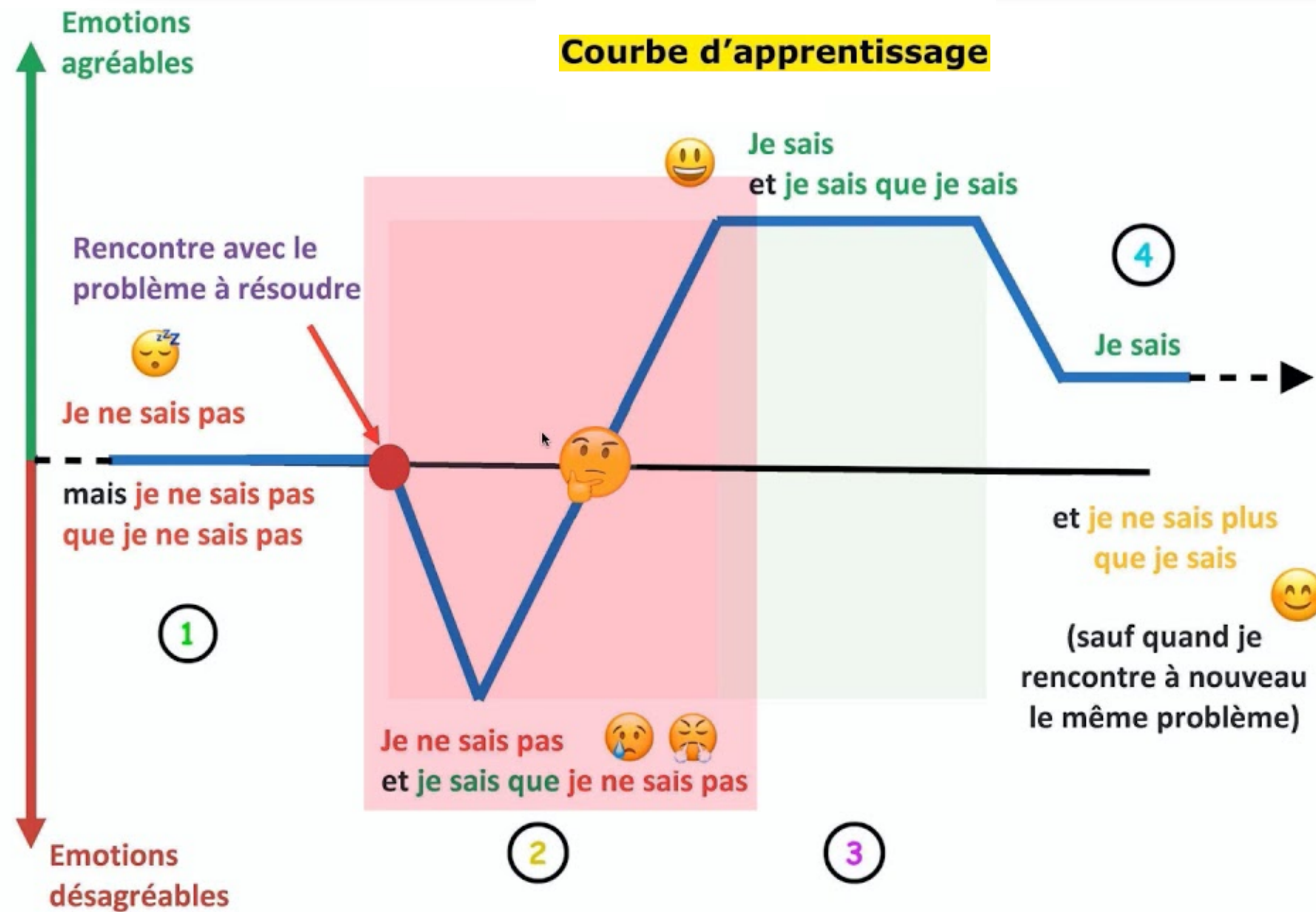


$0,999... = 1$

$7 \times ... = 1$

# Notion de fonction



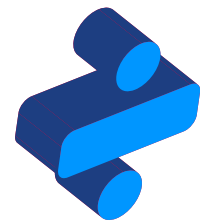
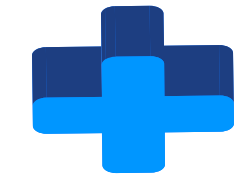
[guillaume.didier@inspe-paris.fr](mailto:guillaume.didier@inspe-paris.fr)

$\frac{a}{10^n}$

$$0,999... = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

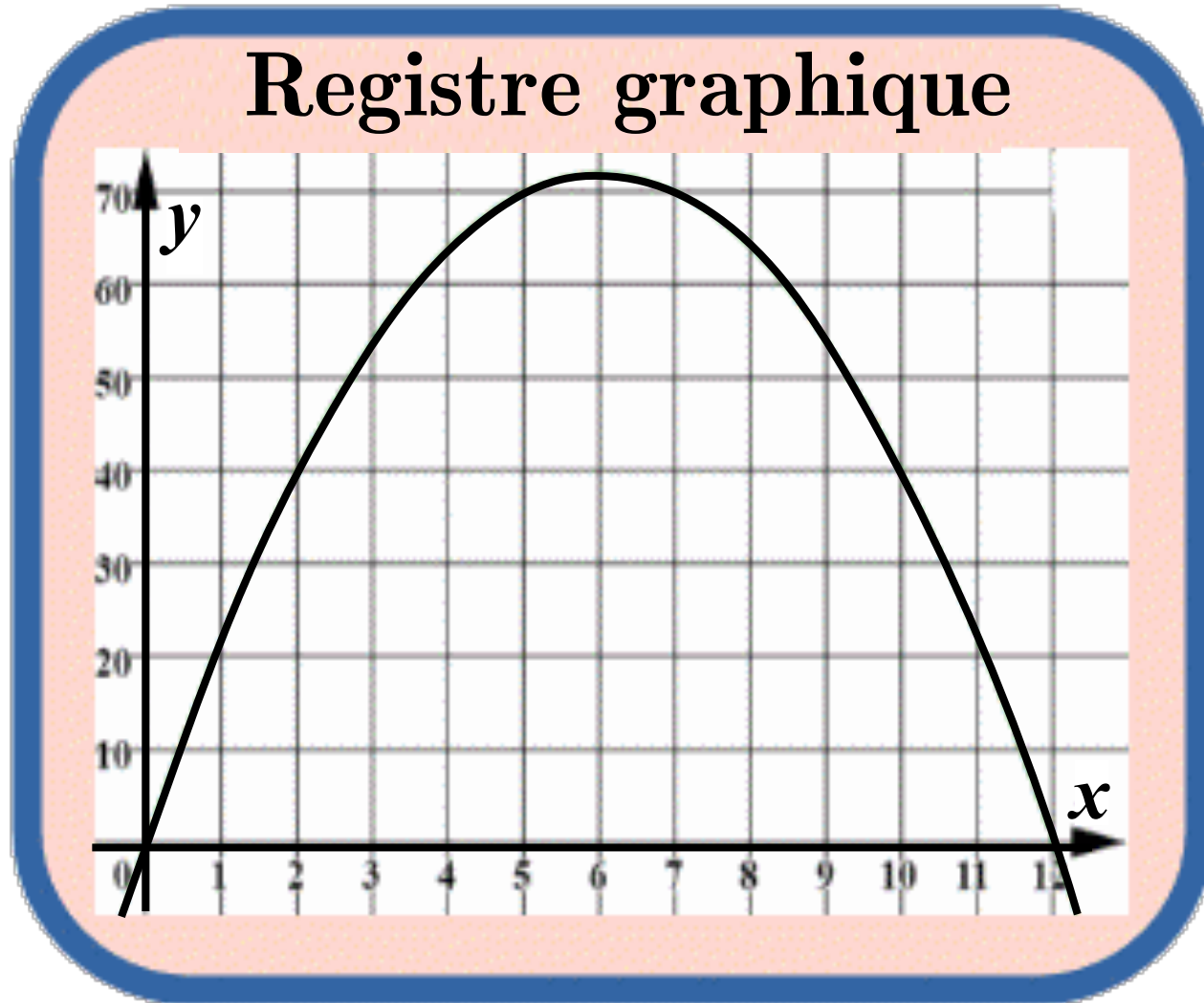
# REGISTRES DE REPRÉSENTATION D'UNE FONCTION



$$\frac{a}{10^n}$$

**Registre numérique**  
 $3 \times (24 - 2 \times 3) = 54$

**Registre discursif**  
 Je choisis un nombre  
 Je soustrais à 24 le double de ce nombre  
 Je multiplie le résultat par le nombre de départ



**FONCTION**

**Registre algébrique**  
 $f(x) = x(24 - 2x)$

**Registre symbolique**  
 $f : [0 ; 24] \longrightarrow \mathbb{R}$   
 $x \longmapsto x(24 - 2x)$   
 $f(3) = 54$

**Registre des tableaux**

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	0	22	40	54	64	70	72

**Registre des tableaux**

$x$	0	6	12
Variations de $f$	0	72	0



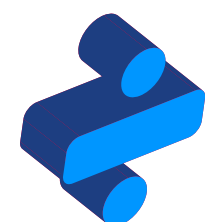
$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# REGISTRES DE REPRÉSENTATION D'UNE FONCTION



- Chaque registre a un vocabulaire propre : expression d'une fonction ;  
courbe représentative d'une fonction ; tableau de variations d'une fonction...



- Chaque registre offre des potentialités différentes. La représentation dans un registre donne à voir plus ou moins explicitement certaines propriétés de la fonction (monotonie, extrémums, nombre d'antécédents, valeurs numériques, limites, périodicité, signe des images,... )

$$\frac{a}{0^n}$$

- Chaque registre a des limites. Certains registres n'apportent qu'une réponse approximative à un problème (les registres ne sont pas isomorphes).

Certaines tâches ne sont possibles que dans certains registres selon la fonction en jeu.

