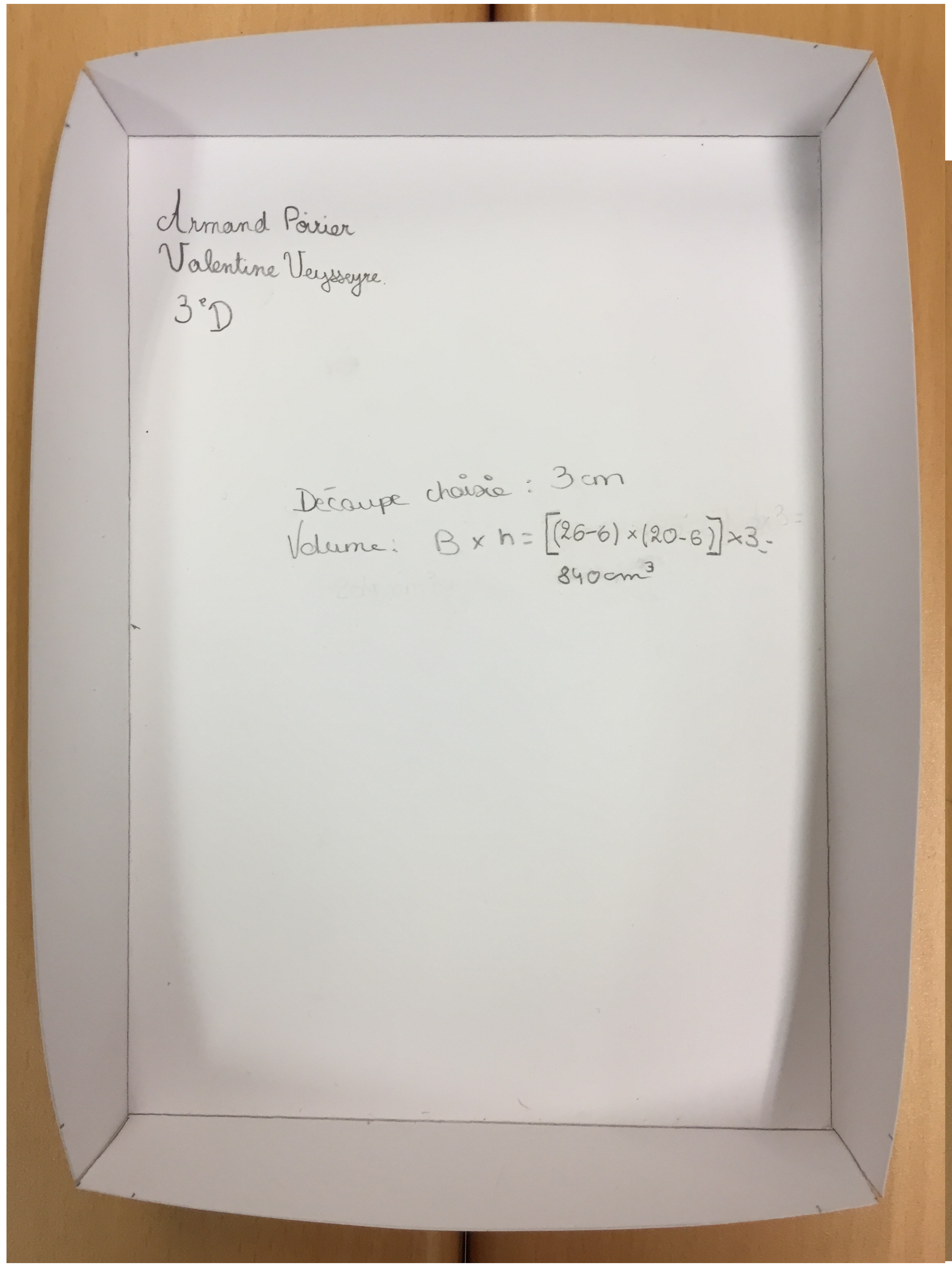
<u>Consigne 10 :</u>

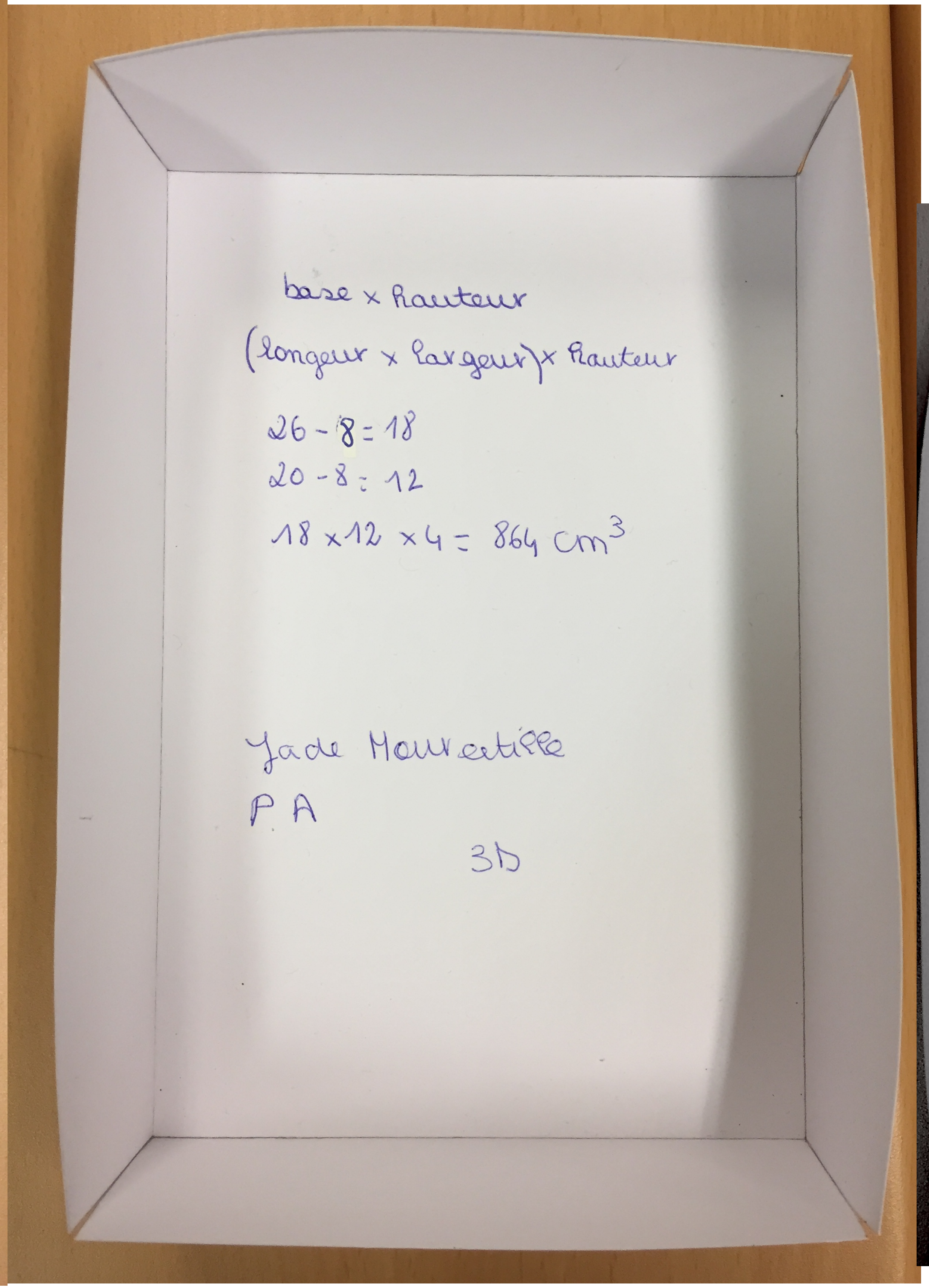
1) Quel(s) objectif(s) attribuez-vous à ces questions ?

