DU Maths 2nd degré

TD 2 SUR LA NOTION DE FONCTION

Tâches associées à la notion de fonction

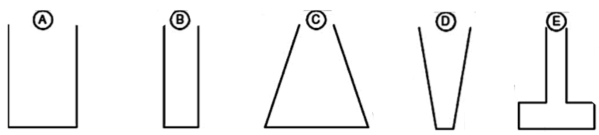
Stratégies d'enseignement

Tâches associées à l'étude des fonctions numériques :

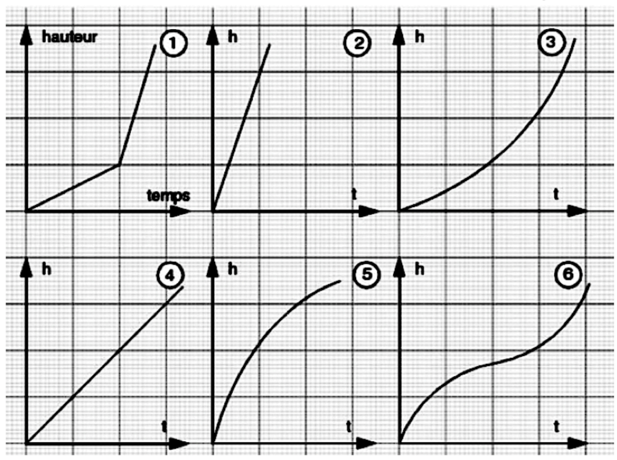
- mettre en évidence la dépendance entre des grandeurs ;
- décrire la dépendance entre des grandeurs ;
- déterminer une grandeur à partir d'une autre ;
- comparer plusieurs grandeurs ;
- comparer les variations d'une grandeur pour deux situations ;
- lire et interpréter des représentations graphiques de fonctions ;
- optimiser ;
- modéliser (afin d'interpoler, d'extrapoler, de décrire et de prévoir l'évolution d'un phénomène)

Consigne 1 :
Pour chaque exercice, identifier la ou (les) tâches travaillées.

Exercice 1 :
On remplit chacun des récipients ci-contre avec un robinet ayant toujours le même débit .



Voici six graphiques où l'on a représenté la hauteur de l'eau en fonction du temps.



1) Associer chaque récipient à un graphique.
2) Dessiner la forme d'un récipient qui correspond au graphique non utilisé à la question 1.

Exercice 3 :

On a représenté une fonction f dans le repère ci-contre :

1) Quelle est l'image de 0 par la fonction f ?

2) Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ?

3) Combien d'antécédents -3 a-t-il par la fonction f ?

4) Compléter les phrases suivantes :

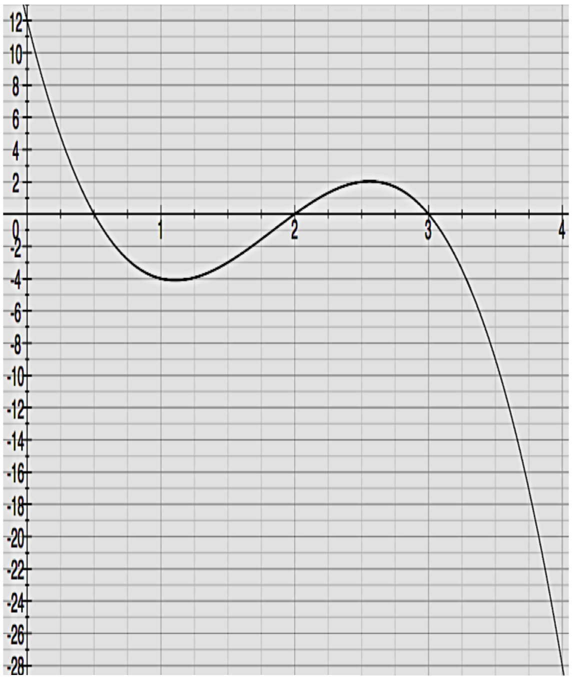
a) Le point (3,5 ; ………) appartient à la courbe de f.

b) Le point (……… ; -17) appartient à la courbe de f.