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# REGISTRES DE REPRÉSENTATION D'UNE FONCTION

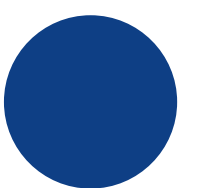
Rendre explicite pour les élèves les avantages et les limites de chaque registre

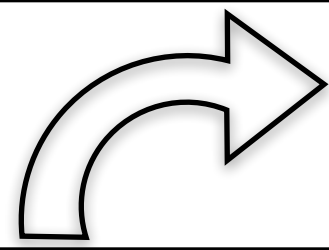
Bien :

- Un tableau de valeurs numériques d'une fct contient des valeurs exactes mais, sans le connaître rien dire les autres valeurs.
- La courbe d'une fct permet d'avoir une estimation de toutes les valeurs. On ne peut pas être sûr que ce soit exact.
- L'expression d'une fct permet de calculer de manière exacte n'importe quelle valeur. Mais il faut faire des calculs.



$$\frac{a}{10^n}$$





	NUMÉRIQUE	ALGÈBRIQUE	GRAPHIQUE	TABLEAUX	SYMBOLIQUE
NUMÉRIQUE		Pas toujours possible	Placer une série de points de la courbe Allure de la courbe	Tableau de valeurs	écritures du type $f(3) = 4$
ALGÈBRIQUE	Trouver un grand nombre de valeurs exactes		Tracer sa courbe avec un logiciel	Tableau de valeurs et/ou de variations	Passer de $f(x) = 5x^2 + 7$ à $f : x \mapsto 5x^2 + 7$
GRAPHIQUE	Trouver un grand nombre de valeurs (approchées)	Pas toujours possible		Tableau de valeurs et/ou de variations	Passer de « le point M(5 ; 8) appartient à $C_f$ » à « $f(5) = 8$ »
TABLEAUX	Valeurs particulières Encadrement (TVI) Signe des images	Pas toujours possible	Tracer l'allure de la courbe		Le symbolique est inclus dans les tableaux
SYMBOLIQUE	Passer de « $f(3) = 4$ » à « si je substitue 3 à la variable $x$ , j'obtiens 4 ».	Passer de $f : x \mapsto 5x^2 + 7$ à $f(x) = 5x^2 + 7$	Passer de « $f(5) = 8$ » à « le point M(5 ; 8) appartient à $C_f$ »	Tableau de valeurs et/ou de variations	

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

- 1 Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .
- 2 Démontrer que  $f(4) = 8$  et  $f(2) = 2$ .
- 3 Calculer  $f(5)$  et en déduire l'image du nombre 5 par la fonction  $f$ .
- 4 a. Démontrer que  $f : 6 \mapsto 18$ .  
b. Quelle est l'image du nombre 6 par la fonction  $f$ ?  
c. Recopier et compléter :  $f : 7 \mapsto \dots$   
En déduire l'image de 7 par la fonction  $f$ .

## Consigne 3 :

- 1) Pour chaque question, identifier les changements de registres.
- 2) Faire une analyse critique de l'exercice.

$$\frac{a}{10^n}$$

- 5 a. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

- b. À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.
  - Quelle est l'image de -5 par la fonction  $f$ ?
  - Quelle est l'image de 10 par la fonction  $f$ ?
  - Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .
- 6 a. À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .  
b. placer tous les points dont les coordonnées  $(x ; f(x))$  sont données dans le tableau précédent.

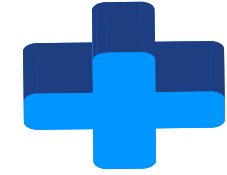
$0,999\dots = 1$

$7 \times \dots = 1$

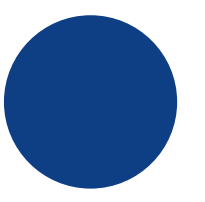
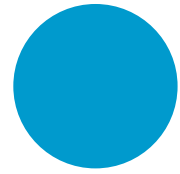
# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .



$\frac{a}{10^n}$



$$0,999\dots = 1$$

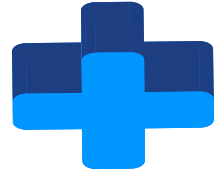
$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

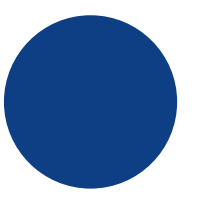
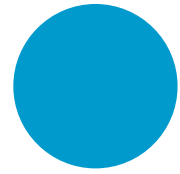
On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .

du registre discursif au registre algébrique



$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .

du registre discursif au registre algébrique

**2** Démontrer que  $f(4) = 8$  et  $f(2) = 2$ .

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .

du registre discursif au registre algébrique

**2** Démontrer que  $f(4) = 8$  et  $f(2) = 2$ .

du registre symbolique au registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .

du registre discursif au registre algébrique

**2** Démontrer que  $f(4) = 8$  et  $f(2) = 2$ .

du registre symbolique au registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique

**3** Calculer  $f(5)$  et en déduire l'image du nombre 5 par la fonction  $f$ .

**4 a.** Démontrer que  $f : 6 \mapsto 18$ .

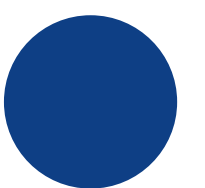
**b.** Quelle est l'image du nombre 6 par la fonction  $f$  ?

**c.** Recopier et compléter :  $f : 7 \mapsto \dots$

En déduire l'image de 7 par la fonction  $f$ .



$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**1** Démontrer que  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ .

du registre discursif au registre algébrique

**2** Démontrer que  $f(4) = 8$  et  $f(2) = 2$ .

du registre symbolique au registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique

**3** Calculer  $f(5)$  et en déduire l'image du nombre 5 par la fonction  $f$ .

**4 a.** Démontrer que  $f : 6 \mapsto 18$ .

**b.** Quelle est l'image du nombre 6 par la fonction  $f$  ?

**c.** Recopier et compléter :  $f : 7 \mapsto \dots$

En déduire l'image de 7 par la fonction  $f$ .

du registre symbolique au registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique

$$\frac{a}{10^n}$$

$0,999\dots = 1$

$7 \times \dots = 1$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

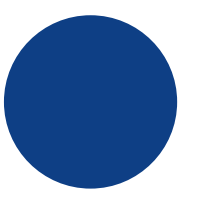
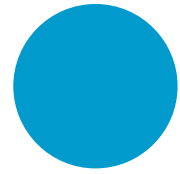
On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5** a. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						



$\frac{a}{10^n}$



$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

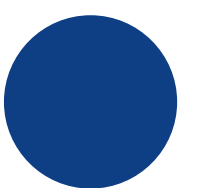
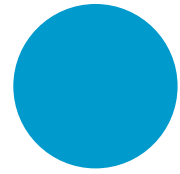
du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .



$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .

registre des tableaux

$$\frac{a}{10^n}$$

$0,999\dots = 1$

$7 \times \dots = 1$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .

**6 a.** À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

registre des tableaux

$\frac{a}{10^n}$

$0,999\dots = 1$

$7 \times \dots = 1$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .

registre des tableaux

**6 a.** À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

du registre algébrique au registre graphique

$\frac{a}{10^n}$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .

registre des tableaux

**6 a.** À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

du registre algébrique au registre graphique

**b.** placer tous les points dont les coordonnées  $(x ; f(x))$  sont données dans le tableau précédent.

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

On considère la fonction  $f$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre la moitié de son carré.

**5 a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-10	-5	-2	0	2	5	10
$f(x)$	50						

du registre discursif ou algébrique  
puis au registre numérique puis au registre des tableaux

**b.** À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de  $-5$  par la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $10$  par la fonction  $f$  ?
- Donner deux nombres qui possèdent la même image par la fonction  $f$ .

registre des tableaux

**6 a.** À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

du registre algébrique au registre graphique

**b.** placer tous les points dont les coordonnées  $(x ; f(x))$  sont données dans le tableau précédent.

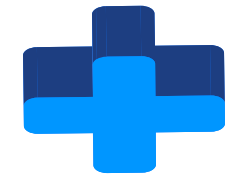
du registre des tableaux au registre graphique

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

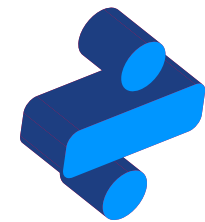
$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION



## Analyse critique de l'exercice précédent :

- C'est une juxtaposition de changements de registres de représentation (enchaînement de questions sans former un tout cohérent)
- S'il permet de travailler la dimension « objet » de la notion de fonction mais il ne permet pas la dimension « outil » (modéliser puis résoudre un problème)
- Les intérêts et les limites des différents registres restent invisibles pour les élèves



$$\frac{a}{10^n}$$

**Il est préférable de travailler les changements de registre sur un grand nombre d'exercices (questions flash , courts exercices de technique, exercices de modélisation,...) et de les répartir sur plusieurs séances**

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

Les changements de registres ne relèvent pas de correspondances isomorphes ; certains changements de registres sont plus aisés que d'autres.

Par exemple, il est plus simple de représenter graphiquement une fonction affine à partir de sa formule que de retrouver sa formule à partir de sa représentation graphique.

(Grau.S, 2022)

La compréhension d'un concept passe par l'utilisation et la coordination de plusieurs registres de représentation. Cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité cognitive de conversion.

(Duval.R, 1993)

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

Les changements de registres ne relèvent pas de correspondances isomorphes ; certains changements de registres sont plus aisés que d'autres.

Par exemple, il est plus simple de représenter graphiquement une fonction affine à partir de sa formule que de retrouver sa formule à partir de sa représentation graphique.

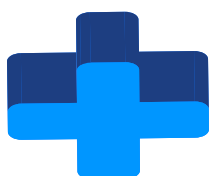
(Grau.S, 2022)

La compréhension d'un concept passe par l'utilisation et la coordination de plusieurs registres de représentation. Cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité cognitive de conversion.

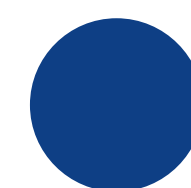
(Duval.R, 1993)

## Conséquences pour enseigner la notion de fonction :

- Ne pas travailler les changements de registres de représentation par juxtaposition
- Proposer des situations (faisant intervenir deux grandeurs) où la coordination entre les différents registres est nécessaire afin de montrer comment ils sont complémentaires.
- Proposer des situations où tous les registres sont disponibles mais dont la résolution nécessite de faire un changement de registre particulier afin de montrer les limites et les intérêts de chaque registre.



$$\frac{a}{10^n}$$



$0,999\dots = 1$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

$7 \times \dots = 1$

## Consigne 4 :

- 1) Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.
- 2) Un manuel scolaire de 2<sup>nde</sup> incorpore cet exercice dans son chapitre sur les fonctions.

