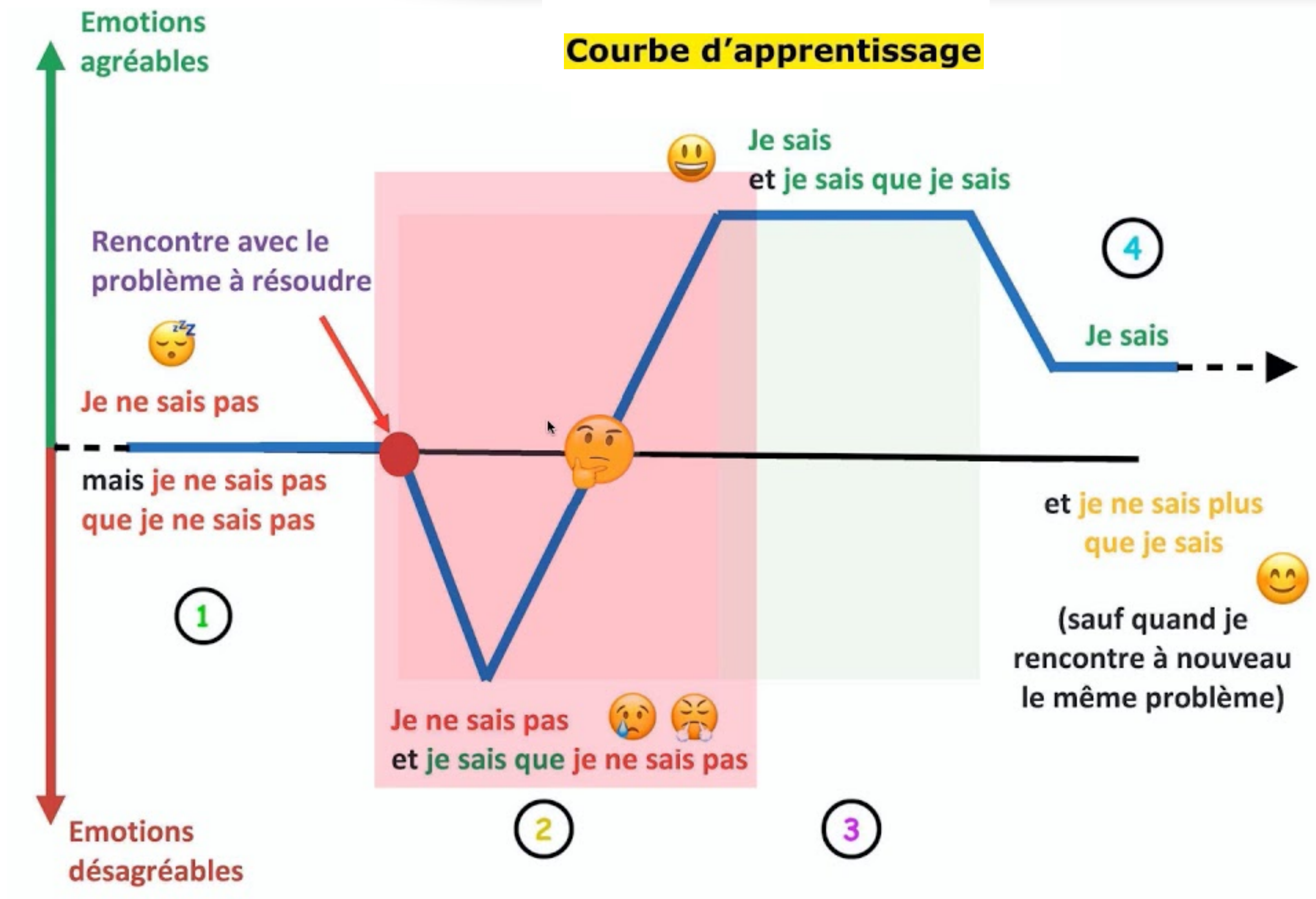
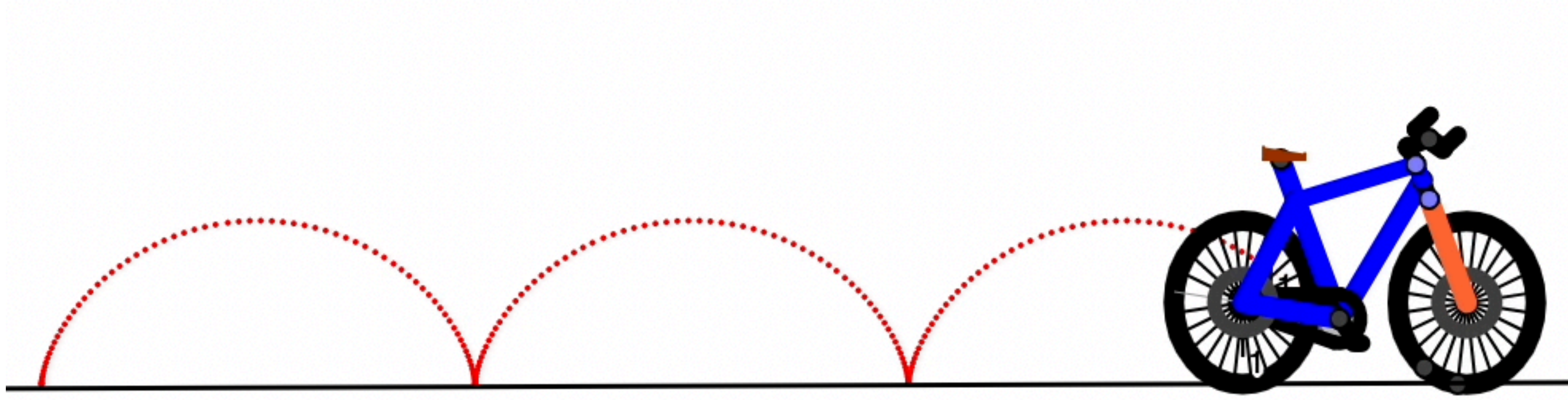
$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Enseigner les fonctions en 2nde





guillaume.didier@inspe-paris.fr

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Liste non exhaustive de documents sur la notion de fonction

Documents d’accompagnement de seconde en 2009 :

Les fonctions en 2nde

Articles issus de la revue petit’x :

Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans le cadre des fonctions

Variables et fonctions du collège au lycée

Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d’accéder au concept de fonction ou de variable dépendante.

Enseigner les fonctions linéaires : le point de vue de la co-variation

$\frac{a}{10^n}$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Stratégies d'enseignement

Tâches associées à l'étude des fonctions numériques :

- mettre en évidence la dépendance entre des grandeurs ;
- décrire la dépendance entre des grandeurs ;
- déterminer une grandeur à partir d'une autre ;
- comparer plusieurs grandeurs ;
- comparer les variations d'une grandeur pour deux situations ;
- lire et interpréter des représentations graphiques de fonctions ;
- optimiser ;
- modéliser (afin d'interpoler, d'extrapoler, de décrire et de prévoir l'évolution d'un phénomène)

$0{,}999\ldots = 1$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$7 \times \ldots = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Comprendre et utiliser la notion de fonction

$\frac{a}{10^n}$

Stratégies d'enseignement

Il manque «Lire et interpréter des tableaux de valeurs

Tâches associées à l'étude des fonctions numériques :

- mettre en évidence la dépendance entre des grandeurs ;
- décrire la dépendance entre des grandeurs ;
- déterminer une grandeur à partir d'une autre ;
- comparer plusieurs grandeurs ;
- comparer les variations d'une grandeur pour deux situations ;
- lire et interpréter des représentations graphiques de fonctions ;
- optimiser ;
- modéliser (afin d'interpoler, d'extrapoler, de décrire et de prévoir l'évolution d'un phénomène)

$0{,}999\ldots = 1$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$7 \times \ldots = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Consigne 1 :
Pour chacun des exercices, identifier la ou les tâches travaillées

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Stratégies d'enseignement

$\dfrac{a}{10^n}$

Il manque «Lire et interpréter des tableaux de valeurs

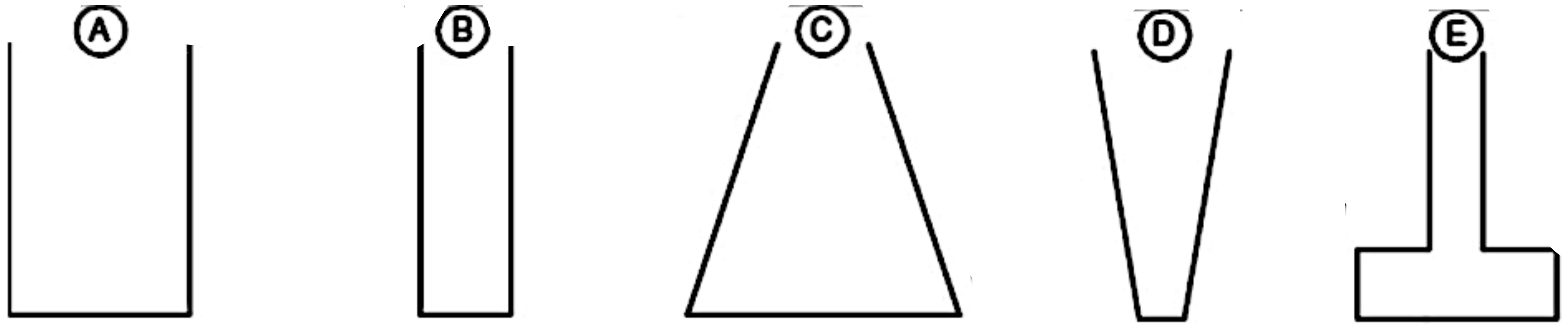
Tâches associées à l'étude des fonctions numériques :