5) Compléter les égalités :

a) $f(4) =$………

b) f(………..) = 5



Exercice 4 :

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différents nombres par une fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	−4	−2	0	2	4	8
2	$g(x)$	−176	−96	−40	−8	0	−56

Dans la cellule B2, on a tapé la formule suivante: $=5*(B1-4)-(3*B1-5)*(B1-4)$

a) Quelle est l'expression de la fonction g ?

b) Quelle est l'image de -2 par la fonction g ?

c) Donner un antécédent de 0 la fonction g ?

d) Le point $(-1\ ;\ -65)$ appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

e) Le point (0 ; 4) appartient-il à la courbe représentant la fonction g ?

Exercice n°5 :

Voici le graphique représentant la hauteur d'eau de la Seine lors de sa crue de 1910 à Paris.

1) Quelle a été la hauteur maximale de la Seine durant cette crue ?

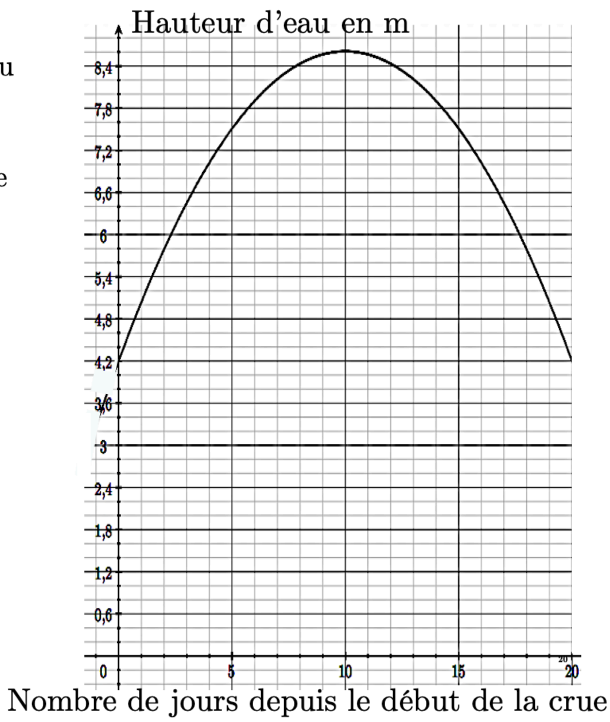
2) Voici deux fonctions :

$f(x) = -0,05x^2 + 0,94x + 4,2$

$g(x) = -0,044x^2 + 0,88x + 4,2$

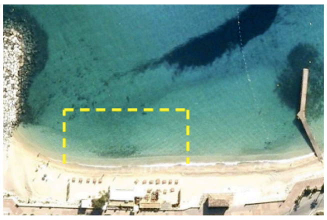
Laquelle de ces deux fonctions a été utilisée pour modéliser cette crue?

Justifier votre réponse.



Exercice 6 :

Un maître-sauveteur est responsable d'une plage et d'une zone de baignade. Il dispose de 800 m de filet flottant pour délimiter la zone de baignade de forme rectangulaire.



Comment doit-il s'y prendre afin que les baigneurs aient le plus d'espace possible ?

Modéliser et notion de fonction

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation — CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Modélisation

Étant donnée une situation concrète, la démarche de modélisation consiste à traduire cette situation en un problème mathématique dont la solution est ensuite confrontée à la situation réelle. Cette démarche se prête particulièrement à l'usage des fonctions numériques sous différentes formes. On veillera à choisir des exemples pour lesquels la modélisation par une fonction numérique est réellement pertinente (pas de solution géométrique ou arithmétique évidente).

Consigne 2 :

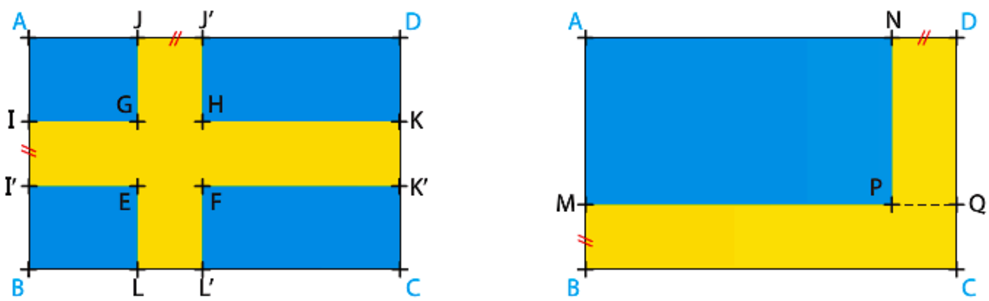
Faire une analyse critique de l'exercice ci-dessous.