Êtes-vous d'accord avec ce choix ?



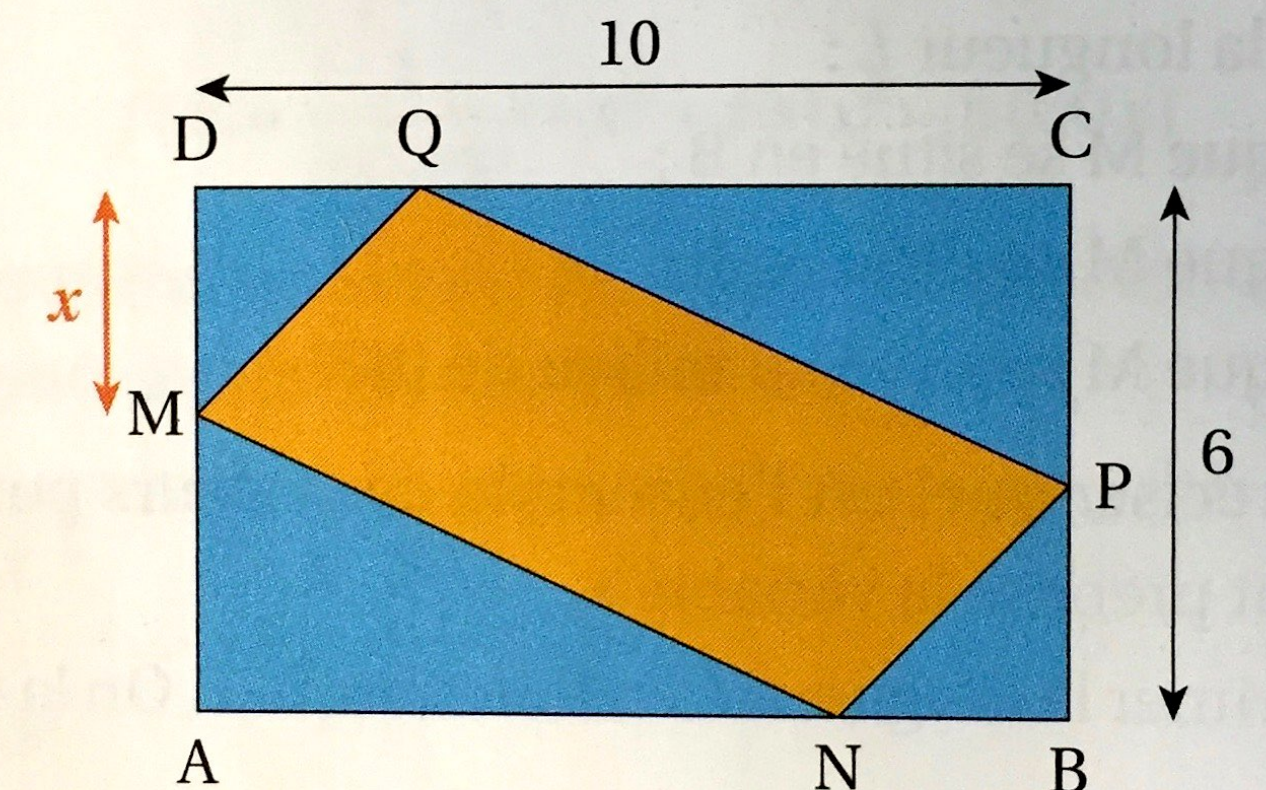
## Tâches en jeu :

## Changements de registres :

### 77 Le plus grand parallélogramme

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

On appelle  $x$  la longueur DM et on cherche la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.



- a. Exprimer l'aire  $A(x)$  du parallélogramme MNPQ en fonction de  $x$ , en précisant pour quelles valeurs de  $x$  la figure est réalisable.
- b. Montrer que  $A(x) = -2(x - 4)^2 + 32$ .
- c. En déduire la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.  
Préciser l'aire correspondante.

$0,999\dots = 1$

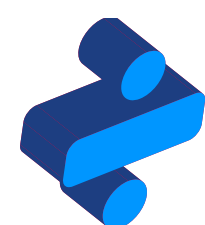
# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

$7 \times \dots = 1$

## Consigne 4 :

- 1) Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.
- 2) Un manuel scolaire de 2<sup>nde</sup> incorpore cet exercice dans son chapitre sur les fonctions.

Êtes-vous d'accord avec ce choix ?



## Tâches en jeu :

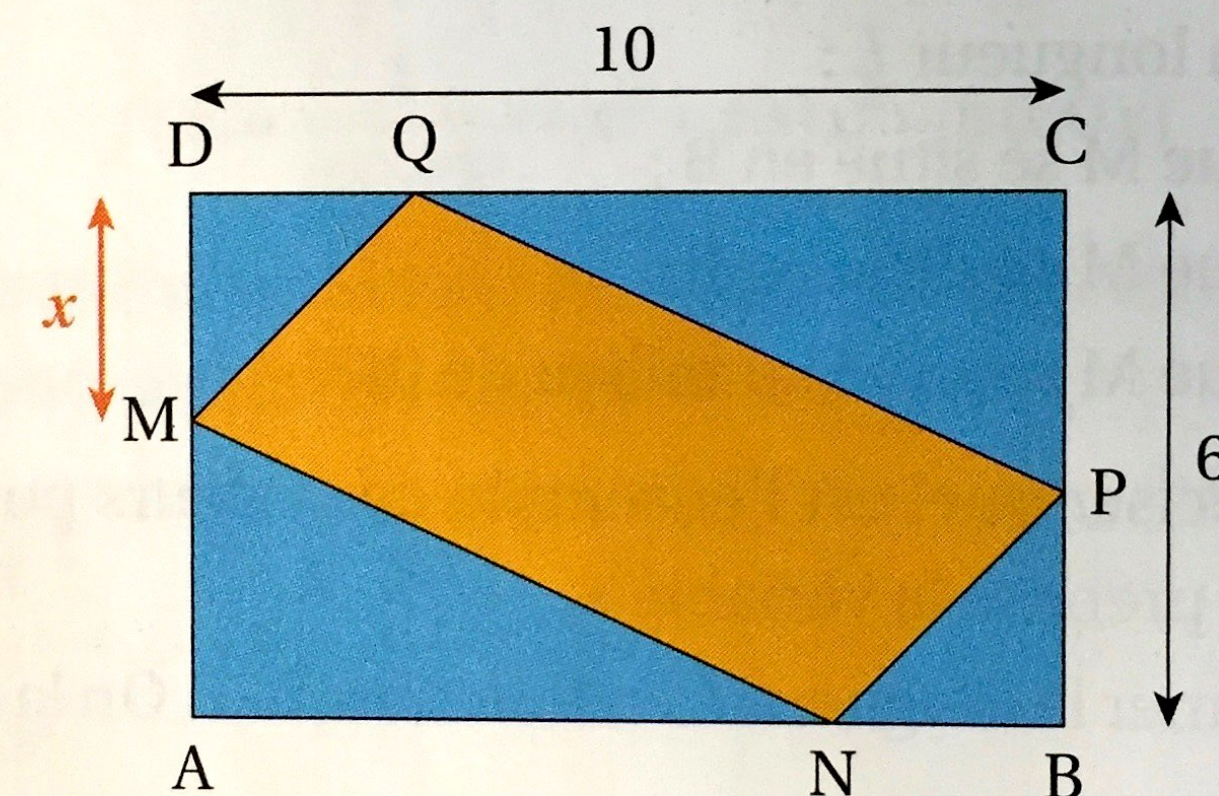
- Décomposer et recomposer l'aire du parallélogramme
- Calculer l'aire d'un rectangle et d'un triangle rectangle
- Modéliser une aire à l'aide d'une expression littérale
- Écrire l'expression réduite d'une expression littérale
- Écrire la forme canonique d'un polynôme du 2<sup>nd</sup> degré
- Déterminer un maximum à l'aide de la forme canonique.

## Changements de registres :

## 77 Le plus grand parallélogramme

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

On appelle  $x$  la longueur DM et on cherche la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.



**a.** Exprimer l'aire  $A(x)$  du parallélogramme MNPQ en fonction de  $x$ , en précisant pour quelles valeurs de  $x$  la figure est réalisable.

**b.** Montrer que  $A(x) = -2(x - 4)^2 + 32$ .

**c.** En déduire la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.

Préciser l'aire correspondante.

$0,999\dots = 1$

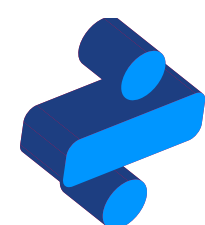
# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

$7 \times \dots = 1$

## Consigne 4 :

- 1) Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.
- 2) Un manuel scolaire de 2<sup>nd</sup>e incorpore cet exercice dans son chapitre sur les fonctions.

Êtes-vous d'accord avec ce choix ?



## Tâches en jeu :

- Décomposer et recomposer l'aire du parallélogramme
- Calculer l'aire d'un rectangle et d'un triangle rectangle
- Modéliser une aire à l'aide d'une expression littérale
- Écrire l'expression réduite d'une expression littérale
- Écrire la forme canonique d'un polynôme du 2<sup>nd</sup> degré
- Déterminer un maximum à l'aide de la forme canonique.

