

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Enseigner la proportionnalité



et la non-proportionnalité

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Liste non exhaustive de documents de référence sur la proportionnalité

Documents d'accompagnement du cycle 3 et du cycle 4 :

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 4

Articles issus de la revue petit'x :

SIMARD A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. Petit x, n°89, p. 51-63. IREM de Grenoble

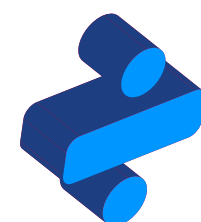
SIMARD A. (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième. Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

Article issu de la revue Au fil des maths :

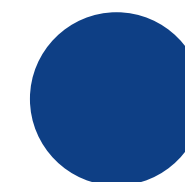
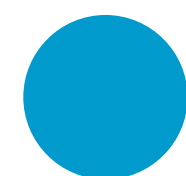
PERRIN D. et M.-J. (2021). « Proportionnalité et fonction linéaire ». APMEP *Au fil des maths*. N° 540.

Conférence :

SIMARD.A (2017), La proportionnalité, ESEN de Besançon.



$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

RATIO

$$7 \times \dots = 1$$

Définition :

Soit x , y et z trois nombres et a , b et c trois nombres non nuls.

On dit que deux nombres x et y sont dans le ratio $a : b$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

On dit que trois nombres x , y et z sont dans le ratio $a : b : c$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

Consigne n°8 :

Énumérer des situations issues de la vie courante faisant intervenir des ratios.

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

RATIO

$$7 \times \dots = 1$$

Définition :

Soit x , y et z trois nombres et a , b et c trois nombres non nuls.

On dit que deux nombres x et y sont dans le ratio $a : b$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

On dit que trois nombres x , y et z sont dans le ratio $a : b : c$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

Consigne n°8 :

Énumérer des situations issues de la vie courante faisant intervenir des ratios.

Exemples de ratios utilisés dans la vie réelle :

ratio homme/femme pour des statistiques de l'Insee, ratio longueur/largeur d'un écran, ratio victoires/pertes/nuls d'un joueur, ratio à respecter pour élaborer une boisson, ratio à respecter pour les ingrédients d'une recette de cuisine, les dosages de médicaments, la composition d'une couleur en couleurs primaires,...

$$0,999\dots = 1$$

RATIO

Attention, cette définition formelle comporte beaucoup de lettres ! Privilégier plutôt le sens en travaillant à partir d'exemples numériques lors d'une situation d'introduction.

$$7 \times \dots = 1$$

Définition :

Soit x , y et z trois nombres et a , b et c trois nombres non nuls.

On dit que deux nombres x et y sont dans le ratio $a : b$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

On dit que trois nombres x , y et z sont dans le ratio $a : b : c$ lorsque $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

Consigne n°8 :

Énumérer des situations issues de la vie courante faisant intervenir des ratios.

Exemples de ratios utilisés dans la vie réelle :

ratio homme/femme pour des statistiques de l'Insee, ratio longueur/largeur d'un écran, ratio victoires/pertes/nuls d'un joueur, ratio à respecter pour élaborer une boisson, ratio à respecter pour les ingrédients d'une recette de cuisine, les dosages de médicaments, la composition d'une couleur en couleurs primaires,...