- mettre en évidence la dépendance entre des grandeurs ;
- décrire la dépendance entre des grandeurs ;
- déterminer une grandeur à partir d'une autre ;
- comparer plusieurs grandeurs ;
- comparer les variations d'une grandeur pour deux situations ;
- lire et interpréter des représentations graphiques de fonctions ;
- optimiser ;
- modéliser (afin d'interpoler, d'extrapoler, de décrire et de prévoir l'évolution d'un phénomène)

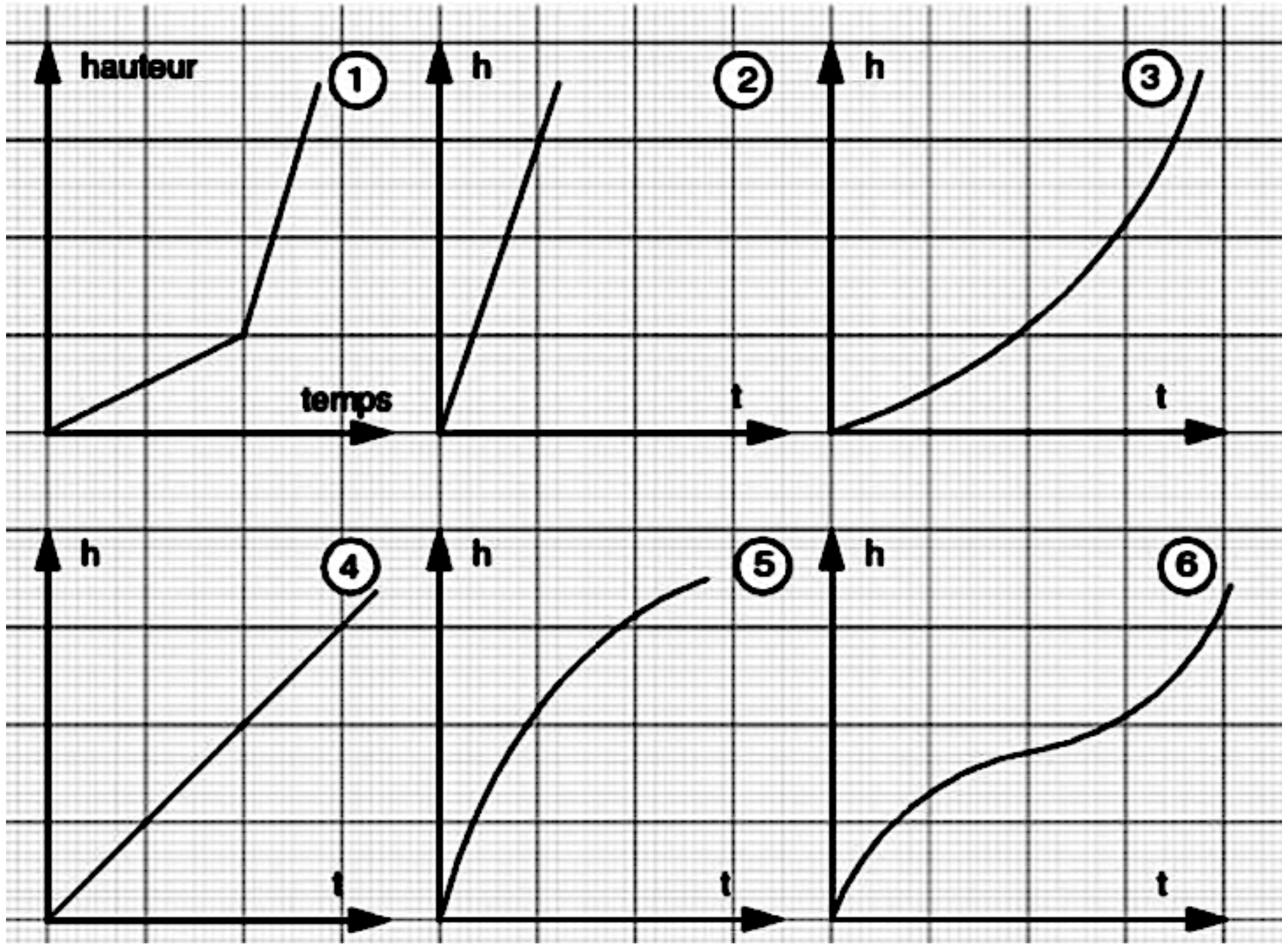
TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

Exercice 1 :

On remplit chacun des récipients ci-contre avec un robinet ayant toujours le même débit .



Voici six graphiques où l'on a représenté la hauteur de l'eau en fonction du temps.



Associer chaque récipient à un graphique.

$0{,}999\ldots = 1$

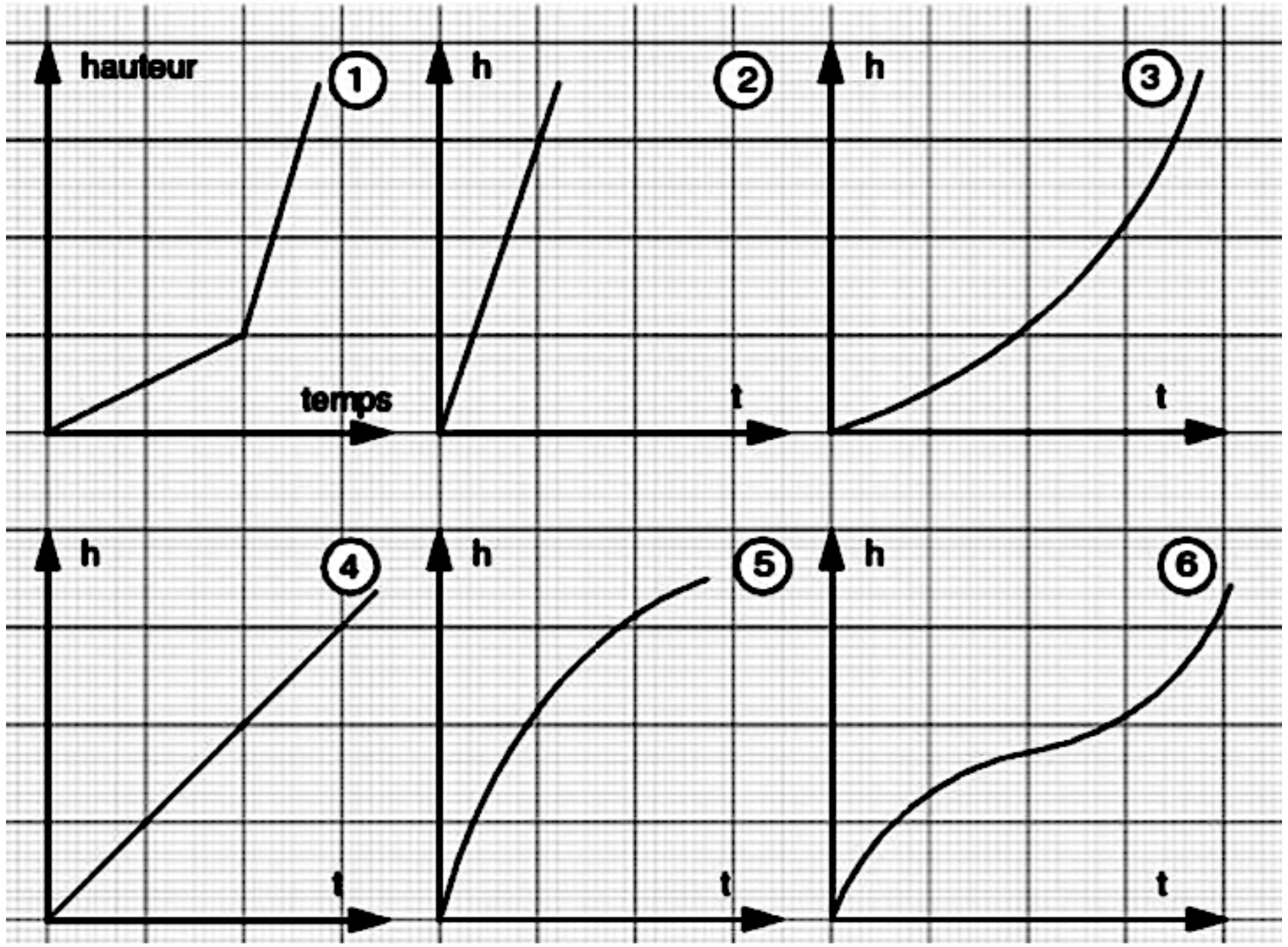
TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