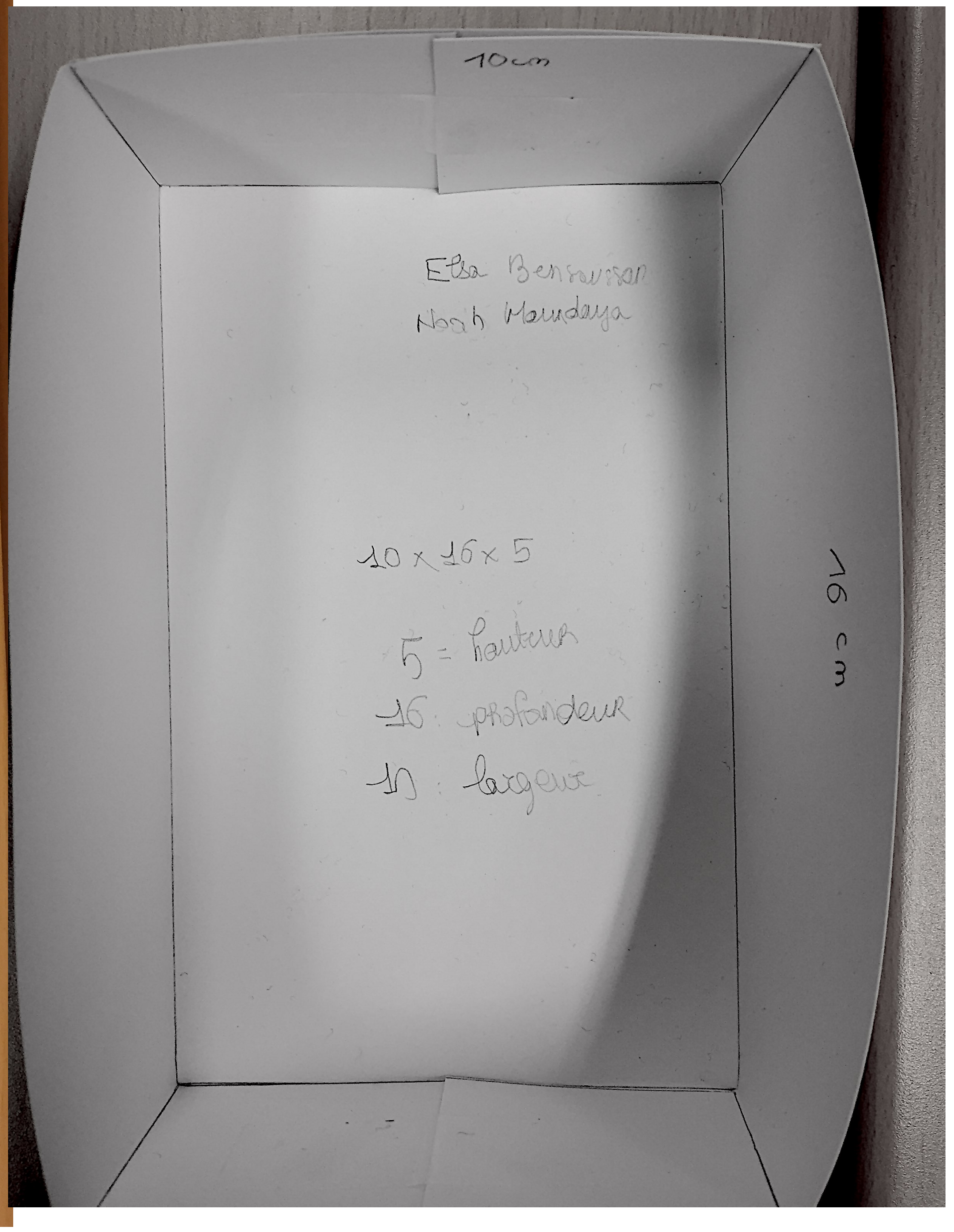
- S'assurer que tous les élèves ont compris le procédé de fabrication. En particulier que la hauteur de la boîte et la découpe ont la même longueur.
- Disposer d'un grand nombre d'exemples numériques pour faire émerger l'idée de co-variation

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

- Prévoir du scotch et des paires de ciseaux
- Choisir des feuilles un peu rigide (cartonnées)
- A faire durant à la fin d'une séance (pour les analyser)