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

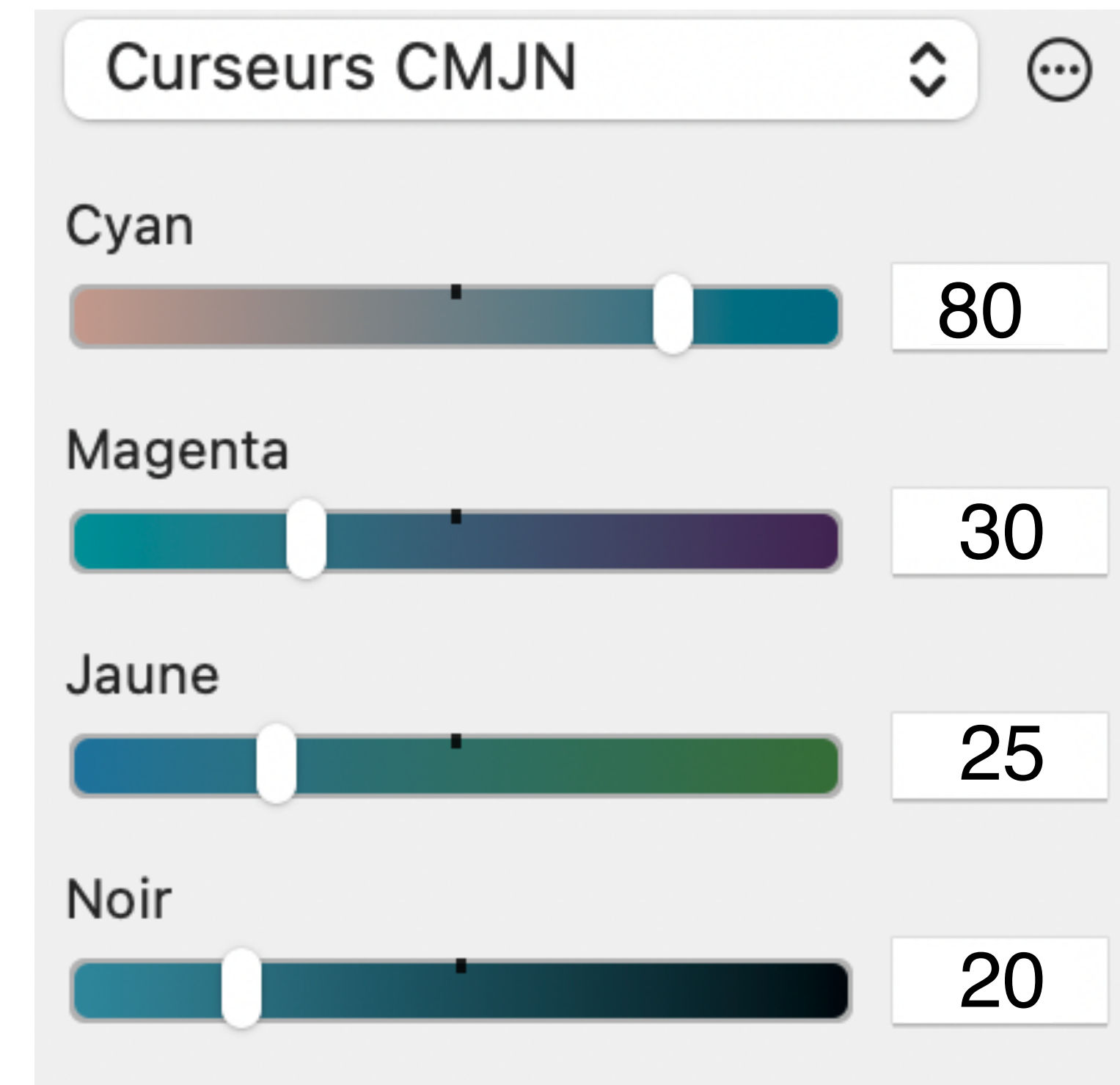
RATIO

$$7 \times \dots = 1$$

Consigne n°9 :

Les quatre couleurs primaires de l'imprimerie sont le Cyan (bleu), le Magenta (rouge), le Jaune et le Noir.

Pour obtenir le rectangle ci-dessous, on a mélangé les couleurs primaires selon les proportions suivantes :



- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.
- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

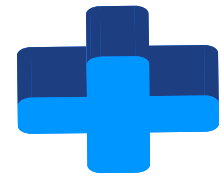
$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