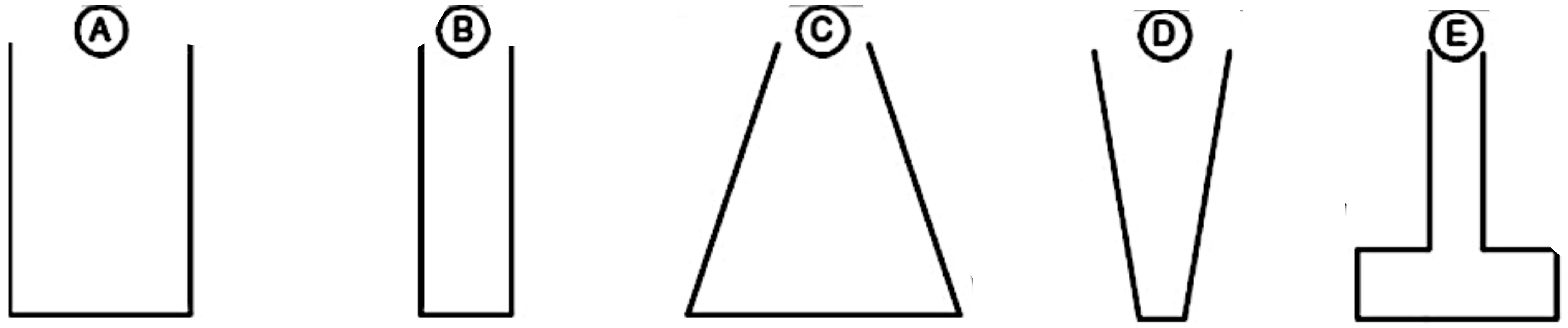
$7 \times \ldots = 1$

Exercice 1 :

On remplit chacun des récipients ci-contre avec un robinet ayant toujours le même débit .

Voici six graphiques où l'on a représenté la hauteur de l'eau en fonction du temps.





Associer chaque récipient à un graphique.

$\frac{a}{10^n}$

Lire et interpréter une représentation graphique
Décrire une dépendance entre deux grandeurs

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

<u>Exercice 2 :</u>

Dans une pièce à 20°C, une bouteille contient 1,5 L d'une eau à 16°C.

Vous jetez six glaçons dans cette bouteille.

Tracer l'allure de la courbe de la fonction donnant
la température de l'eau au cours des 6 prochaines heures.

$\frac{a}{10^n}$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

<u>Exercice 2 :</u>

Dans une pièce à 20°C, une bouteille contient 1,5 L d'une eau à 16°C.
Vous jetez six glaçons dans cette bouteille.
Tracer l'allure de la courbe de la fonction donnant la température de l'eau au cours des 6 prochaines heures.

Modéliser

$\frac{a}{10^n}$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

Exercice 2 :

Dans une pièce à 20°C, une bouteille contient 1,5 L d'une eau à 16°C.
Vous jetez six glaçons dans cette bouteille.
Tracer l'allure de la courbe de la fonction donnant la température de l'eau au cours des 6 prochaines heures.

Modéliser

$\frac{a}{10^n}$

Question :

En tant que professeur, à quelles modélisations (erronées) doit-on se préparer ?

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

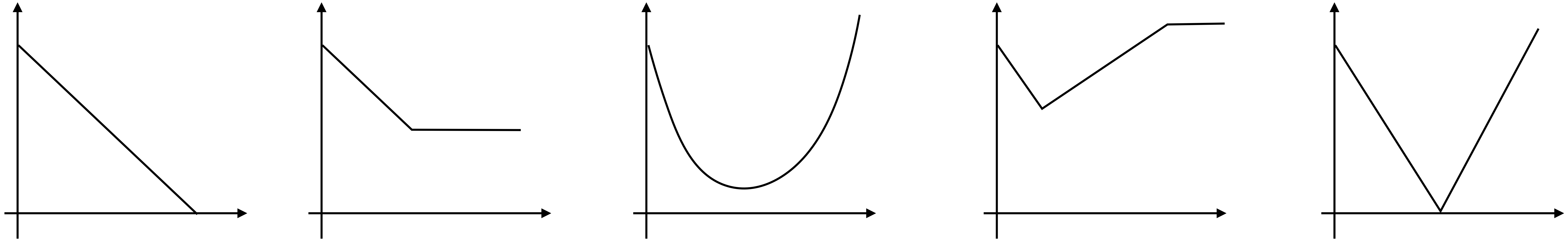
Exercice 2 :

Dans une pièce à 20°C, une bouteille contient 1,5 L d'une eau à 16°C.
Vous jetez six glaçons dans cette bouteille.
Tracer l'allure de la courbe de la fonction donnant la température de l'eau au cours des 6 prochaines heures.

Modéliser

Question :

En tant que professeur, à quelles modélisations (erronées) doit-on se préparer ?



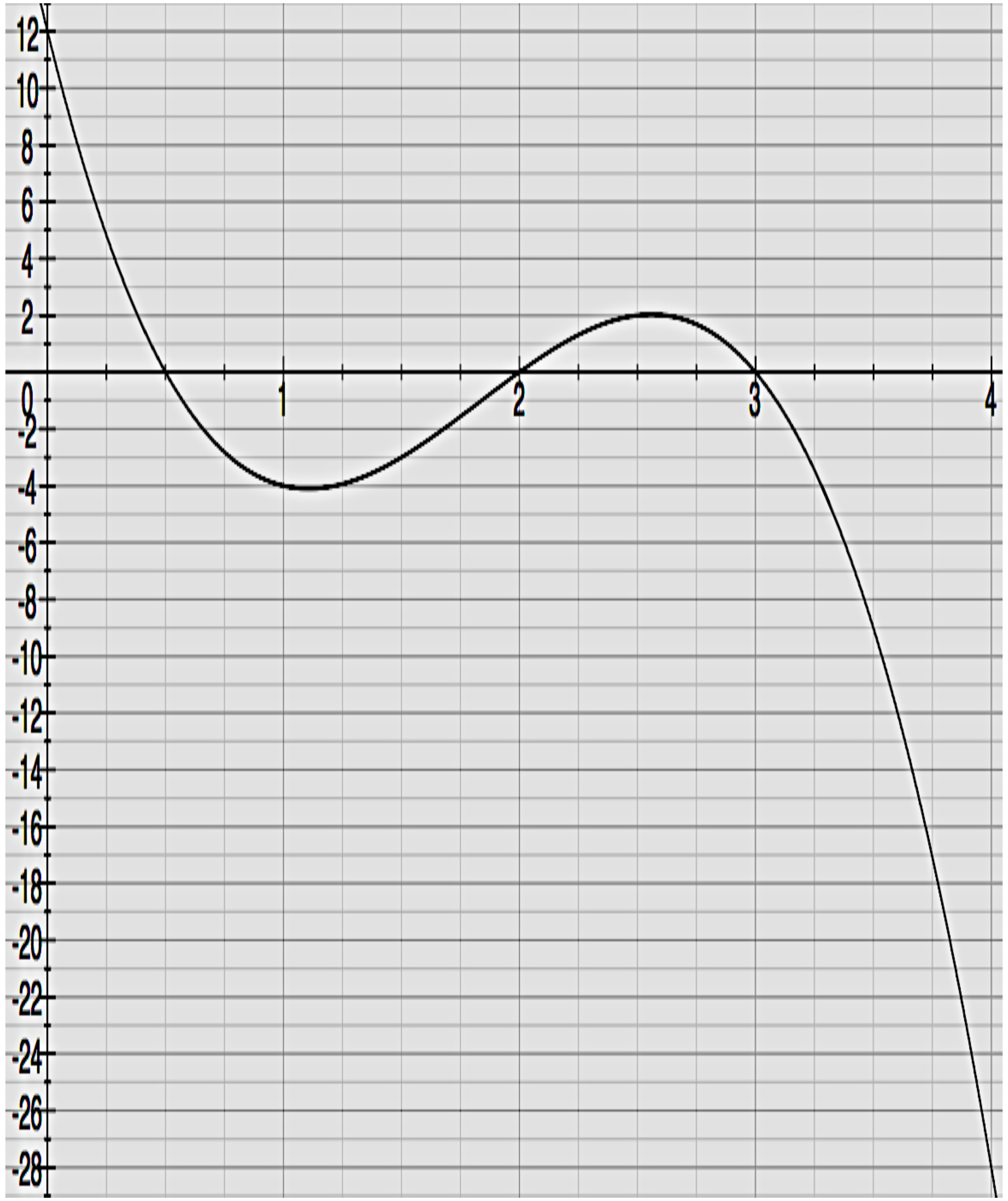
$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