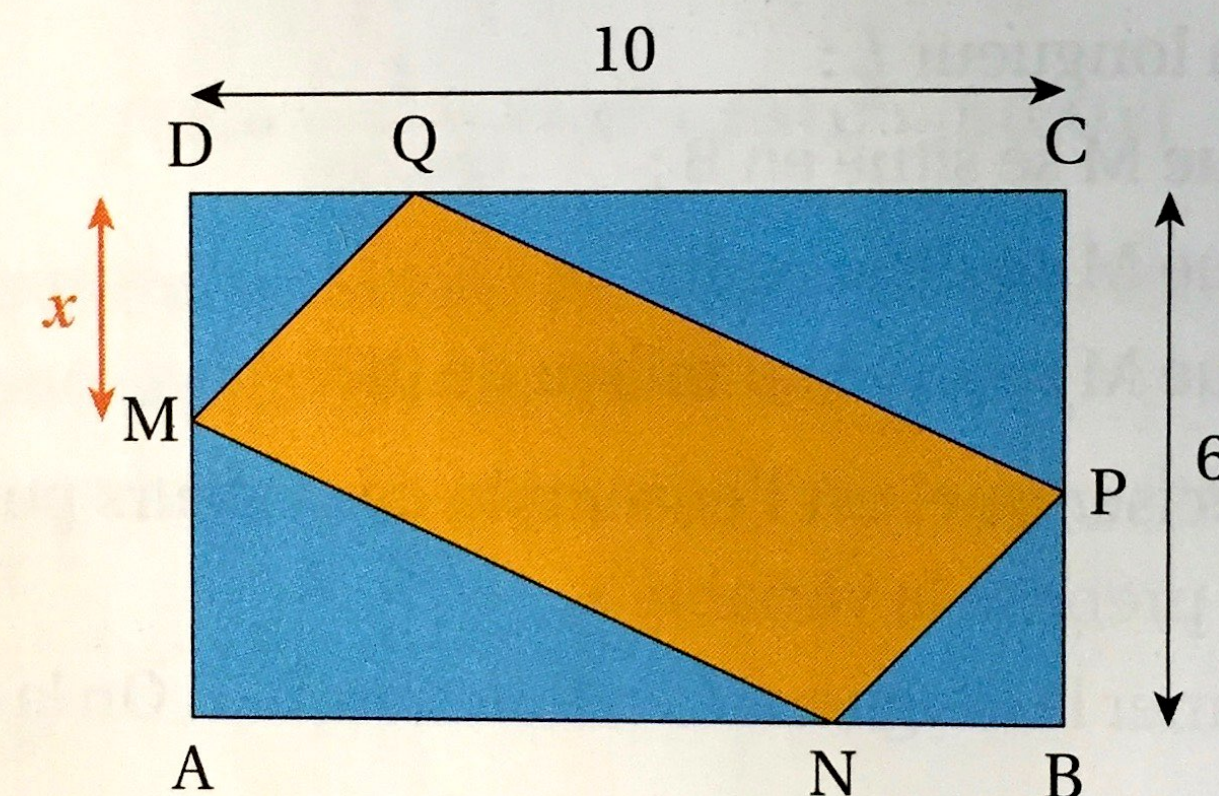
## Changements de registres :

Du registre géométrique au registre algébrique mais ce changement est donné par l'énoncé.

## 77 Le plus grand parallélogramme

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

On appelle  $x$  la longueur DM et on cherche la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.



**a.** Exprimer l'aire  $A(x)$  du parallélogramme MNPQ en fonction de  $x$ , en précisant pour quelles valeurs de  $x$  la figure est réalisable.

**b.** Montrer que  $A(x) = -2(x - 4)^2 + 32$ .

**c.** En déduire la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.

Préciser l'aire correspondante.

$0,999\dots = 1$

# CHANGEMENTS DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION

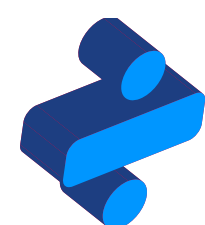
$7 \times \dots = 1$

On n'a pas besoin de la notion de fonction pour résoudre cet exercice

## Consigne 4 :

- 1) Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.
- 2) Un manuel scolaire de 2nde incorpore cet exercice dans son chapitre sur les fonctions.

Êtes-vous d'accord avec ce choix ?



## Tâches en jeu :

- Décomposer et recomposer l'aire du parallélogramme
- Calculer l'aire d'un rectangle et d'un triangle rectangle
- Modéliser une aire à l'aide d'une expression littérale
- Écrire l'expression réduite d'une expression littérale
- Écrire la forme canonique d'un polynôme du 2nd degré
- Déterminer un maximum à l'aide de la forme canonique.

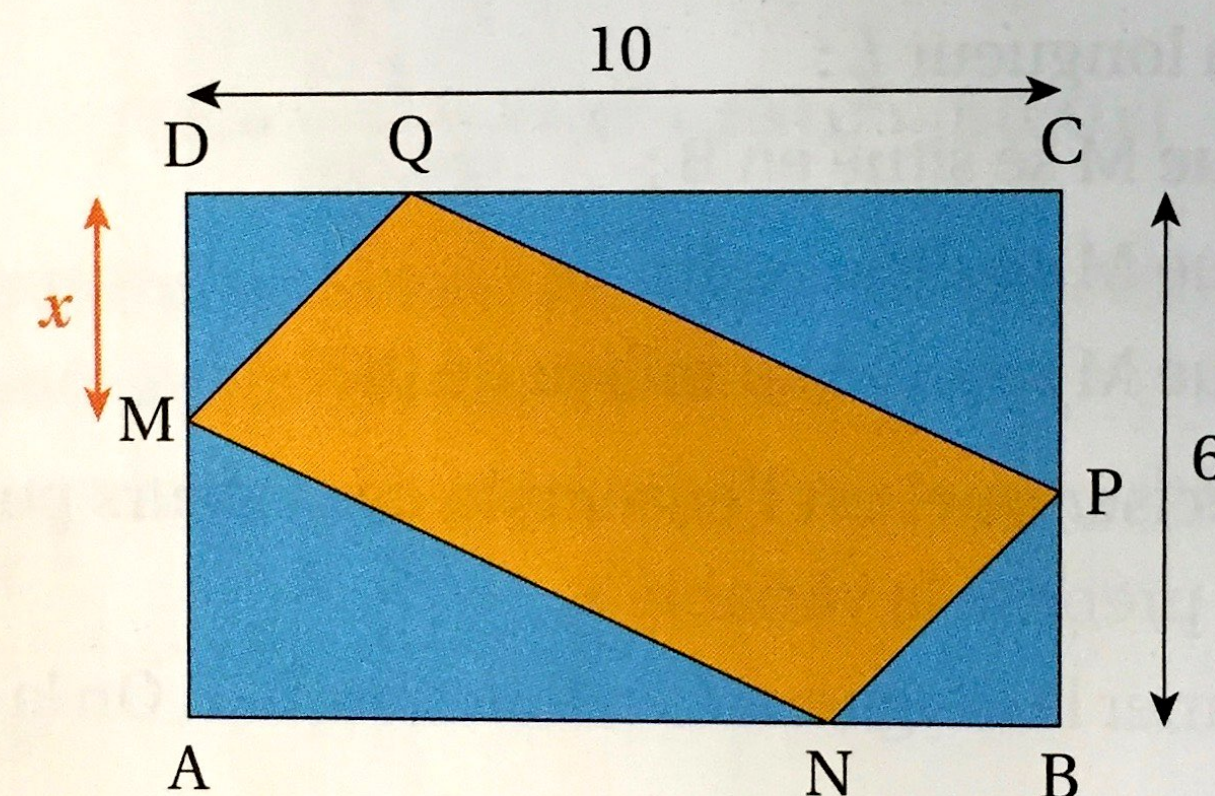
## Changements de registres :

Du registre géométrique au registre algébrique mais ce changement est donné par l'énoncé.

## 77 Le plus grand parallélogramme

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

On appelle  $x$  la longueur DM et on cherche la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.



- a. Exprimer l'aire  $A(x)$  du parallélogramme MNPQ en fonction de  $x$ , en précisant pour quelles valeurs de  $x$  la figure est réalisable.
- b. Montrer que  $A(x) = -2(x - 4)^2 + 32$ .
- c. En déduire la valeur de  $x$  telle que l'aire de MNPQ soit maximale.  
Préciser l'aire correspondante.

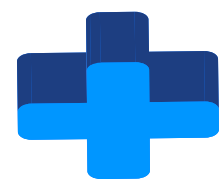
$0,999\dots = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

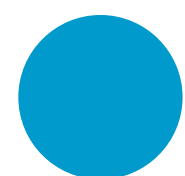
$7 \times \dots = 1$

## Consigne 5 :

Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.



## Tâches en jeu :



### Exercice n°2 :

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

#### 1) Travail sur GeoGebra :

Réaliser la figure en utilisant :

- un curseur pour la longueur DM.