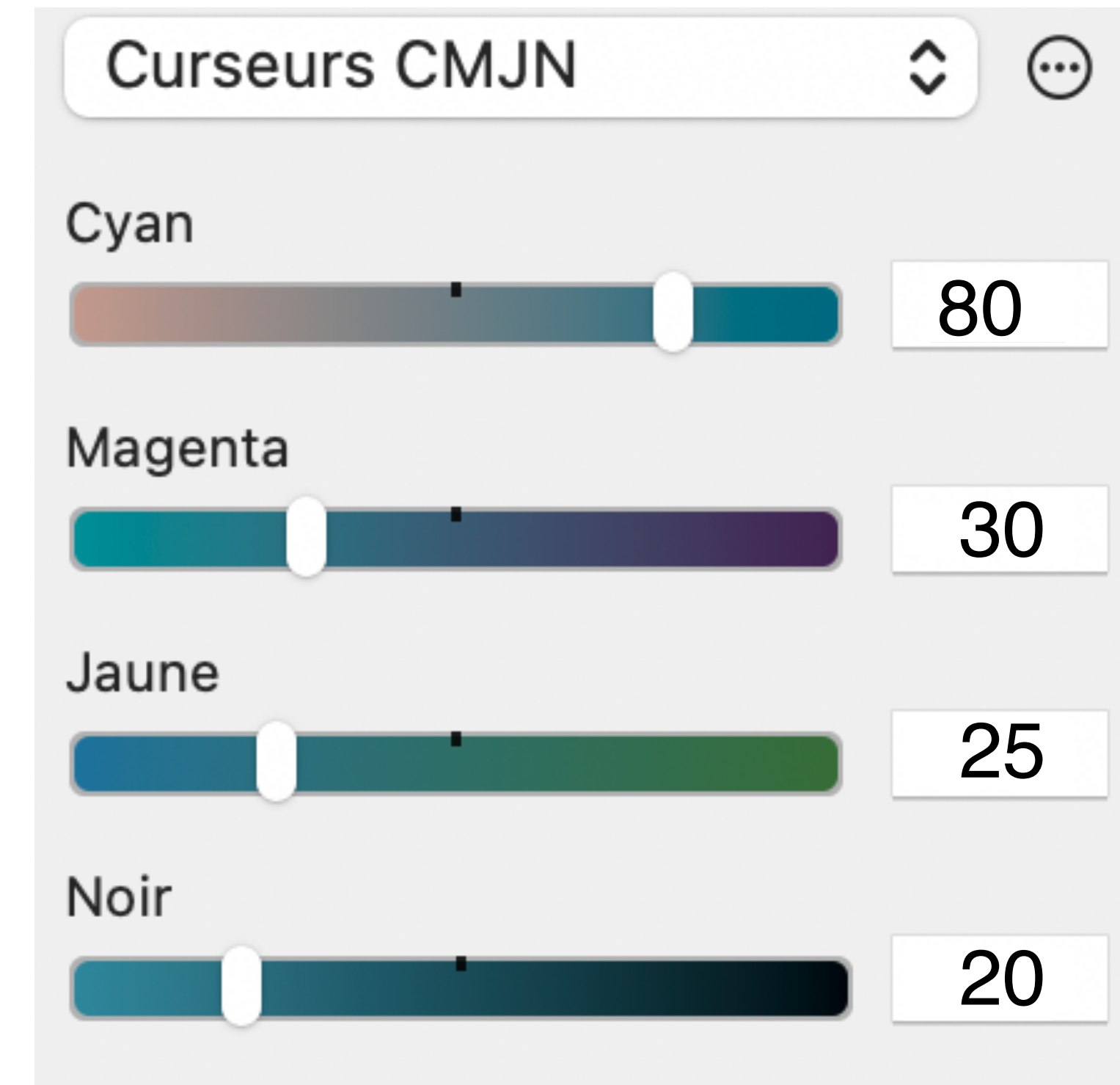
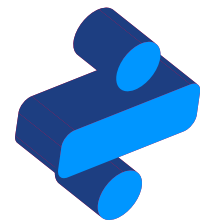
RATIO

$$7 \times \dots = 1$$

Les quatre couleurs primaires de l'imprimerie sont le Cyan (bleu), le Magenta (rouge), le Jaune et le Noir.

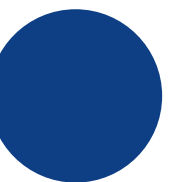
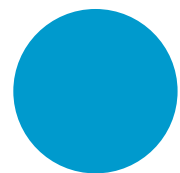


Pour obtenir le rectangle ci-dessous, on a mélangé les couleurs primaires selon les proportions suivantes :