<u>Exercice 3 :</u>

On a représenté une fonction f dans le repère ci-contre :

1) Quelle est l'image de 0 par la fonction f ?
2) Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ?
3) Combien d'antécédents -3 a-t-il par la fonction f ?
4) Compléter les phrases suivantes :
   a) Le point (3,5 ; ………) appartient à la courbe de f .
   b) Le point (……… ; -17) appartient à la courbe de f .
5) Compléter les égalités :
   a) $f(4) =$………
   b) $f($……….$) = 5$



$0,999... = 1$

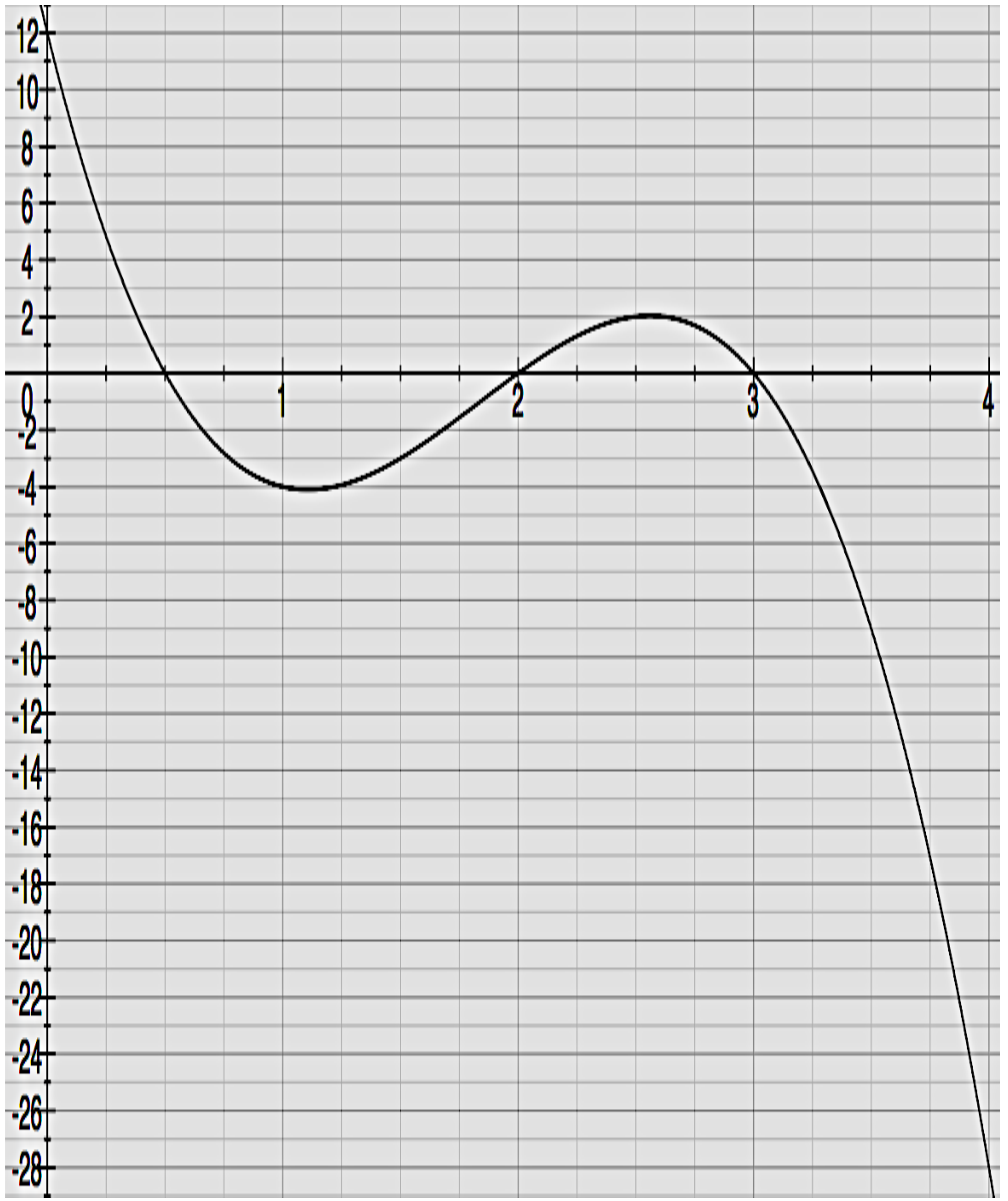
TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$7 \times ... = 1$

<u>Exercice 3 :</u>

On a représenté une fonction f dans le repère ci-contre :

1) Quelle est l'image de 0 par la fonction f ?
2) Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ?
3) Combien d'antécédents -3 a-t-il par la fonction f ?
4) Compléter les phrases suivantes :
   a) Le point (3,5 ; ....) appartient à la courbe de f .
   b) Le point (......... ; -17) appartient à la courbe de f .
5) Compléter les égalités :
   a) $f(4) =$.........
   b) $f(..........) = 5$



Lire et interpréter une représentation graphique

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

<u>Exercice 4 :</u>

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différents nombres par une fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-4	-2	0	2	4	8
2	$g(x)$	-176	-96	-40	-8	0	-56

Dans la cellule B2, on a tapé la formule suivante: $=5*(\text{B}1-4)-(3*\text{B}1-5)*(\text{B}1-4)$

a) Quelle est l'expression de la fonction g ?

b) Quelle est l'image de -2 par la fonction g ?

c) Donner un antécédent de 0 la fonction g ?

d) Le point $(-1\ ;\ -65)$ appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

e) Le point $(0\ ;\ 4)$ appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

Lire et interpréter un tableau de valeurs
Déterminer une grandeur à partie d'une autre grandeur

Exercice 4 :

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différents nombres par une fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-4	-2	0	2	4	8
2	$g(x)$	-176	-96	-40	-8	0	-56

Dans la cellule B2, on a tapé la formule suivante: $=5*(\mathrm{B}1-4)-(3*\mathrm{B}1-5)*(\mathrm{B}1-4)$

a) Quelle est l'expression de la fonction g ?

b) Quelle est l'image de -2 par la fonction g ?

c) Donner un antécédent de 0 la fonction g ?

d) Le point $(-1\ ;\ -65)$ appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

e) Le point $(0\ ;\ 4)$ appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

$0,999\ldots = 1$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

$7 \times \ldots = 1$

<u>Exercice n°5 :</u>

Voici le graphique représentant la hauteur d'eau de la Seine lors de sa crue de 1910 à Paris.

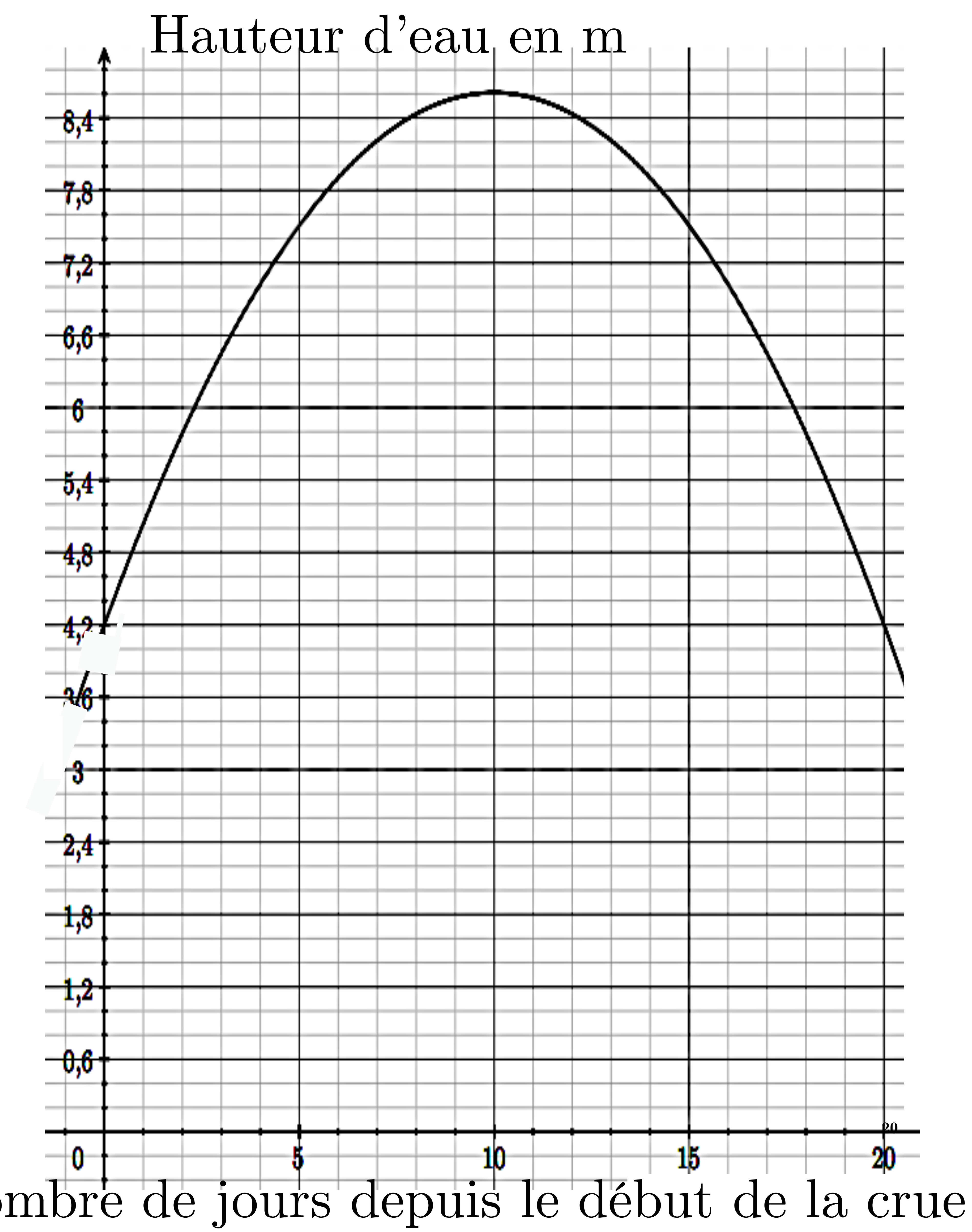
1) Quelle a été la hauteur maximale de la Seine durant cette crue ?