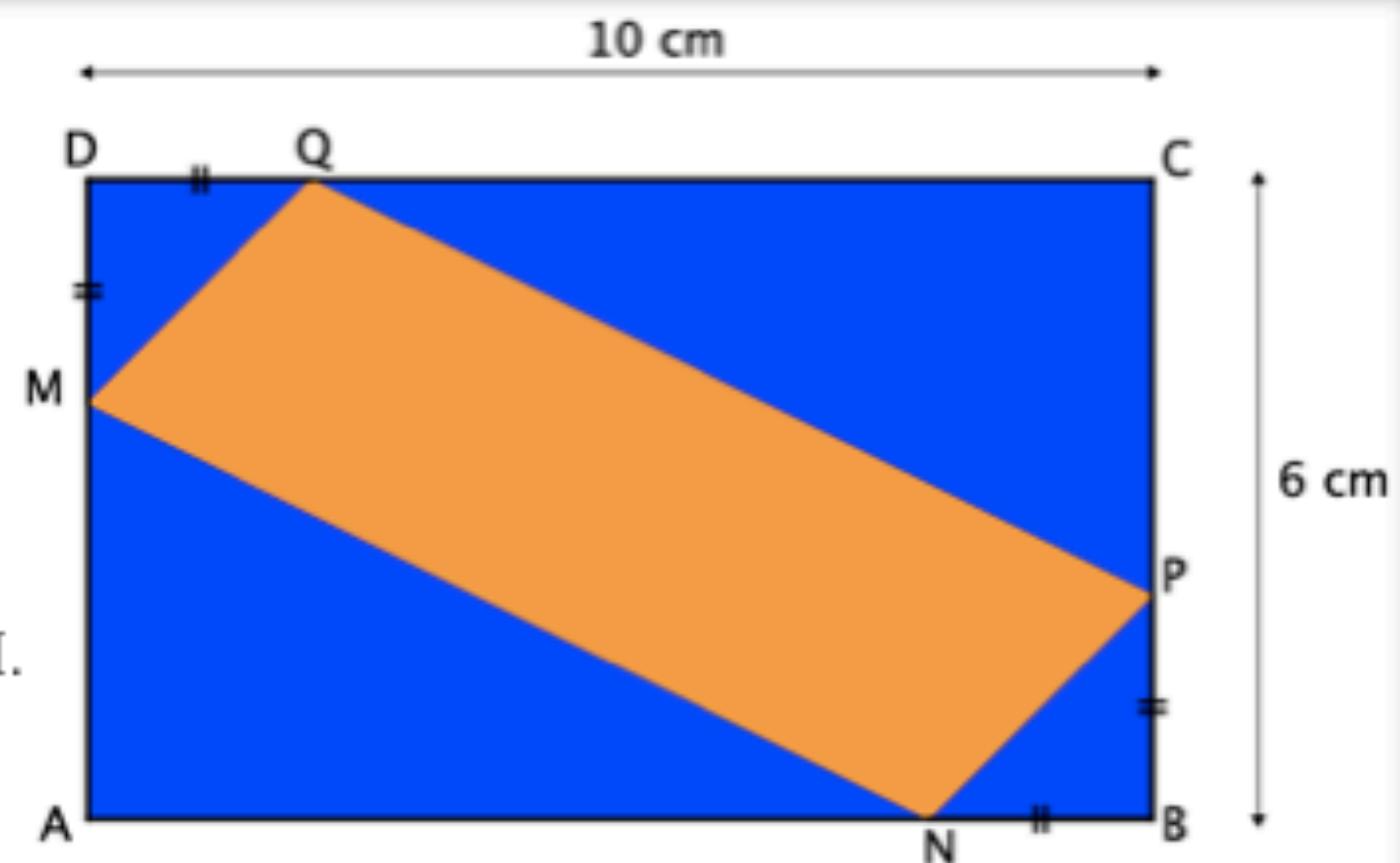
Curseur

- l'onglet polygone pour le parallélogramme MNPQ afin



Polygone

de pouvoir afficher la valeur de l'aire parallélogramme MNPQ.



- 2) Conjecturer sur l'évolution de l'aire du parallélogramme MNPQ selon la longueur DM.

- 3) Démontrer votre conjecture.

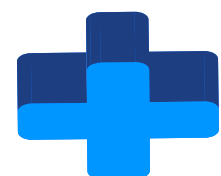
$0,999... = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

$7 \times ... = 1$

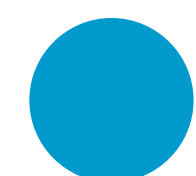
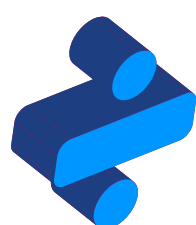
## Consigne 5 :

Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.



## Tâches en jeu :

- Toutes les tâches de l'exercice du manuel
- Construire une figure dynamique à l'aide d'un curseur
- Formuler une conjecture puis la valider ou l'invalider
- Introduire la variable DM.



### Exercice n°2 :

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

1) *Travail sur GeoGebra :*

Réaliser la figure en utilisant :

- un curseur pour la longueur DM.



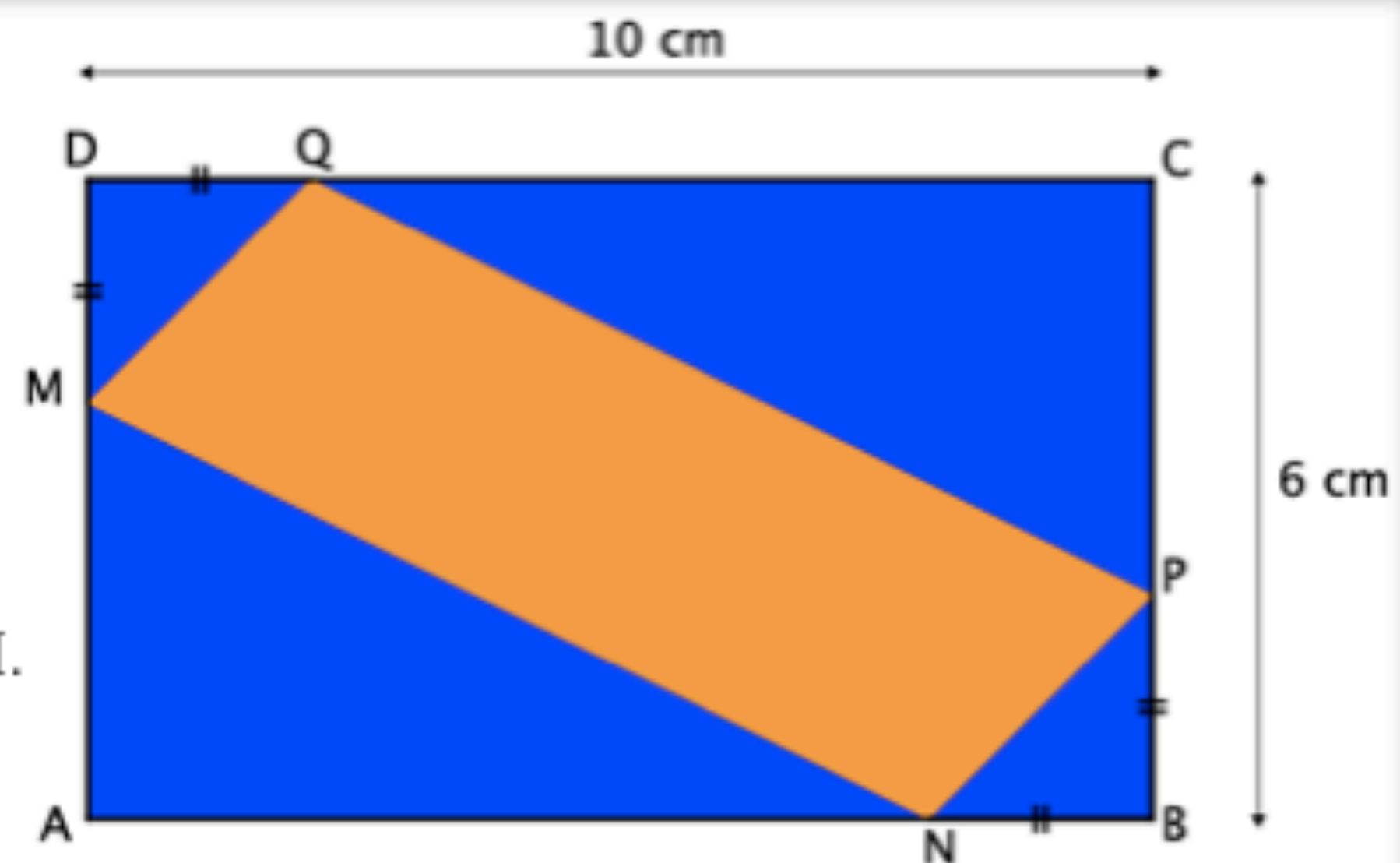
Curseur

- l'onglet polygone pour le parallélogramme MNPQ afin



Polygone

de pouvoir afficher la valeur de l'aire parallélogramme MNPQ.



- 2) Conjecturer sur l'évolution de l'aire du parallélogramme MNPQ selon la longueur DM.
- 3) Démontrer votre conjecture.

$0,999... = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

$7 \times ... = 1$

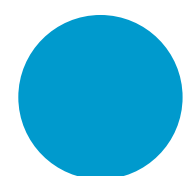
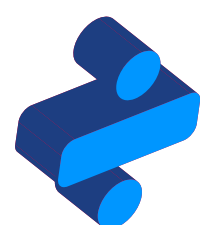
## Consigne 5 :

Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.



## Tâches en jeu :

- Toutes les tâches de l'exercice du manuel
- Construire une figure dynamique à l'aide d'un curseur
- Formuler une conjecture puis la valider ou l'invalider
- Introduire la variable DM.



On ne peut pas savoir si pour conjecturer l'élève va utiliser le registre graphique.

### Exercice n°2 :

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

#### 1) Travail sur GeoGebra :

Réaliser la figure en utilisant :

- un curseur pour la longueur DM.