$$\frac{a}{10^n}$$

- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

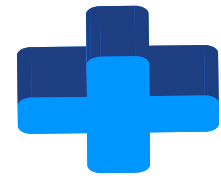


$$0,999\dots = 1$$

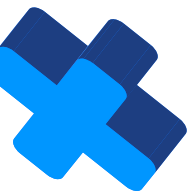
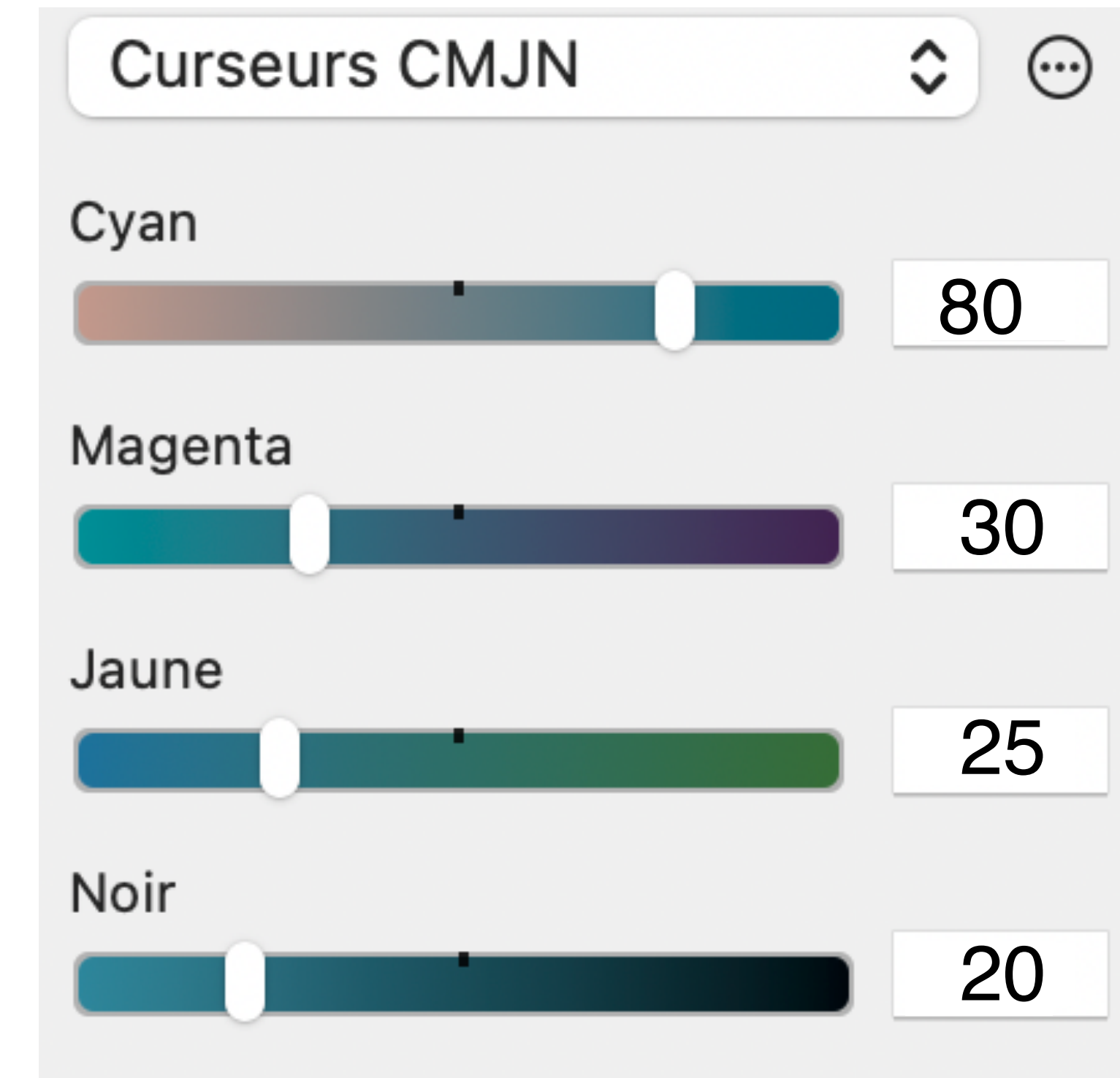
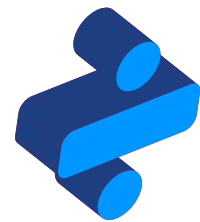
RATIO

$$7 \times \dots = 1$$

Les quatre couleurs primaires de l'imprimerie sont le Cyan (bleu), le Magenta (rouge), le Jaune et le Noir.



Pour obtenir le rectangle ci-dessous, on a mélangé les couleurs primaires selon les proportions suivantes :



$$\frac{a}{10^n}$$

1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

Les curseurs CMJN signifient que l'on a les égalités suivantes :

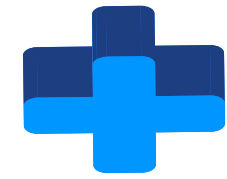
$$\frac{cyan}{80mg} = \frac{magenta}{30mg} = \frac{jaune}{25mg} = \frac{noir}{20mg}$$