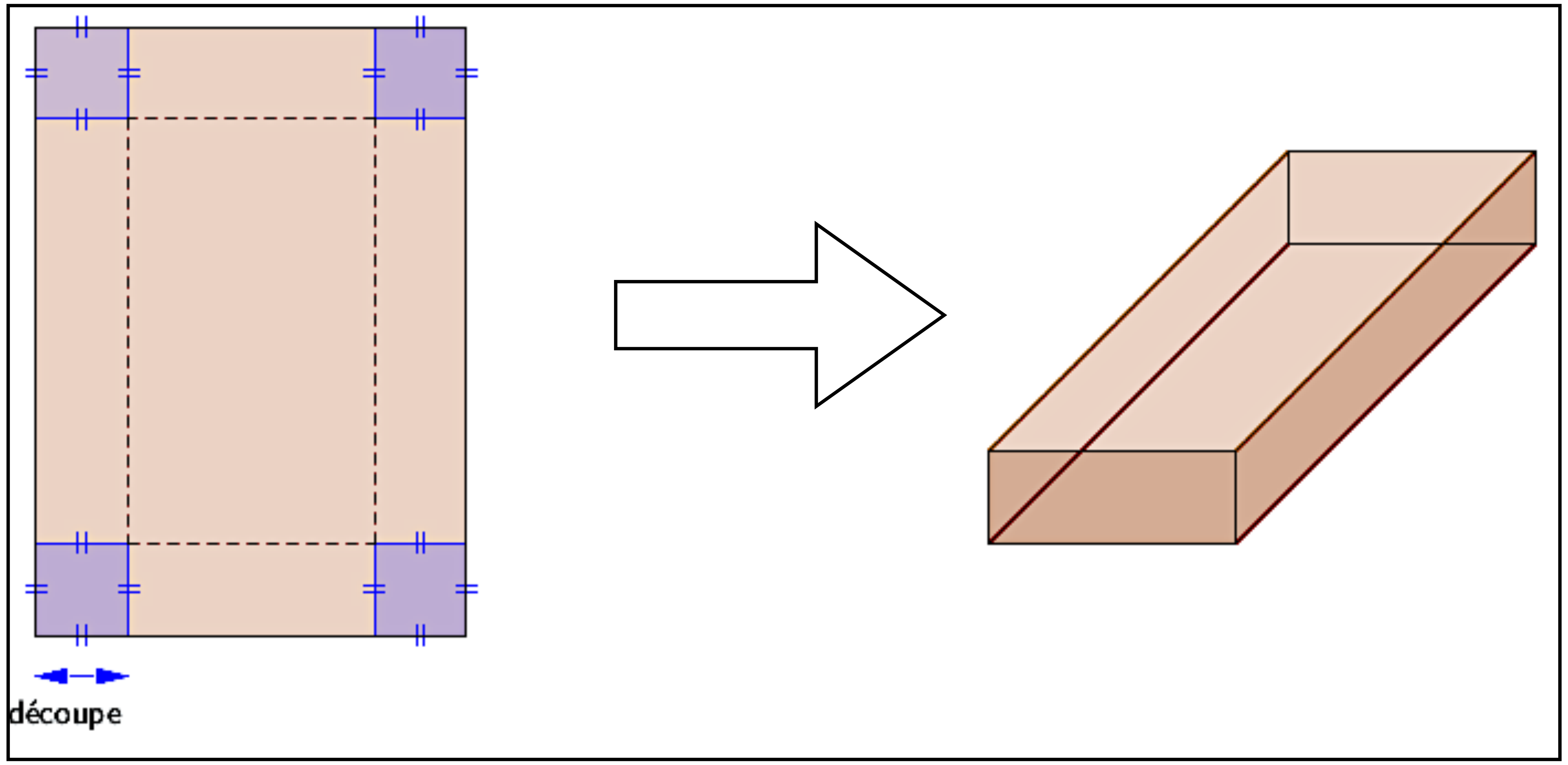
INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

<u>La boîte</u> (présent dans de nombreuses ressources) :

A partir d'une plaque de carton rectangulaire (26 cm × 20 cm), en découpant quatre carrés dans les coins, l'entreprise MAXI-BOÎTE fabrique une boîte sans couvercle selon le principe ci-contre :



2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

a) Le volume de la boîte est le même quelle que soit la longueur de la découpe.

b) Le volume de la boîte augmente lorsque la longueur de la découpe augmente.

c) Le volume de la boîte diminue lorsque la longueur de la découpe augmente.

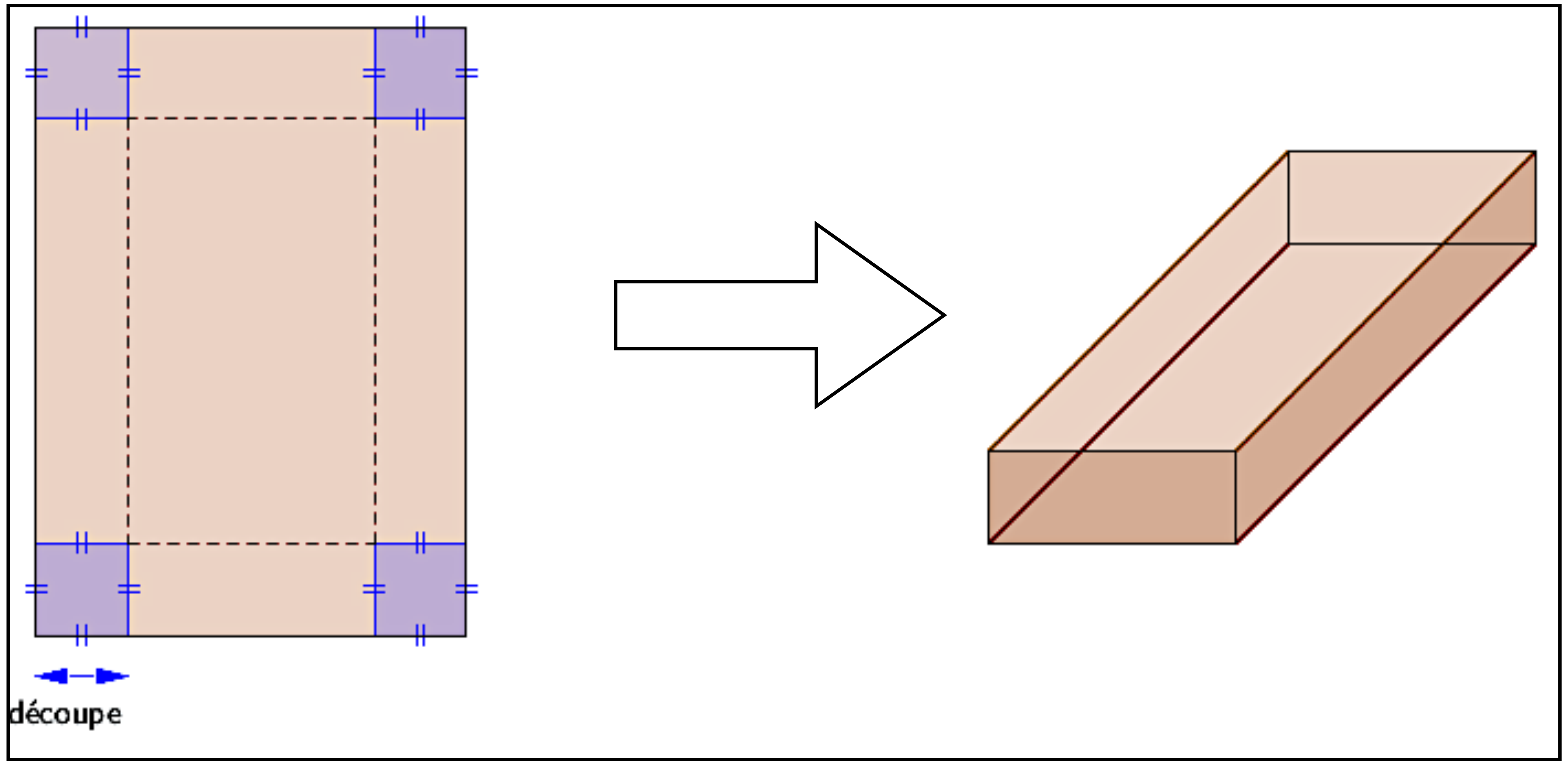
<u>Consigne 10 :</u>

2) Quel(s) objectif(s) attribuez-vous à la question 2 ?