Curseur

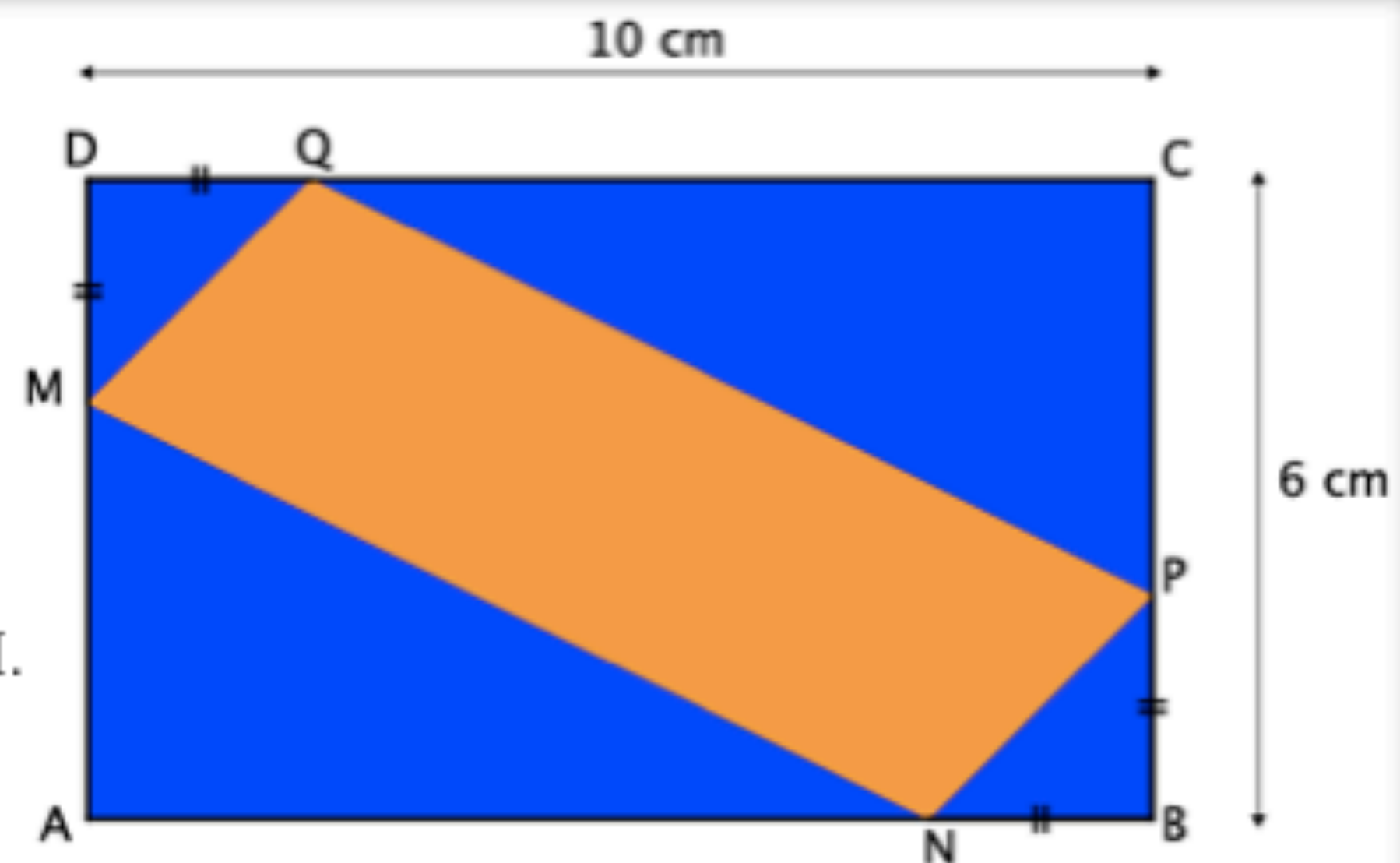
- l'onglet polygone pour

le parallélogramme MNPQ afin



Polygone

de pouvoir afficher la valeur de l'aire parallélogramme MNPQ.



- 2) Conjecturer sur l'évolution de l'aire du parallélogramme MNPQ selon la longueur DM.
- 3) Démontrer votre conjecture.

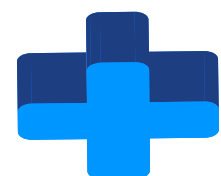
$0,999... = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

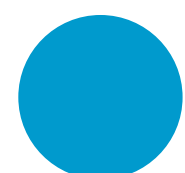
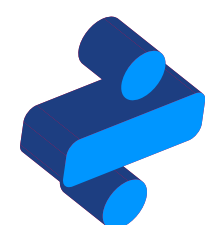
$7 \times ... = 1$

## Consigne 5 :

Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.



## Changements de registres :



### Exercice n°2 :

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

1) *Travail sur GeoGebra :*

Réaliser la figure en utilisant :

- un curseur pour la longueur DM.



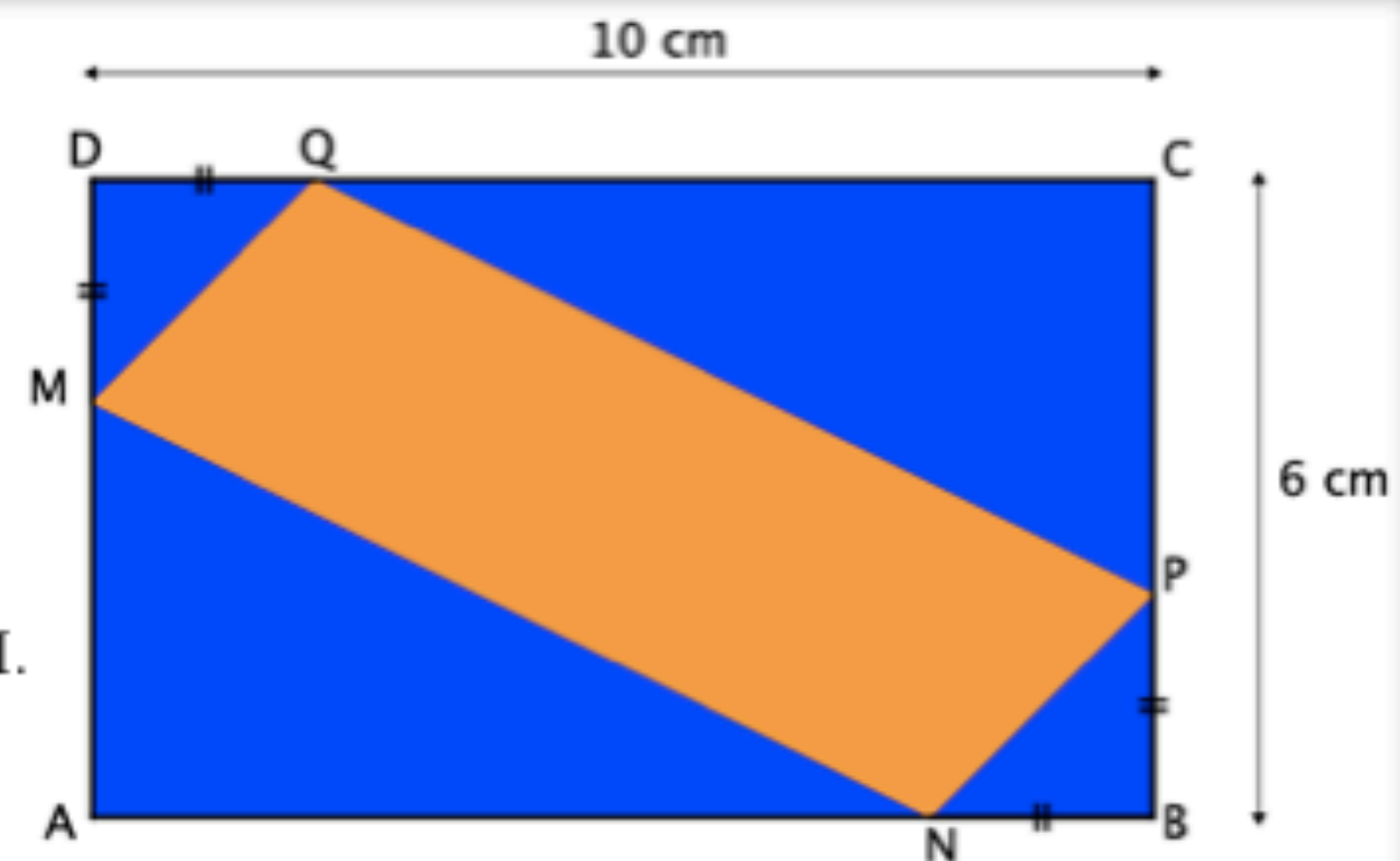
Curseur

- l'onglet polygone pour le parallélogramme MNPQ afin



Polygone

de pouvoir afficher la valeur de l'aire parallélogramme MNPQ.



2) Conjecturer sur l'évolution de l'aire du parallélogramme MNPQ selon la longueur DM.

3) Démontrer votre conjecture.

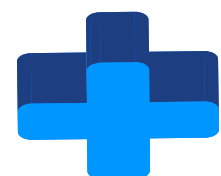
$0,999\dots = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

$7 \times \dots = 1$

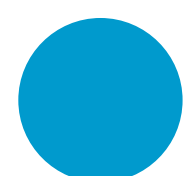
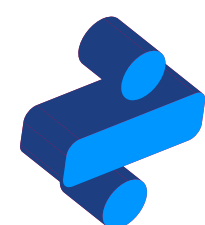
## Consigne 5 :

Analyser les tâches en jeu (ce que l'on doit faire pour réussir) et les changements de registres utilisés dans cet exercice.



## Changements de registres :

- Registre numérique imposé par l'emploi du curseur
- Registre graphique à la charge de l'élève (il peut apparaître ou pas lors de la question 2)
- Registre algébrique à la charge de l'élève
- Coordination des registres pour résoudre le problème



### Exercice n°2 :

Le parallélogramme MNPQ est inscrit dans le rectangle ABCD, tel que  $DM = DQ = BN = BP$ .

1) *Travail sur GeoGebra :*

Réaliser la figure en utilisant :

- un curseur pour la longueur DM.