Le drapeau de la Suède est un rectangle de tissu bleu de 2,4 m par 1,5 m sur lequel est apposée une croix jaune.

On se propose de déterminer la largeur de la croix sachant que son aire occupe 30 % de l'aire totale du drapeau.

1 Réflexion sur deux figures

Sur ces figures, les deux rectangles ABCD sont identiques et les bandes jaunes rectangulaires ont la même largeur. Sven affirme : « Sur ces figures, les aires des surfaces jaunes sont les mêmes ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.



2 Modélisation avec une fonction

On note f la fonction qui à chaque largeur L, en m, de $[0\,;1{,}5]$ associe l'aire en m² de la croix jaune.

a) Démontrer que $f(L) = 3{,}9L - L^2$.

b) Expliquer pourquoi résoudre l'équation $3{,}9L - L^2 = 1{,}08$ permet de résoudre le problème.

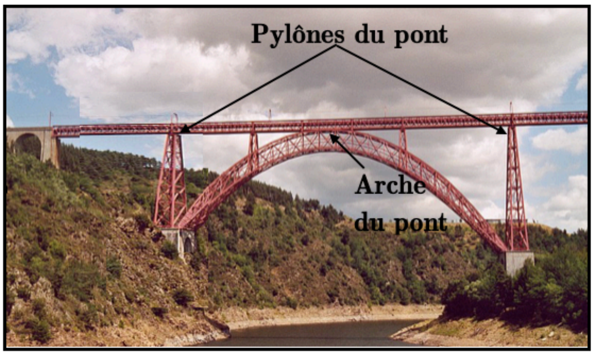
c) Montrer que $3{,}9L - L^2 - 1{,}08 = (L - 3{,}6)(0{,}3 - L)$
En déduire la valeur de L répondant au problème.

Consigne 3 :
Voici un exercice :

Exercice :

Une entreprise a confié la construction d'un pont à un architecte.

L'architecte a présenté son projet à l'aide de la photo ci-dessous :



Caractéristiques du pont :

- écartement entre les deux pylônes : 32 m
- début de l'arche (à gauche) : 15,5 m au dessus de la rivière
- fin de l'arche (à droite) : 12,3 m au dessus de la rivière

Cet architecte a demandé à un ingénieur de modéliser l'arche du pont. Malheureusement, cet ingénieur est démissionné avant d'avoir terminé son travail. Ses recherches se terminent par la phrase suivante : « La partie supérieure de l'arche du pont se modélise avec une fonction de la forme

$f : x \longmapsto -0{,}04x\,(x - a) + b$ où a et b sont deux nombres compris entre - 50 et 50.

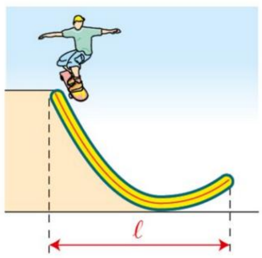
L'architecte vous demande de terminer le travail de cet ingénieur.

1) Ouvrir le fichier « consigne 9 » et créer deux curseurs entre -50 et 50.
2) À partir de l'exercice ci-dessus, imaginer un scénario de mise en œuvre faisant travailler la compétence « modéliser ».

Consigne 4 :
- Faire une analyse a priori des tâches (ce que l'on doit faire pour résoudre l'exercice).
- Identifier les pré-requis

Exercice :

Ce tremplin est haut de 0,5 m d'un côté et de 2 m de l'autre.
Calculer sa largeur ℓ en m.