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

La boîte (présent dans de nombreuses ressources) :

A partir d'une plaque de carton rectangulaire (26 cm × 20 cm), en découpant quatre carrés dans les coins, l'entreprise MAXI-BOÎTE fabrique une boîte sans couvercle selon le principe ci-contre :



2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

a) Le volume de la boîte est le même quelle que soit la longueur de la découpe.

b) Le volume de la boîte augmente lorsque la longueur de la découpe augmente.

c) Le volume de la boîte diminue lorsque la longueur de la découpe augmente.

Consigne 10 :

2) Quel(s) objectif(s) attribuez-vous à la question 2 ?

Déconstruire les fausses représentations de la relation de dépendance entre la longueur de la découpe et le volume de la boîte.

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

- Analyser en amont les exemples pour sélectionner des contre-exemples

Le volume reste constant. L'affirmation est fausse

+ la découpe est petite et + le volume est grand.

4 cm	864 cm³
3 cm	741 cm³

+ la découpe est grande et + le volume est grand.

4 cm	864 cm³
5 cm	800 cm³

Les deux affirmations sont fausses.

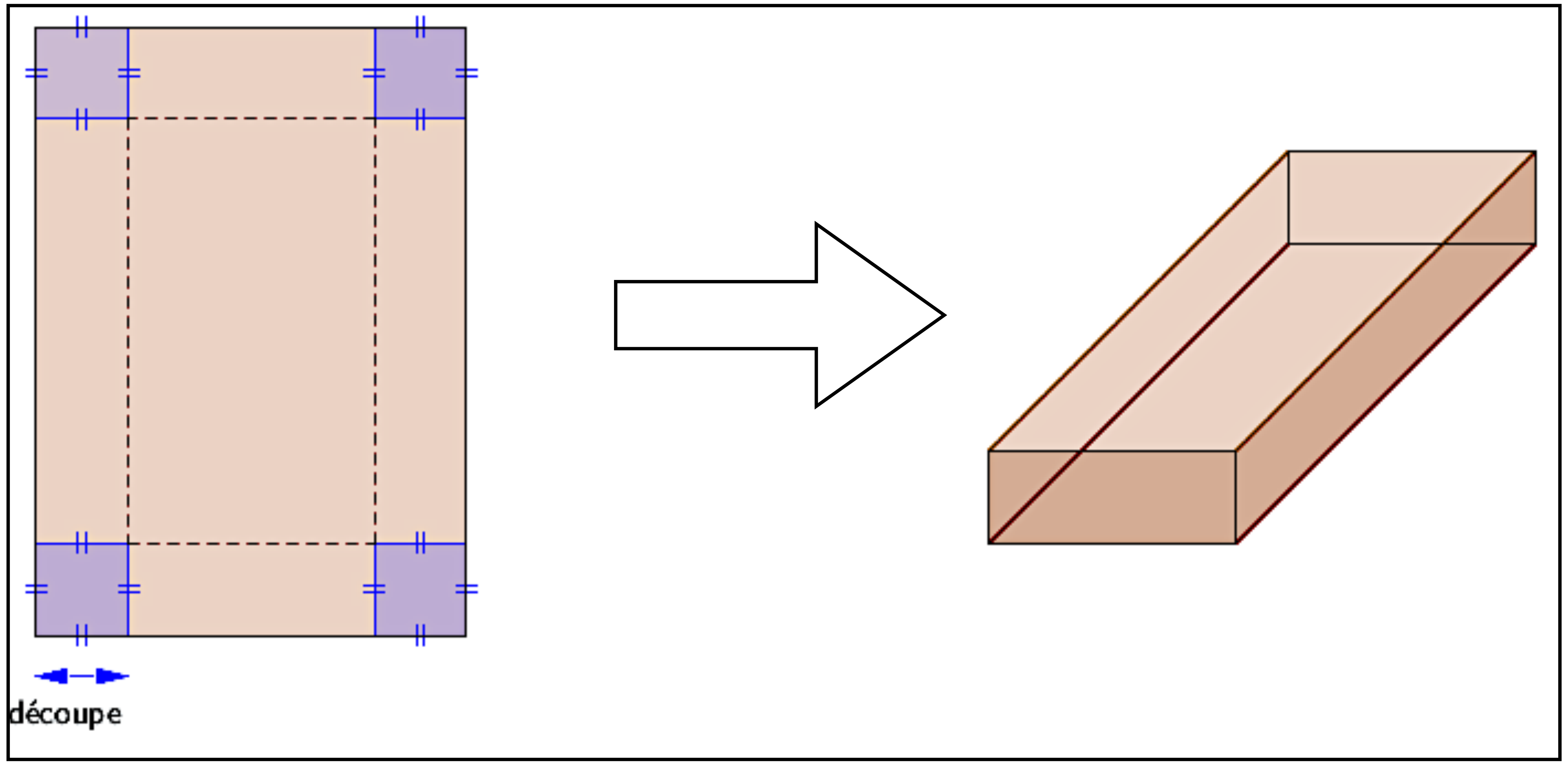
$\frac{a}{10^n}$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

3) Pour fabriquer une boîte sans couvercle de **volume maximal**, l'entreprise a besoin de connaître la longueur de la découpe à effectuer et d'inscrire sur la boîte les dimensions de celle-ci. Quelle la longueur de la découpe à effectuer va-t-elle choisir ?