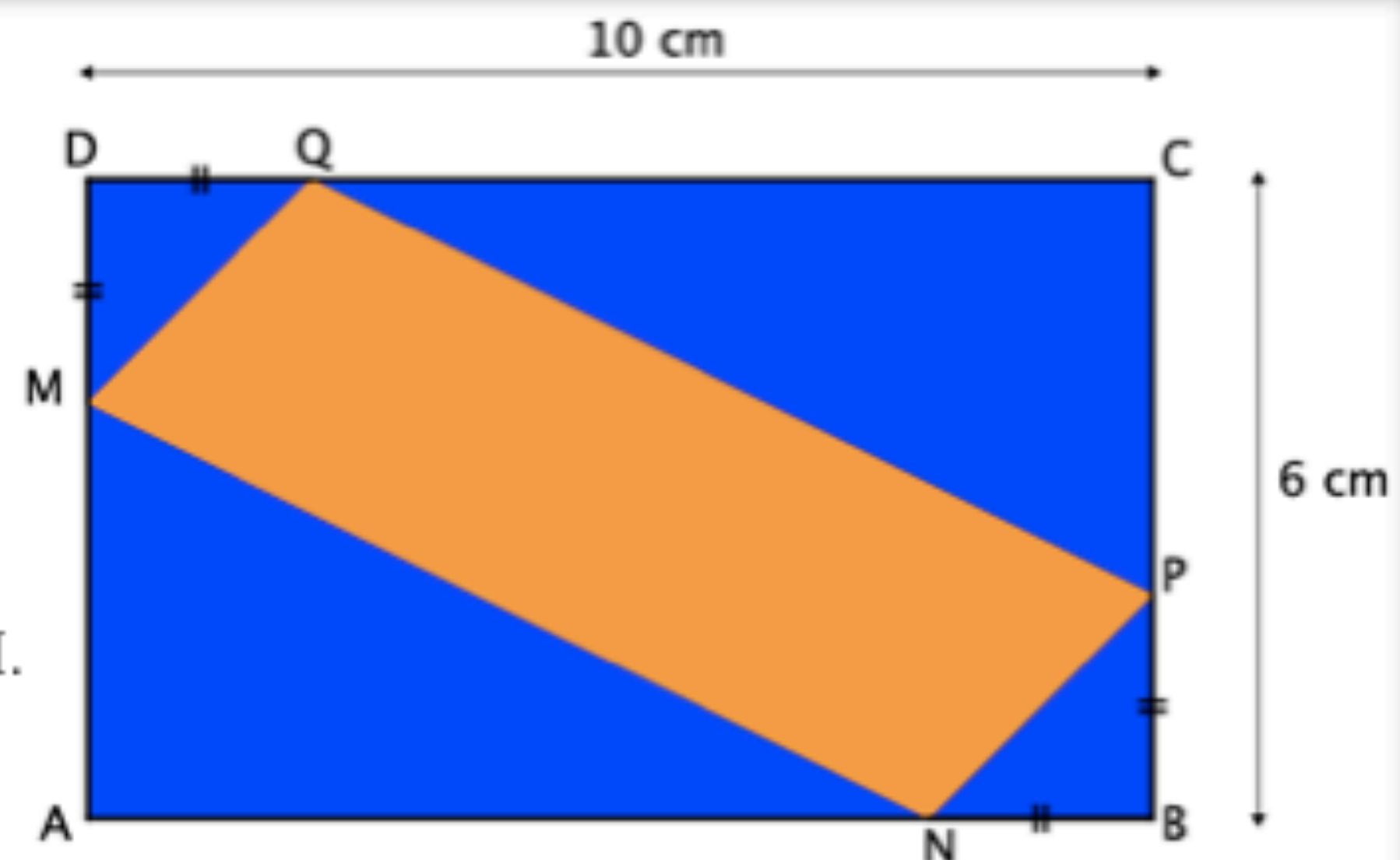
Curseur

- l'onglet polygone pour le parallélogramme MNPQ afin



Polygone

de pouvoir afficher la valeur de l'aire parallélogramme MNPQ.



- 2) Conjecturer sur l'évolution de l'aire du parallélogramme MNPQ selon la longueur DM.
- 3) Démontrer votre conjecture.

$0,999... = 1$

# APPORTS POTENTIELS DE GeoGebra

$7 \times ... = 1$

The screenshot shows the GeoGebra interface with three main components:

- Geometric Register (Registre géométrique):** Displays a rectangle ABCD with width 10 cm and height 6 cm. A blue quadrilateral MNPO is inscribed within it. A slider for DM is set to 3.98. A checkbox for 'Aire de MNPO' is visible.
- Graphical Register (Registre graphique):** Shows a coordinate system with an orange parabolic curve. The x-axis ranges from 0 to 6, and the y-axis from 0 to 35.
- Table Register (Registre des tableaux):** A table with columns A and B, showing numerical data for rows 392 to 412.

Arrows point from the text boxes to their respective registers in the software interface.

	A	B
392	3.91	31.98
393	3.92	31.99
394	3.93	31.99
395	3.94	31.99
396	3.95	32
397	3.96	32
398	3.97	32
399	3.98	32
400	3.99	32
401	4	32
402	4.01	32
403	4.02	32
404	4.03	32
405	4.04	32
406	4.05	32
407	4.06	31.99
408	4.07	31.99
409	4.08	31.99
410	4.09	31.98
411	4.1	31.98
412	4.11	31.98

Ici, les trois registres s'articulent pour résoudre le problème

$\frac{a}{10^n}$

$$0,999\dots = 1$$

# APPORTS POTENTIELS DE GEOGEBRA

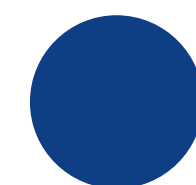
$$7 \times \dots = 1$$

L'utilisation de GeoGebra n'a de sens que si elle apporte une plus-value pour les apprentissages des élèves. Pour analyser, la plus value potentielle de GeoGebra, il est nécessaire de résoudre l'exercice en utilisant uniquement le papier et le crayon.

- Aide pour comprendre le problème en rendant visible la co-variation des deux grandeurs (figure dynamique grâce à un point mobile + curseur)
- Aide pour formuler une conjecture (de nombreux exemples sont rapidement disponibles)
- Facilite les changements de registres (notamment l'utilisation du registre graphique avec l'outil « afficher la trace »)
- Aide pour comprendre les coordonnées des points appartenant à la courbe représentative d'une fonction dans un repère donné
- Aide pour contrôler son travail (confrontation calcul/exemples)



$$\frac{a}{10^n}$$



$0,999\dots = 1$

$7 \times \dots = 1$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

## Consigne 6 :

Analyser ces trois définitions d'antécédent d'un nombre par une fonction.

**DÉFINITION** Par une fonction  $f$ , lorsqu'un nombre de départ  $a$ , on fait correspondre le nombre  $b$ , on dit que  $a$  est un **antécédent** de  $b$  par la fonction  $f$ .

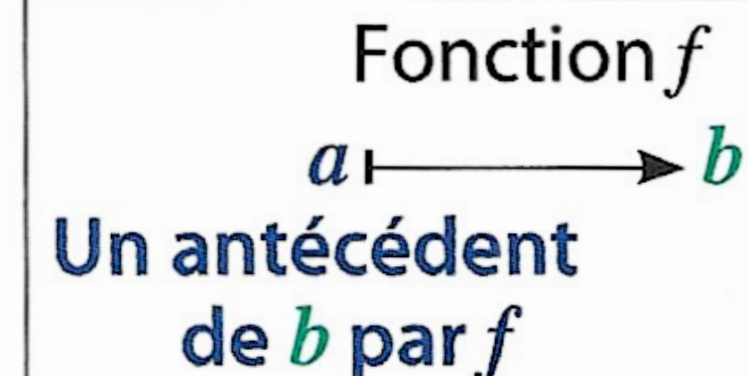
$f(a) = b$   
Le nombre  $a$  est un **antécédent** de  $b$  par la fonction  $f$ .

### Définition

Si un nombre  $x$  a pour **image** le nombre  $y$  par une **fonction**  $f$ , on dit que  $x$  est un **antécédent** de  $y$  par la **fonction**  $f$ .



**DÉFINITION** Lorsque l'image d'un nombre  $a$  par une fonction  $f$  est un nombre  $b$  (c'est-à-dire  $f(a) = b$ ), on dit aussi que  $a$  est un **antécédent** de  $b$  par  $f$ .



Myriade 3ème

$\frac{a}{10^n}$

Mission indigo 3ème

Transmath 3ème

0,999... = 1

7 × ... = 1

# TRACE ÉCRITE DE COURS

## Définition :

Soit  $b$  un nombre et  $f$  une fonction.

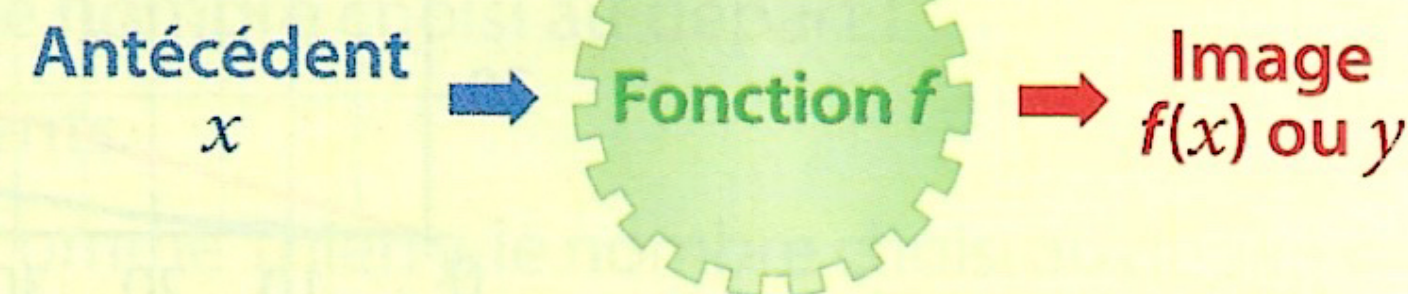
Tout nombre dont l'image par la fonction  $f$  est égale au nombre  $b$  est appelé un antécédent du nombre  $b$  la fonction  $f$ .

**DÉFINITION** Par une fonction  $f$ , lorsqu'un nombre de départ  $a$ , on fait correspondre le nombre  $b$ , on dit que  $a$  est un antécédent de  $b$  par la fonction  $f$ .

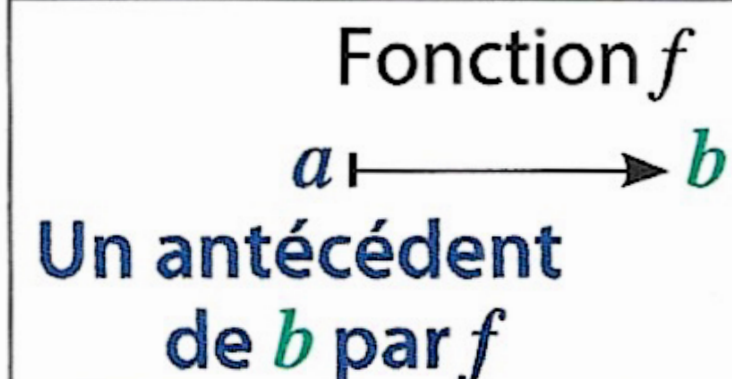
$f(a) = b$   
Le nombre  $a$  est un antécédent de  $b$  par la fonction  $f$ .

## Définition

Si un nombre  $x$  a pour image le nombre  $y$  par une fonction  $f$ , on dit que  $x$  est un antécédent de  $y$  par la fonction  $f$ .



**DÉFINITION** Lorsque l'image d'un nombre  $a$  par une fonction  $f$  est un nombre  $b$  (c'est-à-dire  $f(a) = b$ ), on dit aussi que  $a$  est un antécédent de  $b$  par  $f$ .