Variations d'une fonction

Variations

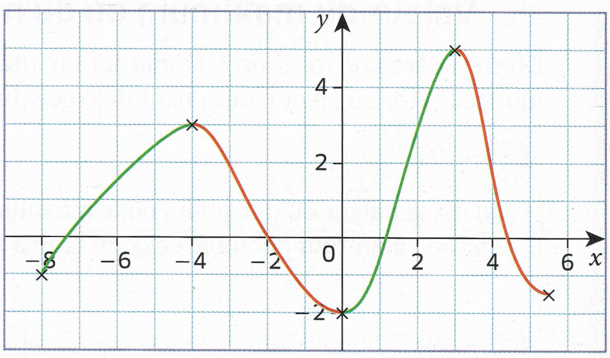
Soit I un intervalle (ouvert ou fermé, borné ou non) contenant a et b. Soit une fonction f définie sur I :

- f croissante sur I $\Leftrightarrow$ $[a < b \Rightarrow f(a) < f(b)]$
- f décroissante sur I $\Leftrightarrow$ $[a < b \Rightarrow f(a) > f(b)]$
- f monotone sur I $\Leftrightarrow$ f croissante ou décroissante sur I

Une fonction croissante conserve l'inégalité.
Une fonction décroissante inverse l'inégalité.

Comment déterminer si une fonction est croissante ou décroissante à partir de sa courbe ?

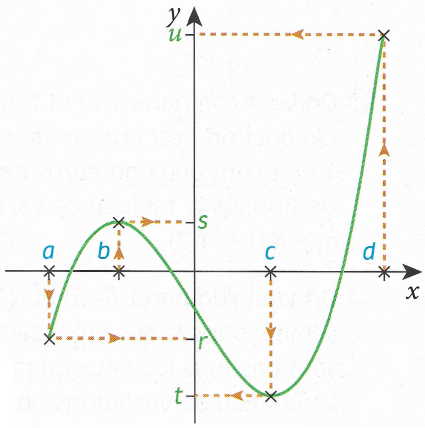
Une fonction f définie sur l'intervalle $[-8 ; 5{,}5]$ est représentée ci-contre. On regarde simultanément les variations des abscisses et des ordonnées des points de cette courbe, parcourue **de gauche à droite**.



- Sur l'intervalle $[-8 ; -4]$, la courbe « monte ». Quand les abscisses augmentent de -8 à -4, les ordonnées augmentent de -1 à 3. On dit que la fonction f est **croissante** sur $[-8 ; -4]$.
- Sur l'intervalle $[-4 ; 0]$, la courbe « descend ». Quand les abscisses augmentent de -4 à 0, les ordonnées diminuent de 3 à -2. On dit que la fonction f est **décroissante** sur $[-4 ; 0]$.

A. Fonction croissante, décroissante : une lecture graphique

La lecture graphique permet une première approche de la croissance ou de la décroissance d'une fonction.



- La courbe de f « monte » sur un intervalle $[a ; b]$ se traduit par : quand les valeurs de x **augmentent** dans l'intervalle $[a ; b]$, les images **$f(x)$ augmentent**.
On dit alors que la fonction f est **croissante sur $[a ; b]$**.
- La courbe de f « descend » sur un intervalle $[b ; c]$ se traduit par : quand les valeurs de x **augmentent** dans cet intervalle, les images **$f(x)$ diminuent**.
On dit alors que la fonction f est **décroissante sur $[b ; c]$**.

Consigne 5 :

Soit ABCD un rectangle tel que AB = 6 cm et BC = 4 cm.
On note E le point à l'intérieur du rectangle ABCD tel que
la distance de E à la droite (BC) est égale à 2 cm et que
la distance de à la droite (AB) est égale à 1 cm.
On considère un point M se déplaçant sur le contour du rectangle ABCD.

1) Décrire l'évolution de la longueur EM lorsque le point M se déplace.
2) Représenter dans un repère l'évolution de la longueur EM lorsque le point M se déplace.

Consigne 6 :

1) Quelles sont les fausses représentations que peuvent avoir les élèves sur la monotonie d'une fonction ?
2) Inventer un Vrai/Faux pour les déconstruire.
3) Même question mais avec les tableaux de variations d'une fonction.

Jeu de l'oie sur les changements de registres et la modélisation

Consigne 7 :

À partir des éléments dont vous disposez créer des cartes pour un jeu de l'oie sur les changements de registres.
Les questions posées peuvent être des QCM, des Vrai/Faux ou des question ouvertes.