__Consigne 10 :__

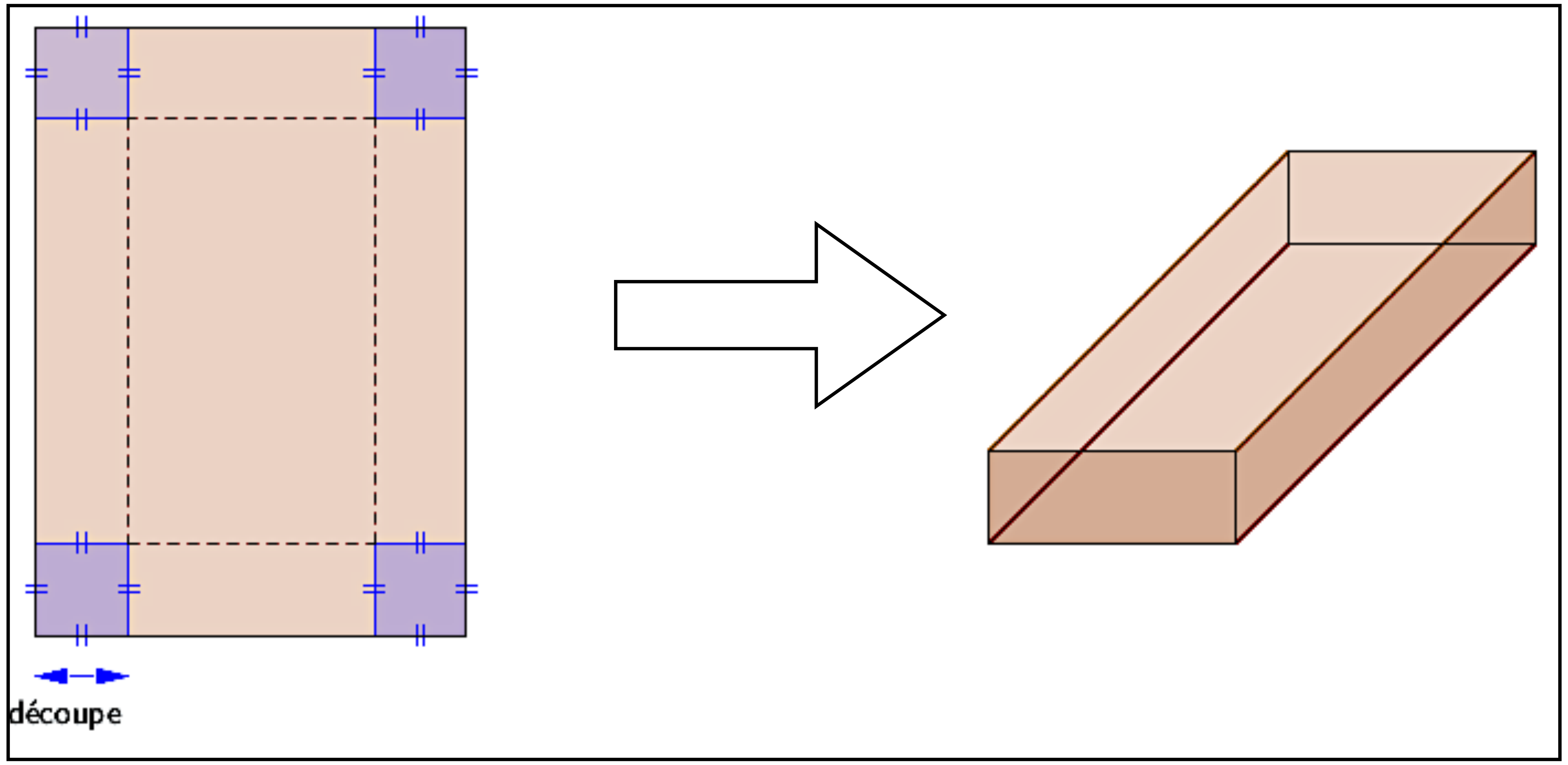
3) Quel scénario envisagez-vous lors de la question 3) tout en respectant les critères d'une bonne situation d'introduction pour la notion de fonction ?

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

3) Pour fabriquer une boîte sans couvercle de **volume maximal**, l'entreprise a besoin de connaître la longueur de la découpe à effectuer et d'inscrire sur la boîte les dimensions de celle-ci. Quelle la longueur de la découpe à effectuer va-t-elle choisir ?



<u>Consigne 10 :</u>

3) Quel scénario envisagez-vous lors de la question 3) tout en respectant les critères d'une bonne situation d'introduction pour la notion de fonction ?

<u>Moment-clé de la situation d'introduction :</u>

Faire émerger l'idée d'utiliser le registre algébrique pour produire un grand nombre d'exemples.

<u>Alternative possible :</u>

Imposer à chaque élève une découpe différente puis mettre en commun tous les exemples.
Demander ensuite comment aurait-on pu faire obtenir tous ces exemples seul et rapidement ?