Myriade 3ème

$\frac{a}{10^n}$

Mission indigo 3ème

Transmath 3ème

$0,999... = 1$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times ... = 1$

## Déterminer l'image d'un nombre par une fonction

À partir de l'expression algébrique d'une fonction, on peut **calculer l'image** d'un nombre donné :

si  $f: x \mapsto 2x + 5$ ,

l'image de **3** par  $f$  est **11**

car

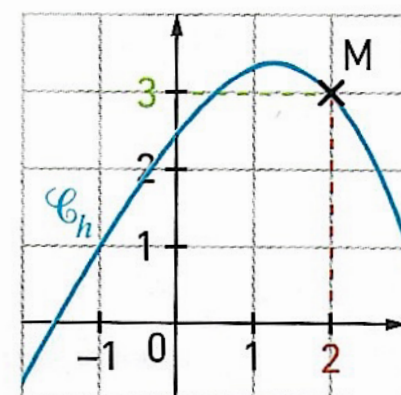
$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \times 3 + 5 \\ &= 6 + 5 \\ &= 11. \end{aligned}$$

Dans un tableau de valeurs d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné :

$x$	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

L'image de **-1** par  $g$  est **5**.  
 $g(-1) = 5$ .

Sur une représentation graphique d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné.



L'image de **2** par  $h$  est **3**.  
 $h(2) = 3$

Les démarches à suivre ne sont pas explicitées : comment lire un tableau de valeurs ou une représentation graphique d'une fonction pour lire l'image d'un nombre ou des antécédents d'un nombre ?

## Déterminer un antécédent d'un nombre par une fonction

À partir de l'expression algébrique d'une fonction, on peut **vérifier si un nombre est un antécédent** d'un nombre donné :

si  $f: x \mapsto 2x + 5$ ,

**7,5** est un antécédent de **20** par  $f$

car

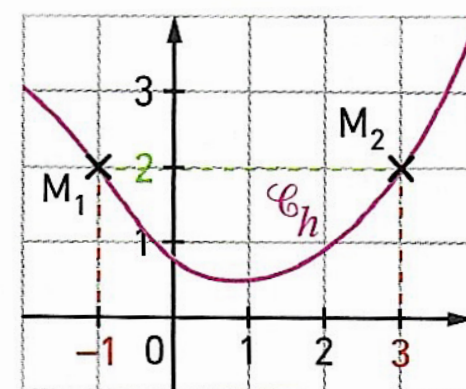
$$f(7,5) = 2 \times 7,5 + 5 = 20.$$

Dans un tableau de valeurs d'une fonction, on peut **lire un ou des antécédents** d'un nombre donné :

$x$	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

Un antécédent de **-1** par  $g$  est **1**.

Sur une représentation graphique d'une fonction, on peut **lire un ou des antécédents** d'un nombre donné :



Des antécédents de **2** par  $h$  sont **-1** et **3**.

$$0,999\dots = 1$$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

$$7 \times \dots = 1$$

## Méthode

- Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre  $x$ , on place  $x$  sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
- Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre  $y$ , on place  $y$  sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

## ► Exemple

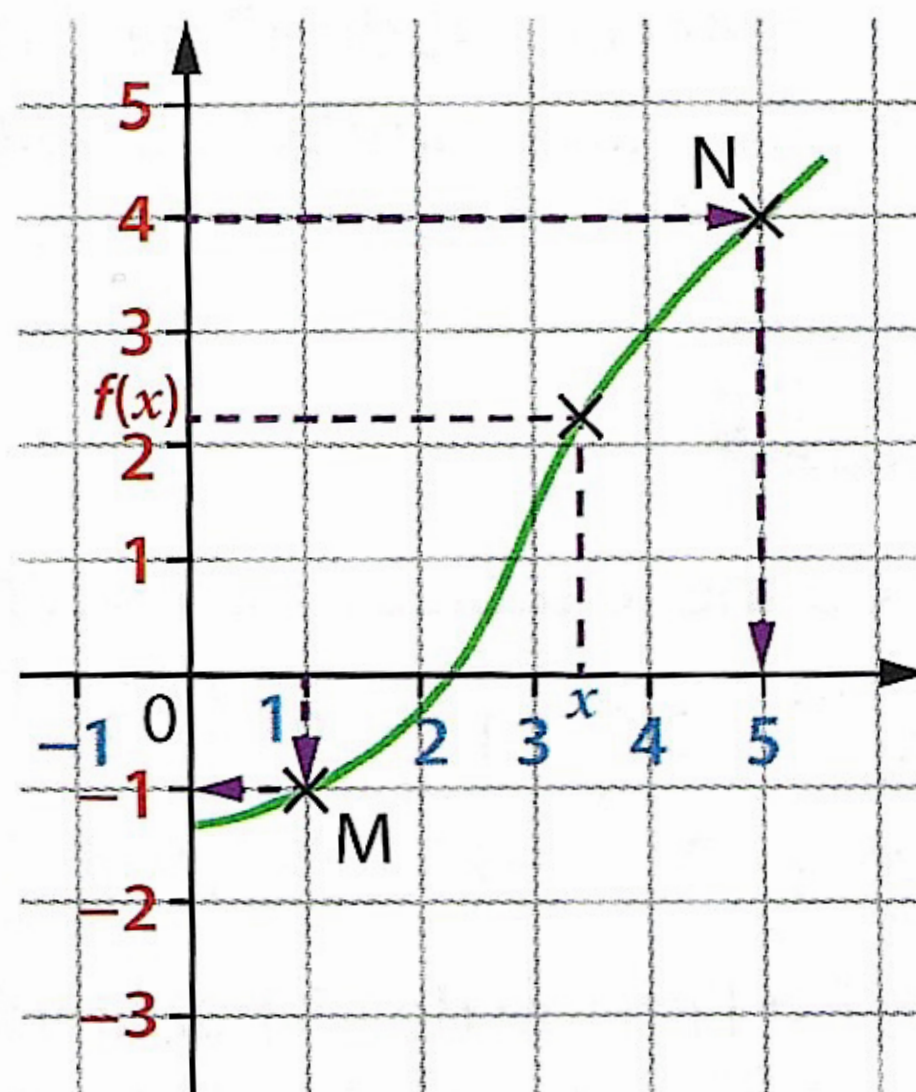
On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction  $f$ .

- Pour déterminer graphiquement l'image de **1** par la fonction  $f$ , on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse **1** : il s'agit du point  $M$  dont l'ordonnée est égale à **-1**.

L'image de **1** est donc **-1** c'est-à-dire  $f(1) = -1$ .

- Pour déterminer un antécédent de **4**, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée **4** : il s'agit du point  $N$  qui a pour abscisse **5**.

**5** est donc un antécédent de **4** c'est-à-dire  $f(5) = 4$ .



## Mission indigo 3ème



Ici, il y a une explication mais elle n'est pas totalement explicite. Que signifie point(s) de la courbe correspondant(s) ?

Il est préférable d'utiliser une courbe représentative par méthode. Choisir aussi un nombre qui a plusieurs antécédents.

$$0,999\dots = 1$$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

$$7 \times \dots = 1$$



	Image d'un nombre A	Antécédents d'un nombre B
Expression de la fonction	On remplace $x$ par le nombre A dans l'expression de la fonction.	On résout une équation. On cherche les valeurs de $x$ pour lesquelles l'expression est égale au nombre b.
Tableau de valeurs	On repère le nombre a dans la 1 <sup>ère</sup> ligne et on lit son image dans la 2 <sup>ème</sup> ligne.	On repère dans la deuxième ligne le nombre b et on lit sur la 1 <sup>ère</sup> ligne le(s) antécédent(s).
Courbe de la fonction	On repère le nombre a sur l'axe des abscisses. On trace un trait vertical jusqu'à la courbe puis un trait horizontal jusqu'à l'axe des ordonnées.	On repère le nombre b sur l'axe des ordonnées. On trace un trait horizontal jusqu'à la courbe puis un ou plusieurs trait(s) vertical(s) jusqu'à l'axe des abscisses.

Le point  $(a; b)$  appartient à la courbe d'une fonction  $f$  à condition que b soit l'image du nombre a par la fonction  $f$ .

$(a; \dots)$   
→ l'image de a

$(\dots; b)$   
→ un antécédent de b

Dans chaque registre, rendre explicite pour les élèves les démarches à suivre pour calculer l'image et un antécédent d'un nombre par une fonction

$$0,999\dots = 1$$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

$$7 \times \dots = 1$$

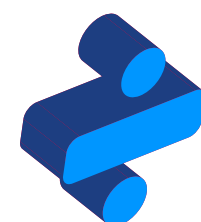
## Quelques conseils pour élaborer votre trace écrite de cours sur la notion de fonction :



- Choisir une dépendance entre deux grandeurs dans un registre puis la représenter dans d'autres registres



- Mettre un exemple d'une relation de dépendance qui ne se modélisent pas par une fonction



- Être vigilant au niveau de la rigueur des définitions (image, antécédents et courbe représentative d'une fonction).

$$\frac{a}{10^n}$$

- Expliciter les démarches à suivre pour les changements de registres.

- Ne pas passer sous silence la construction d'une courbe représentative d'une fonction.

$0,999\dots = 1$

# TRACE ÉCRITE DE COURS

$7 \times \dots = 1$

Exemple d'une relation de dépendance qui ne se modélisent pas par une fonction

## Tarifs Lettre recommandée France<sup>1</sup>

Tarifs Lettre recommandée vers la France <sup>1</sup>			
Poids jusqu'à...	R1	R2	R3
20 g	5,74 €	6,85 €	8,43 €
50 g	6,56 €	7,58 €	9,08 €
100 g	7,40 €	8,43 €	9,90 €
250 g	9,05 €	10,08 €	11,67 €
500 g	10,63 €	11,60 €	13,06 €
1 kg	12,23 €	13,25 €	14,70 €
2 kg	14,48 €	15,48 €	17,08 €
Avis de réception	1,40 €	1,40 €	1,40 €

- Niveau de recommandation R1 : 16 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie
- Niveau de recommandation R2 : 153 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie
- Niveau de recommandation R3 : 458 € d'indemnisation en cas de perte ou d'avarie

$\frac{a}{10^n}$