2) Voici deux fonctions :

$$f(x) = -0,05x^2 + 0,94x + 4,2$$

$$g(x) = -0,044x^2 + 0,88x + 4,2$$

Laquelle de ces deux fonctions a été utilisée pour modéliser cette crue? <u>Justifier votre réponse.</u>



<u>Exercice n°5 :</u>

Voici le graphique représentant la hauteur d'eau de la Seine lors de sa crue de 1910 à Paris.

1) Quelle a été la hauteur maximale de la Seine durant cette crue ?

2) Voici deux fonctions :

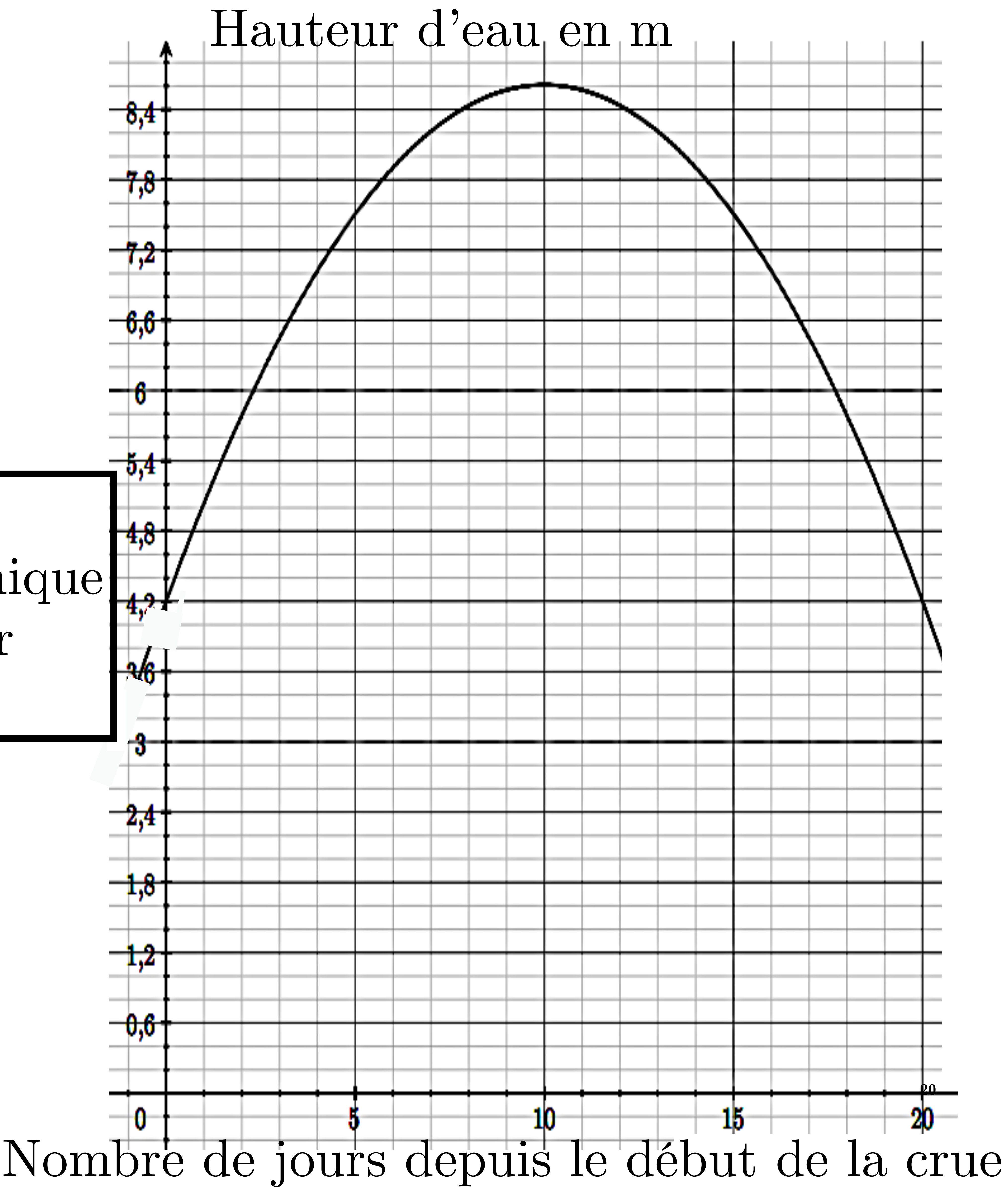
$$f(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}94x + 4{,}2$$

$$g(x) = -0{,}044x^2 + 0{,}88x + 4{,}2$$

Laquelle de ces deux fonctions a été utilisée pour modéliser cette crue?

<u>Justifier votre réponse.</u>

Lire et interpréter une représentation graphique
Déterminer une grandeur à partir d'une grandeur



TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

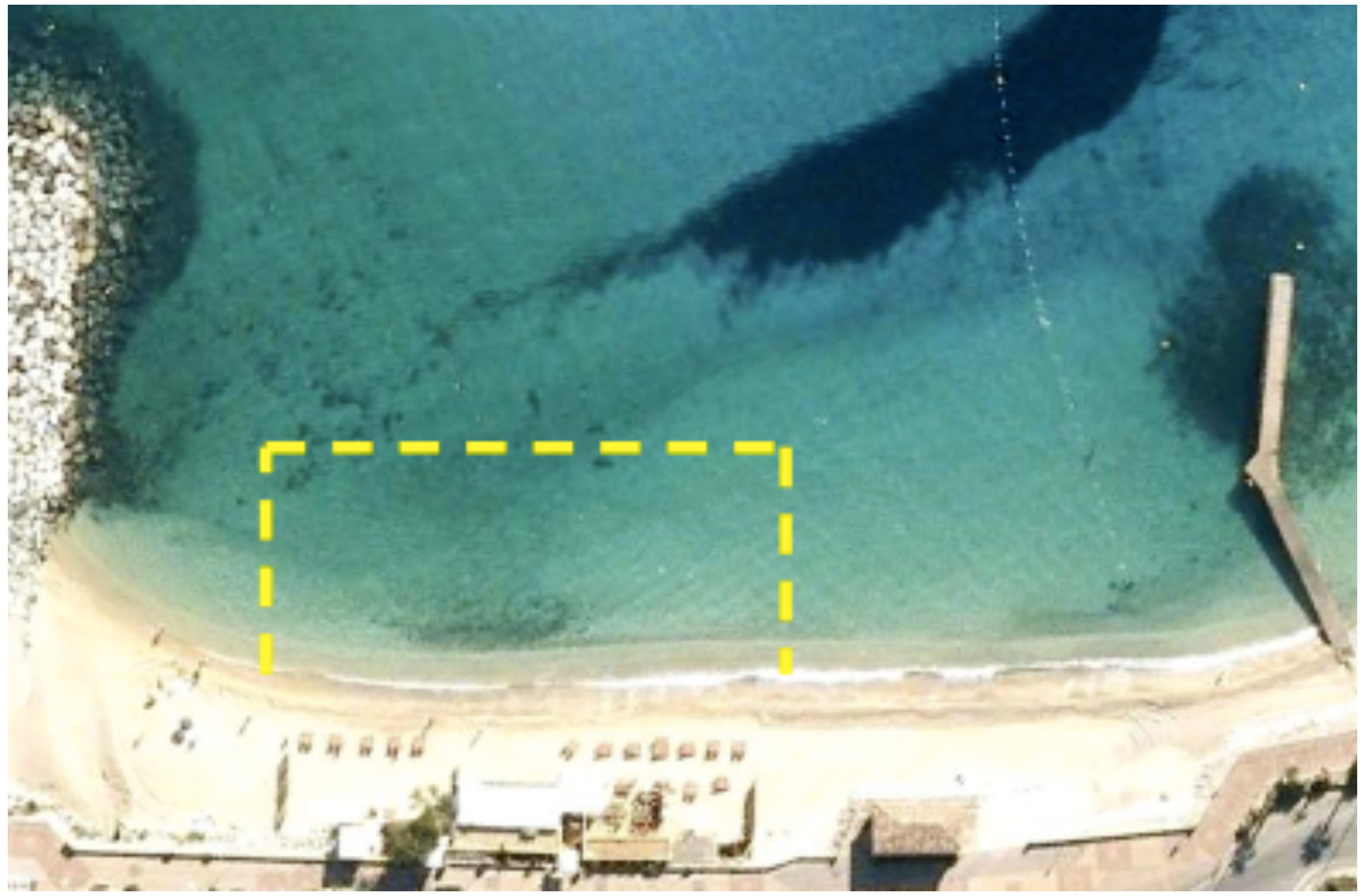
$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

<u>**Exercice 6 :**</u>

Un maître-sauveteur est responsable d'une plage et d'une zone de baignade.
Il dispose de 800 m de filet flottant pour délimiter la zone de baignade de forme rectangulaire.