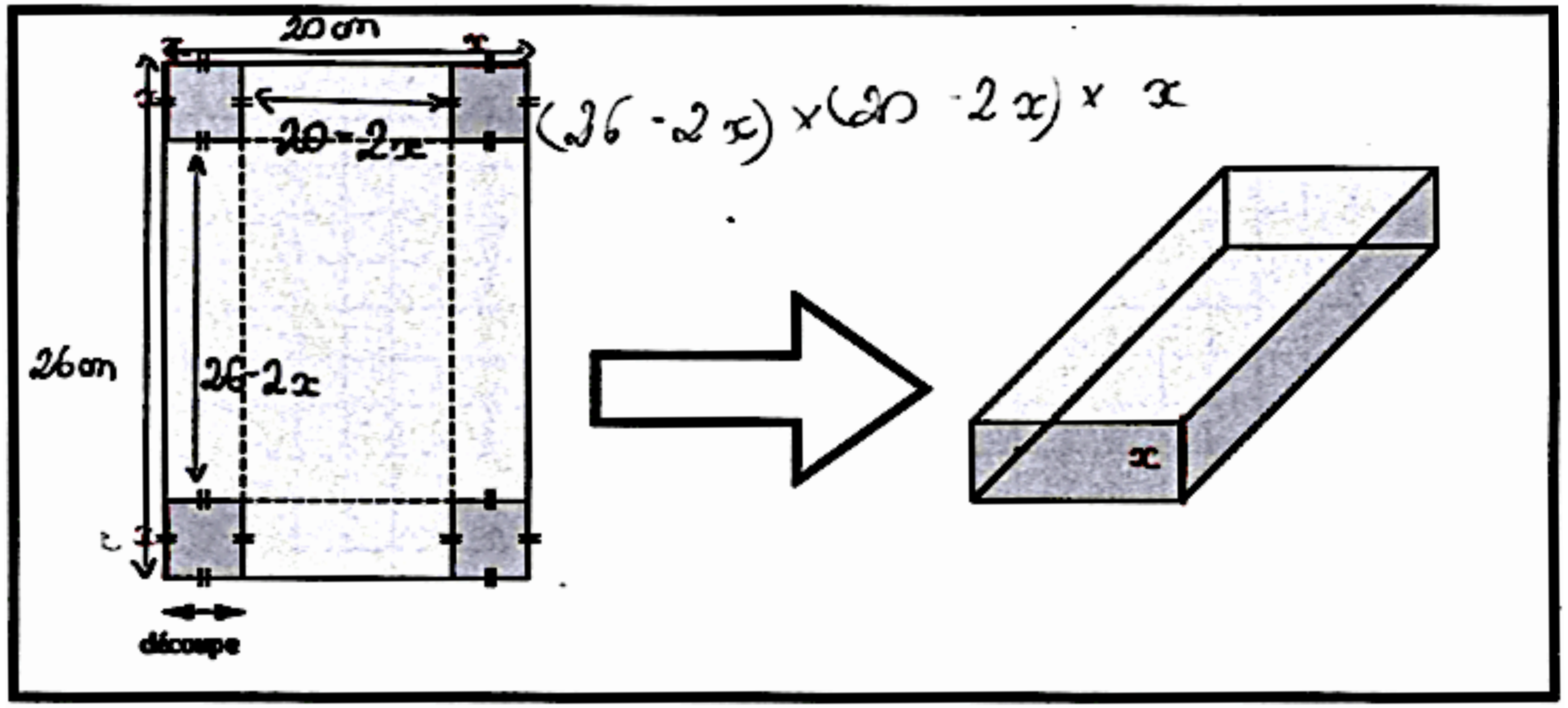
0,999… = 1

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

7 × … = 1

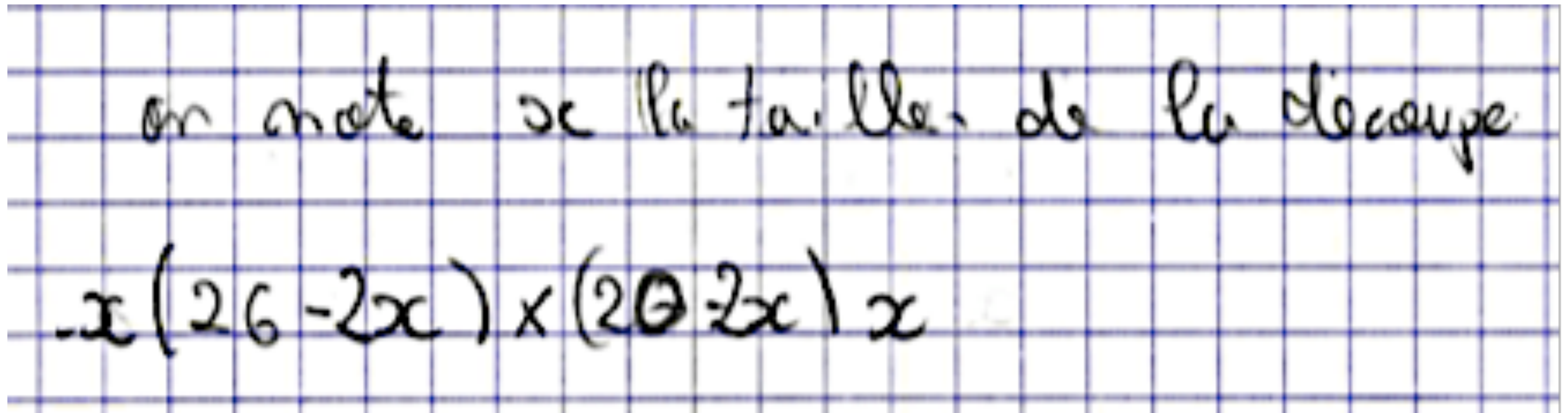
<u>La boîte</u> (présent dans de nombreuses ressources) :

A partir d'une plaque de carton rectangulaire (26 cm × 20 cm), en découpant quatre carrés dans les coins, l'entreprise MAXI-BOÎTE fabrique une boîte sans couvercle selon le principe ci-contre



3) Pour fabriquer une boîte sans couvercle de **volume maximal**, l'entreprise a besoin de connaître la longueur de la découpe à effectuer et d'inscrire sur la boîte les dimensions de celle-ci.
Quelle la longueur de la découpe à effectuer va-t-elle choisir ?

<u>Faire invalider les expressions incorrectes produites par les élèves</u>



Par la substitution

$0,999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Recherche avec un pas de 1

découpe	volume
1	432
2	704
3	840
4	864
5	800
6	672
7	504
8	320
9	144

Recherche avec un pas de 0,5

Découpe	Volume de la boîte
0,5	237,5
1,5	586,5
2,5	787,5
3,5	864,5
4,5	841,5
5,5	742,5
6,5	591,5
7,5	412,5
8,5	229,5
9,5	66,5

$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Recherche avec un pas de 1

découpe	volume
1	432
2	704
3	840
4	864
5	800
6	672
7	504
8	320
9	144

Changement de registres : de l'algèbre aux tableaux

Amener les élèves à changer de registre et passer au registre graphique

Leur demander de trouver un autre mode de présentation de ces exemples afin de faciliter la visualisation du maximum.
Ne peut marcher que si ce type de changement de registre a été travaillé en amont

Recherche avec un pas de 0,5

Découpe	Volume de la boîte
0,5	237,5
1,5	586,5
2,5	787,5
3,5	864,5
4,5	841,5
6,5	742,5
6,5	591,5
7,5	412,5
8,5	229,5
9,5	66,5