Comment doit-il s'y prendre afin que les baigneurs aient le plus d'espace possible ?



$\frac{a}{10^n}$

TÂCHES ASSOCIÉES AUX FONCTIONS

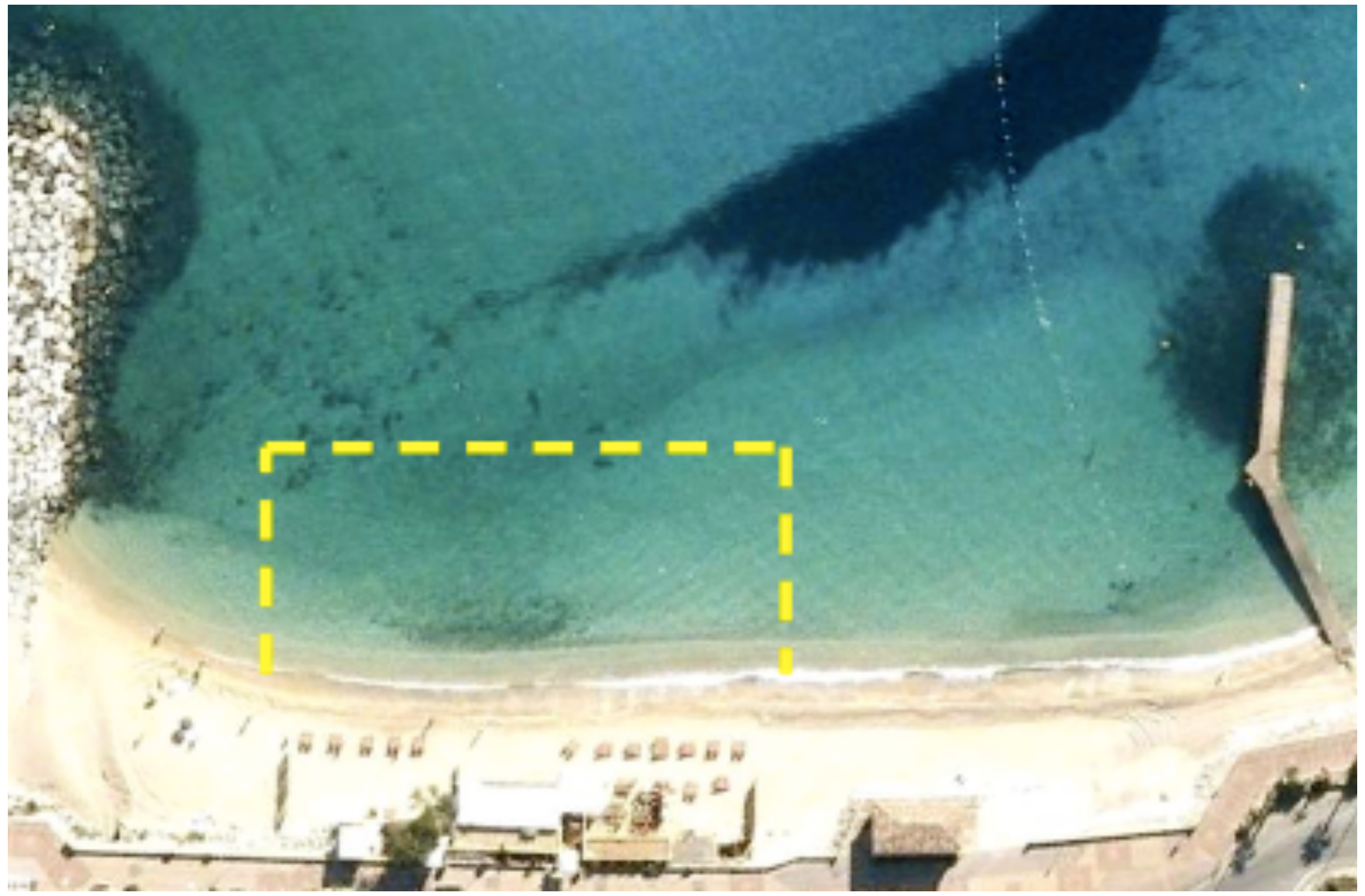
$0{,}999... = 1$

$7 \times ... = 1$

<u>Exercice 6 :</u>

Un maître-sauveteur est responsable d'une plage et d'une zone de baignade.
Il dispose de 800 m de filet flottant pour délimiter la zone de baignade de forme rectangulaire.

Comment doit-il s'y prendre afin que les baigneurs aient le plus d'espace possible ?



$\frac{a}{10^n}$

Modéliser
Déterminer une grandeur à partir d'une grandeur
Lire et interpréter une représentation graphique

$0{,}999\ldots = 1$

MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Comprendre et utiliser la notion de fonction

$\frac{a}{10^n}$

Modélisation

Étant donnée une situation concrète, la démarche de modélisation consiste à traduire cette situation en un problème mathématique dont la solution est ensuite confrontée à la situation réelle. Cette démarche se prête particulièrement à l'usage des fonctions numériques sous différentes formes. Une attention particulière doit être portée à certaines difficultés conceptuelles lorsque la notion de fonction est installée. En effet, dans la situation concrète, les valeurs prises par la variable sont généralement positives, parfois entières et l'usage d'une fonction numérique dans sa généralité n'a pas forcément de légitimé. Les exemples classiques d'abonnements débouchant sur l'étude de fonctions linéaires ou affines est révélateur de ce type de difficultés. On veillera à choisir des exemples pour lesquels la modélisation par une fonction numérique est réellement pertinente (pas de solution géométrique ou arithmétique évidente).

$0{,}999\ldots = 1$

MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

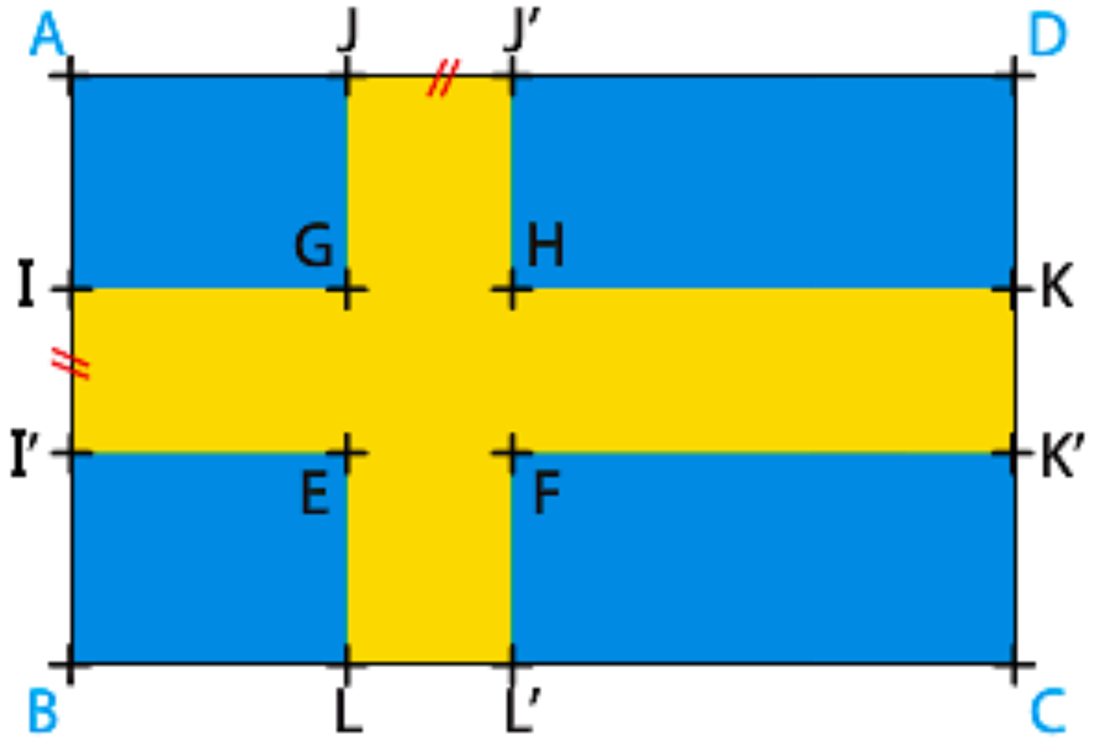
Le drapeau de la Suède est un rectangle de tissu bleu de 2,4 m par 1,5 m sur lequel est apposée une croix jaune.

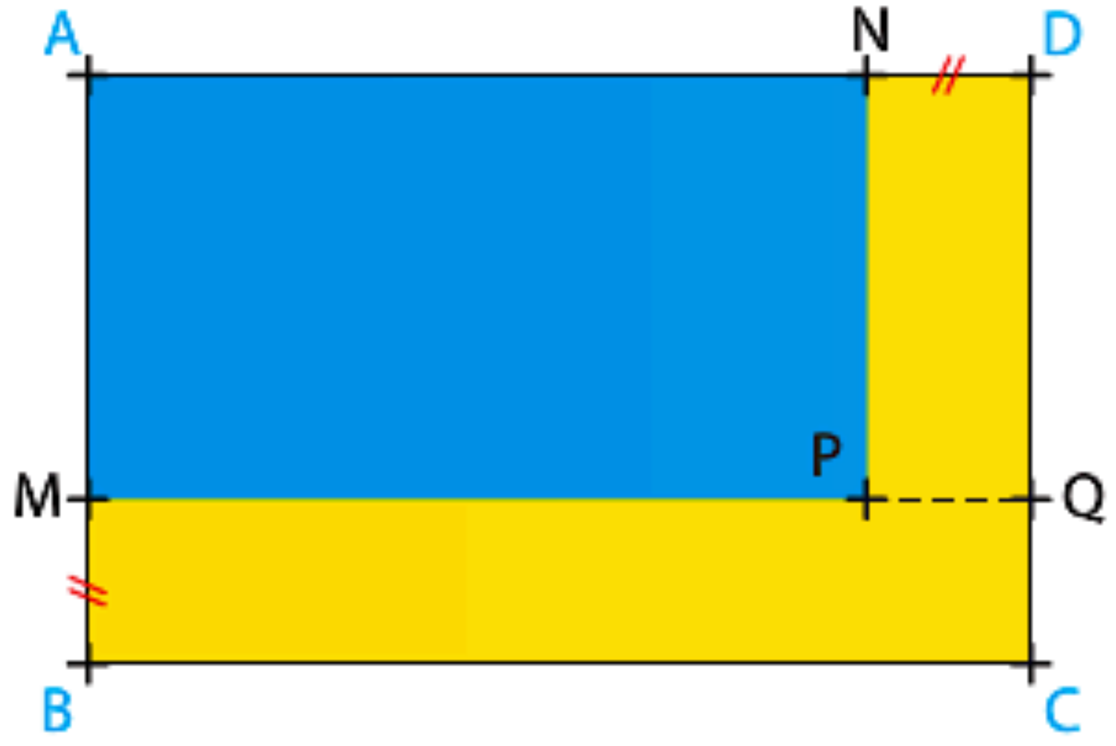
On se propose de déterminer la largeur de la croix sachant que son aire occupe 30 % de l'aire totale du drapeau.

Consigne 2 :
Faire une analyse critique de la partie 2 de cet exercice.

1 Réflexion sur deux figures

Sur ces figures, les deux rectangles ABCD sont identiques et les bandes jaunes rectangulaires ont la même largeur. Sven affirme : « Sur ces figures, les aires des surfaces jaunes sont les mêmes ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.





$\frac{a}{10^n}$

2 Modélisation avec une fonction

On note f la fonction qui à chaque largeur L, en m, de $[0\,;1{,}5]$ associe l'aire en m² de la croix jaune.

a) Démontrer que $f(L) = 3{,}9L - L^2$.

b) Expliquer pourquoi résoudre l'équation $3{,}9L - L^2 = 1{,}08$ permet de résoudre le problème.

c) Montrer que $3{,}9L - L^2 - 1{,}08 = (L - 3{,}6)(0{,}3 - L)$
En déduire la valeur de L répondant au problème.

$0{,}999\ldots = 1$

MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

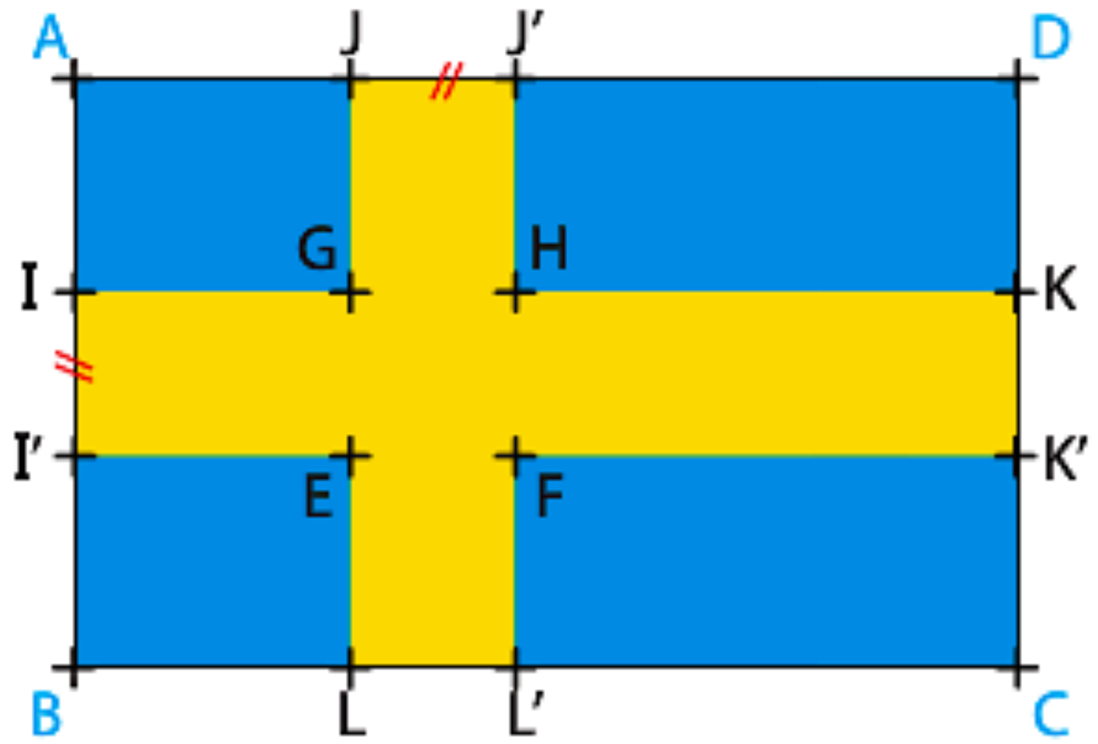
$7 \times \ldots = 1$

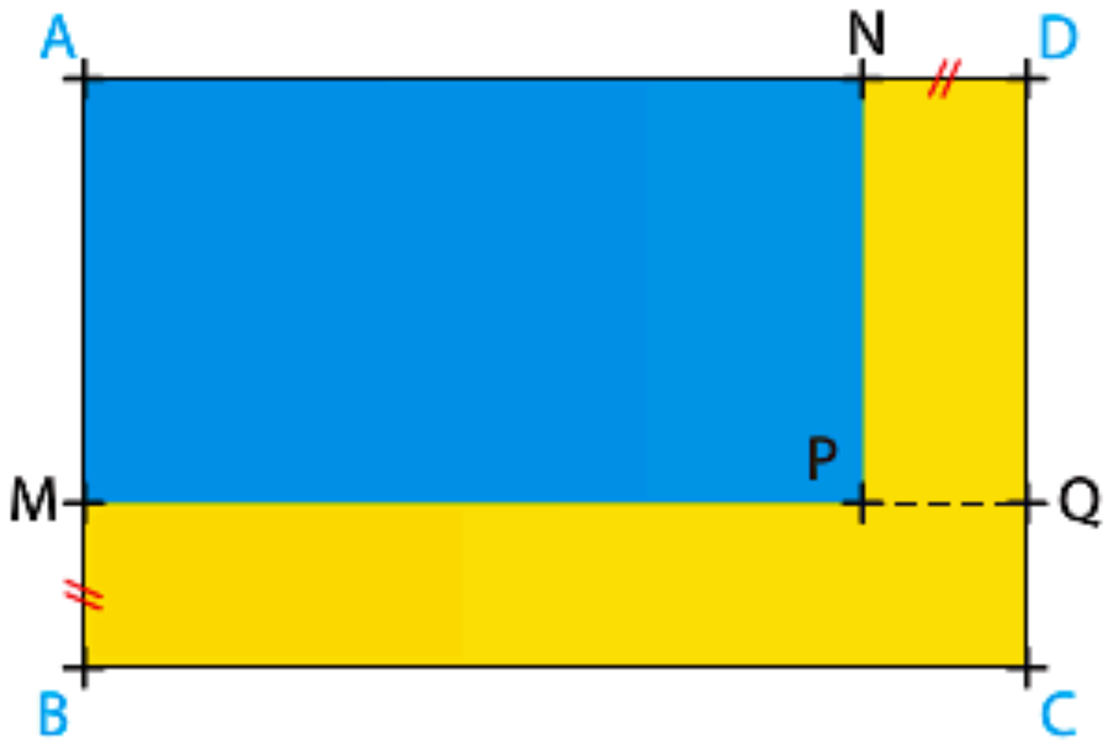
Le drapeau de la Suède est un rectangle de tissu bleu de 2,4 m par 1,5 m sur lequel est apposée une croix jaune.