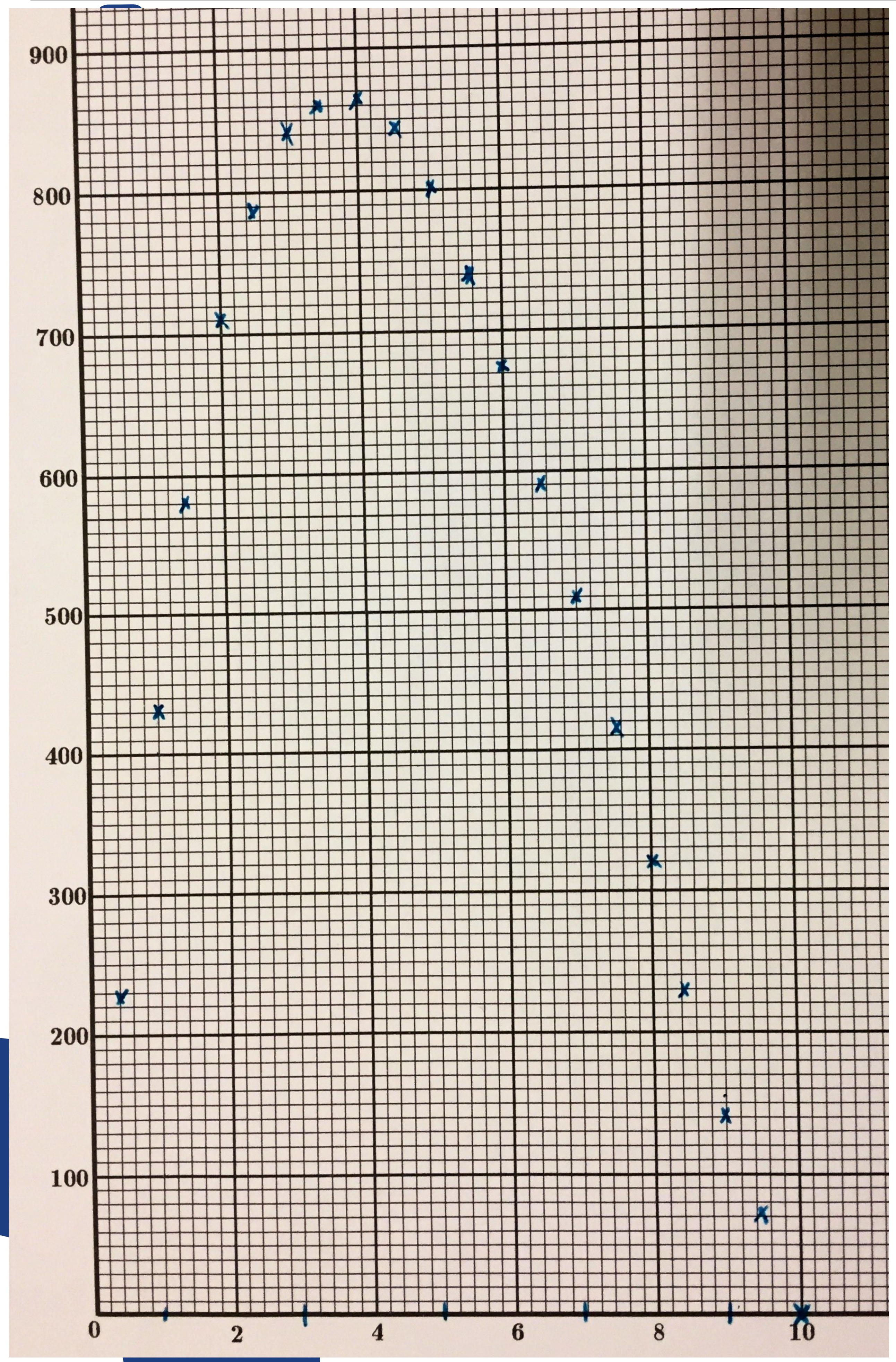
$0{,}999\ldots = 1$

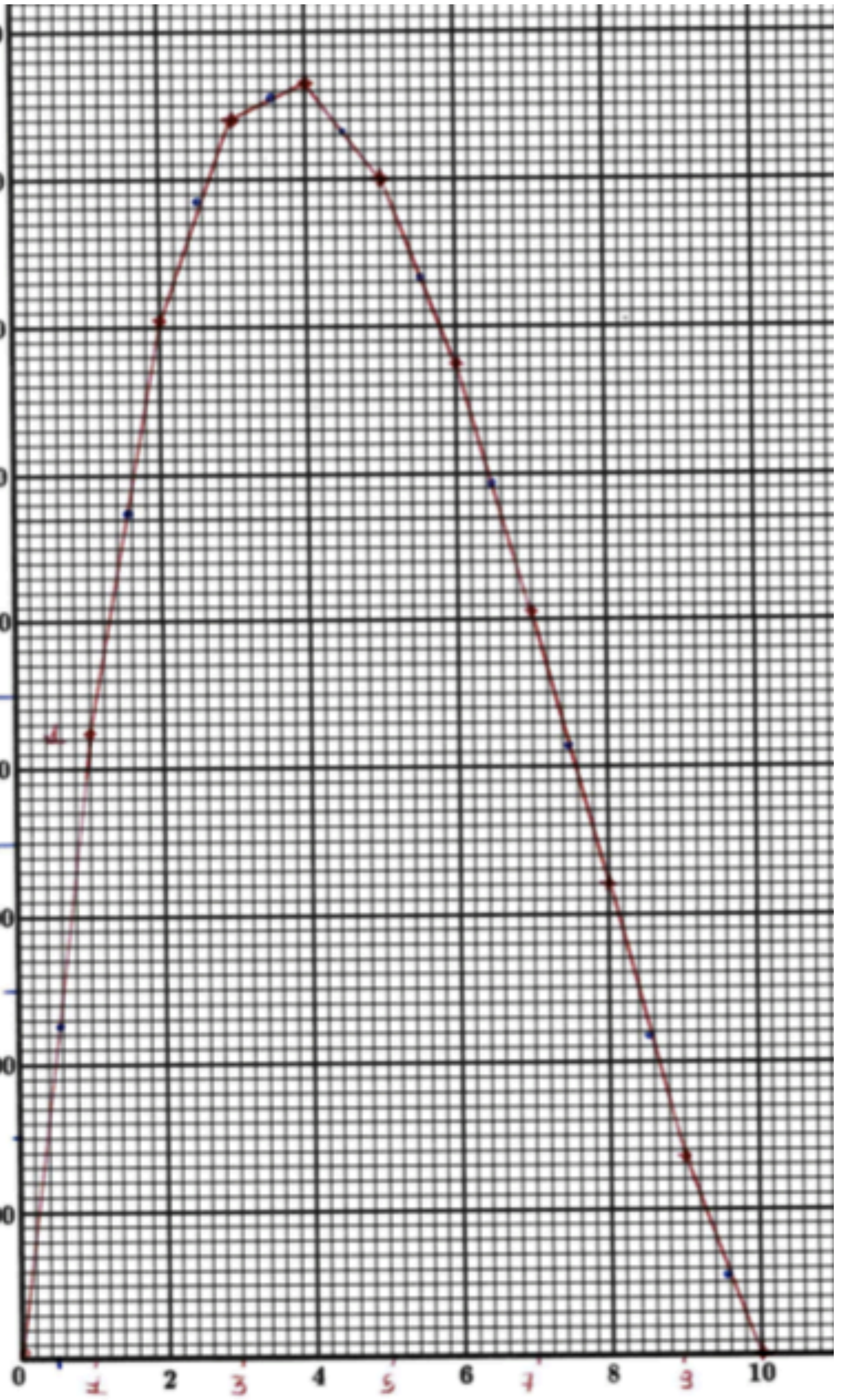
INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

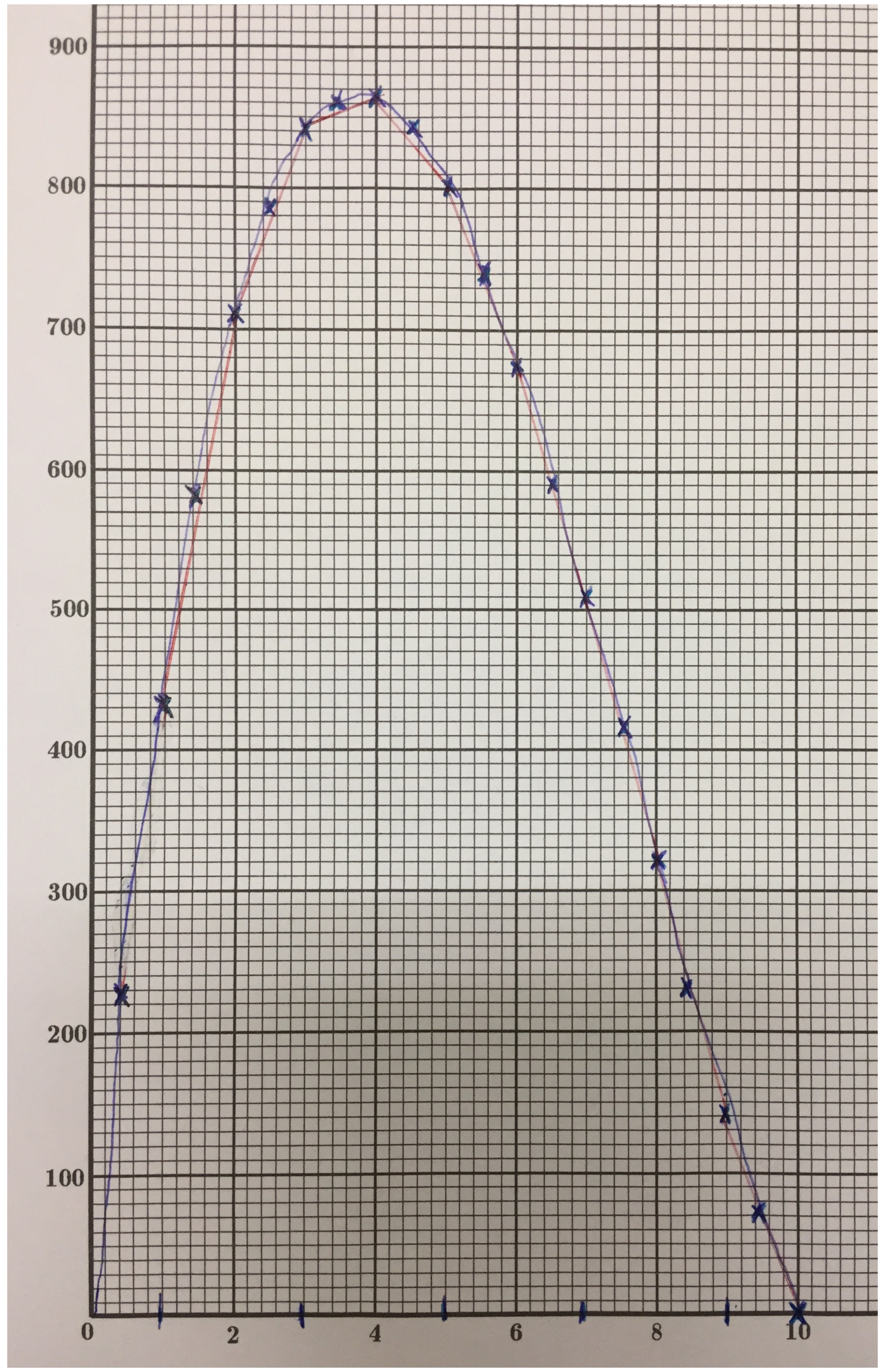
$7 \times \ldots = 1$

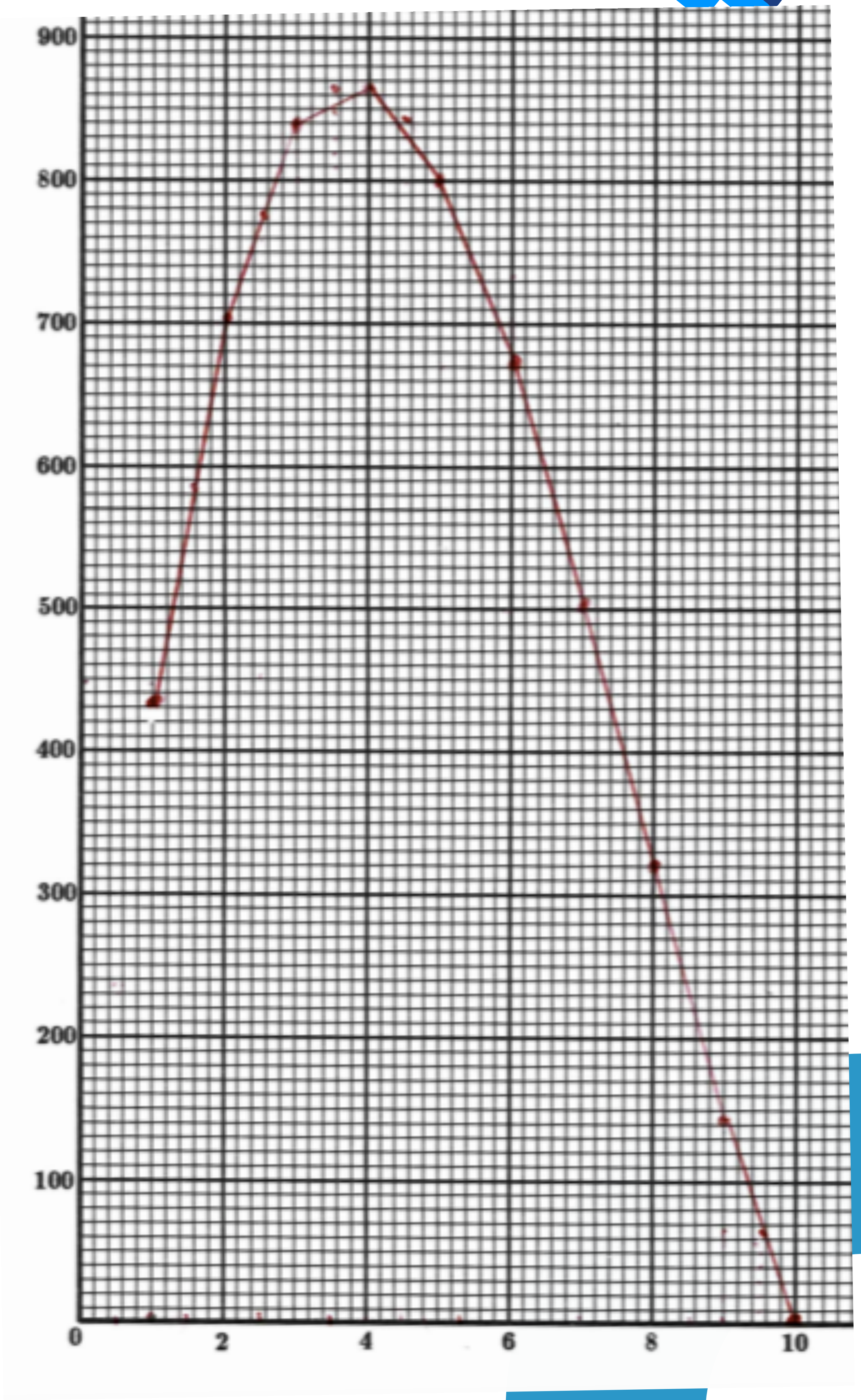
Les élèves se posent beaucoup de questions autour des points placés.
Il faut à un moment donné prendre le temps d'y répondre
et expliciter la définition/construction de la courbe d'une fonction

Changement de registres :
des tableaux au graphique









$0{,}999\ldots = 1$

INTRODUIRE LA NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Mettre des mots sur le travail qui a été effectué.

<u>Double avantage :</u>

1) La trace écrite décontextualisée du cours aura plus de sens pour les élèves
2) Le professeur pourra faire des liens avec la situation d'introduction et s'appuyer sur elle pour expliciter sa trace écrite de cours

$\frac{a}{10^n}$

Bilan :

Le volume de la boîte varie selon la longueur de la découpe.
À chaque longueur de la découpe, on lui a associé le volume de la boîte. En maths., on parle de la fonction du volume de la boîte selon la découpe.
Cette fonction peut-être représentée à l'aide de valeurs numériques dans un tableau (longueurs des découpes par ordre croissant et les volumes des boîtes).
À l'aide d'une courbe dans un repère constituée de points de coordonnées (découpe ; volume de la boîte)
Et aussi à l'aide d'une expression littérale

$$f : x \longmapsto (25-2x)(26-2x)x$$

f : nom donné à la fct. ; x : découpe ; $(25-2x)(26-2x)x$: volume de la boîte