On se propose de déterminer la largeur de la croix sachant que son aire occupe 30 % de l'aire totale du drapeau.

1 Réflexion sur deux figures

Sur ces figures, les deux rectangles ABCD sont identiques et les bandes jaunes rectangulaires ont la même largeur. Sven affirme : « Sur ces figures, les aires des surfaces jaunes sont les mêmes ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.





2 Modélisation avec une fonction

On note f la fonction qui à chaque largeur L, en m, de $[0\,;1{,}5]$ associe l'aire en m² de la croix jaune.

a) Démontrer que $f(L) = 3{,}9L - L^2$.

b) Expliquer pourquoi résoudre l'équation $3{,}9L - L^2 = 1{,}08$ permet de résoudre le problème.

c) Montrer que $3{,}9L - L^2 - 1{,}08 = (L - 3{,}6)(0{,}3 - L)$
En déduire la valeur de L répondant au problème.

Consigne 2 :
Faire une analyse critique de la partie 2 de cet exercice.

- Toute la modélisation est donnée
- L'introduction de la lettre n'est pas à la charge de l'élève
- Pas besoin de fonction pour résoudre ce problème
- La co-variation des deux grandeurs n'est pas exploitée

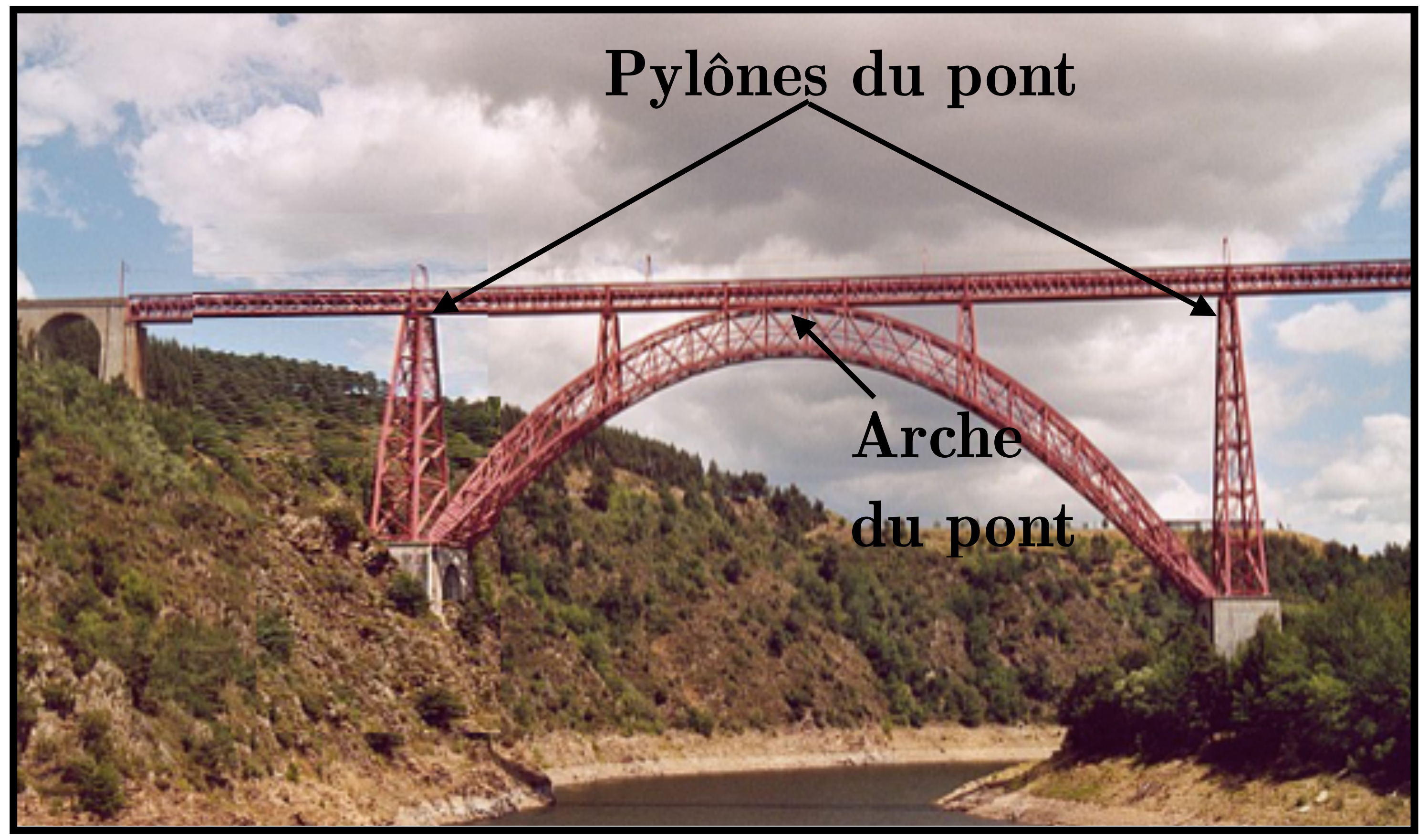
MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

$0{,}999... = 1$ $7 \times ... = 1$

Exercice :

Une entreprise a confié la construction d'un pont à un architecte.

L'architecte a présenté son projet à l'aide de la photo ci-dessous :



Caractéristiques du pont :

- écartement entre les deux pylônes : 32 m
- début de l'arche (à gauche) : 15,5 m au dessus de la rivière
- fin de l'arche (à droite) : 12,3 m au dessus de la rivière

Cet architecte a demandé à un ingénieur de modéliser l'arche du pont. Malheureusement, cet ingénieur est démissionné avant d'avoir terminé son travail. Ses recherches se terminent par la phrase suivante : « La partie supérieure de l'arche du pont se modélise avec une fonction de la forme $f : x \longmapsto -0{,}04x\,(x - a) + b$ où a et b sont deux nombres compris entre - 50 et 50 ».

L'architecte vous demande de terminer le travail de cet ingénieur.

Consigne 3 :

1) Ouvrir le fichier « consigne 9 » et créer deux curseurs entre -50 et 50.
2) À partir de l'exercice ci-dessus, imaginer un scénario faisant travailler la compétence « modéliser ».

MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

Exemple de scénario pour une classe de 2nde :

1) a) Quelle est la nature de la fonction utilisée par l'ingénieur ?

   b) Est-ce que ce type de fonction est adaptée pour modéliser l'arche ?

2) Ouvrir le fichier GeoGebra « arche d'un pont ».

3) Interpréter les caractéristiques du pont par la donnée de trois points.

4) Déterminer les valeurs des nombres a et b.

5) Vérifier sur GeoGebra que vos valeurs des nombres a et b permettent d'obtenir une bonne modélisation de l'arche.

$0{,}999\ldots = 1$

MODÉLISER ET NOTION DE FONCTION

$7 \times \ldots = 1$

Exemple de scénario pour une classe de 2nde :

1) a) Quelle est la nature de la fonction utilisée par l'ingénieur ?
   b) Est-ce que ce type de fonction est adaptée pour modéliser l'arche ?
2) Ouvrir le fichier GeoGebra « arche d'un pont ».
3) Interpréter les caractéristiques du pont par la donnée de trois points.
4) Déterminer les valeurs des nombres a et b.
5) Vérifier sur GeoGebra que vos valeurs des nombres a et b permettent d'obtenir une bonne modélisation de l'arche.

$\frac{a}{10^n}$

Exemple de scénario pour une classe de 3e :

$\boxed{\text{Solution : } a = 29{,}5 \text{ et } b : 15{,}5}$

1) Ouvrir le fichier GeoGebra « arche d'un pont ».
2) Créer deux curseurs, un pour le nombre a et un autre pour le nombre b avec un pas de 0,1.
3) Entrer la fonction indiquée par l'ingénieur dans la barre saisie.
4) À des deux curseurs, noter les valeurs des nombres a et b qui semblent permettre de modéliser l'arche
5) Ces valeurs des nombres a et b respectent-elles les caractéristiques du pont ?