$0,999... = 1$

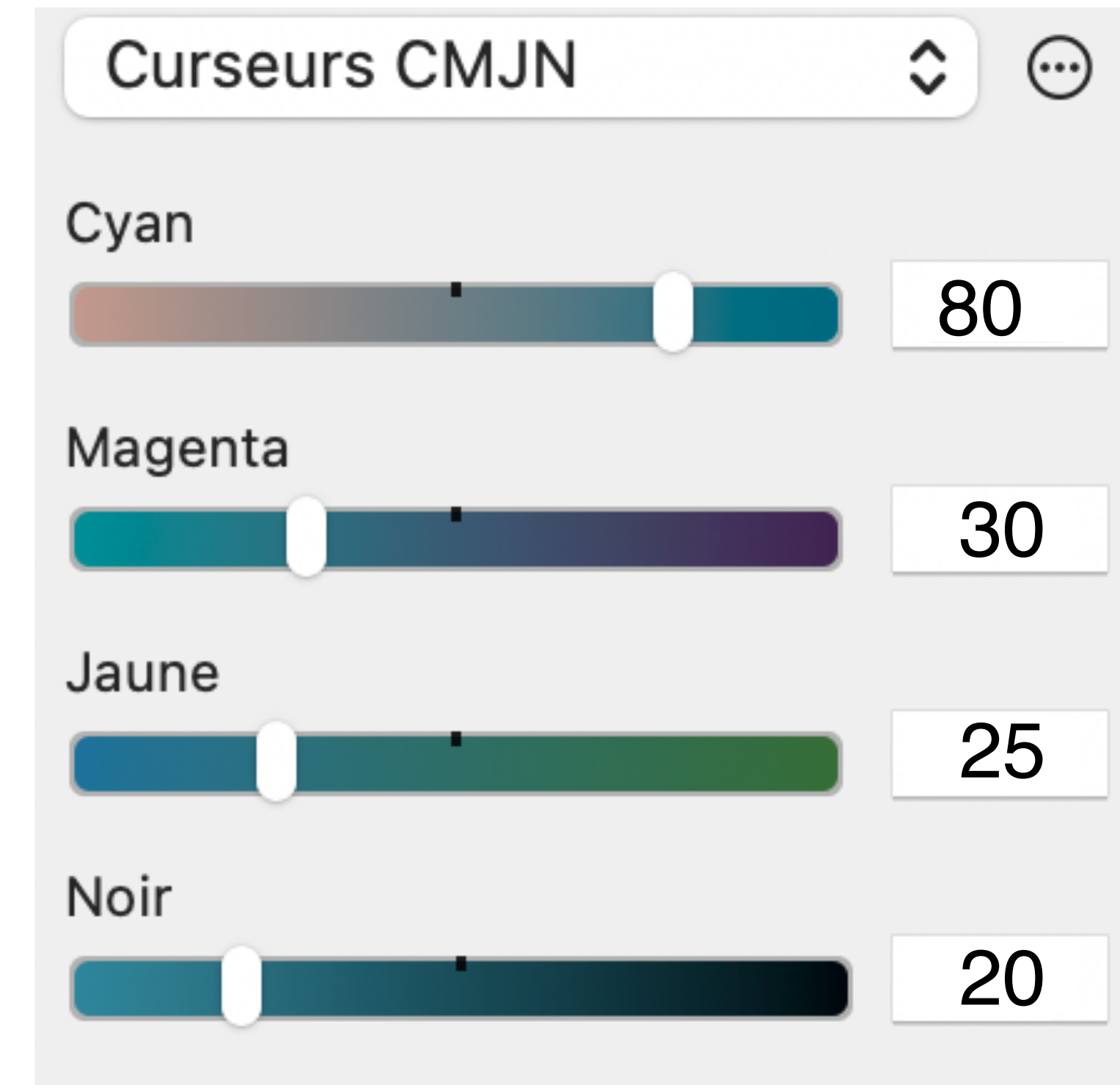
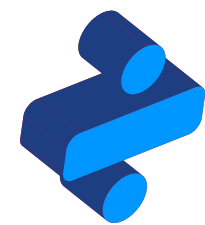
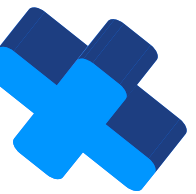
RATIO

$7 \times ... = 1$

Les quatre couleurs primaires de l'imprimerie sont le Cyan (bleu), le Magenta (rouge), le Jaune et le Noir.



Pour obtenir le rectangle ci-dessous, on a mélangé les couleurs primaires selon les proportions suivantes :



$\frac{a}{10^n}$

1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

Les curseurs CMJN signifient que l'on a les égalités suivantes :

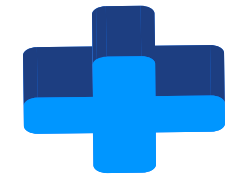
$$\frac{cyan}{80mg} = \frac{magenta}{30mg} = \frac{jaune}{25mg} = \frac{noir}{20mg} \quad \frac{cyan}{80mg} = \frac{magenta}{30mg} = \frac{jaune}{25mg} = \frac{0,12 mg}{20mg}$$

$0,999... = 1$

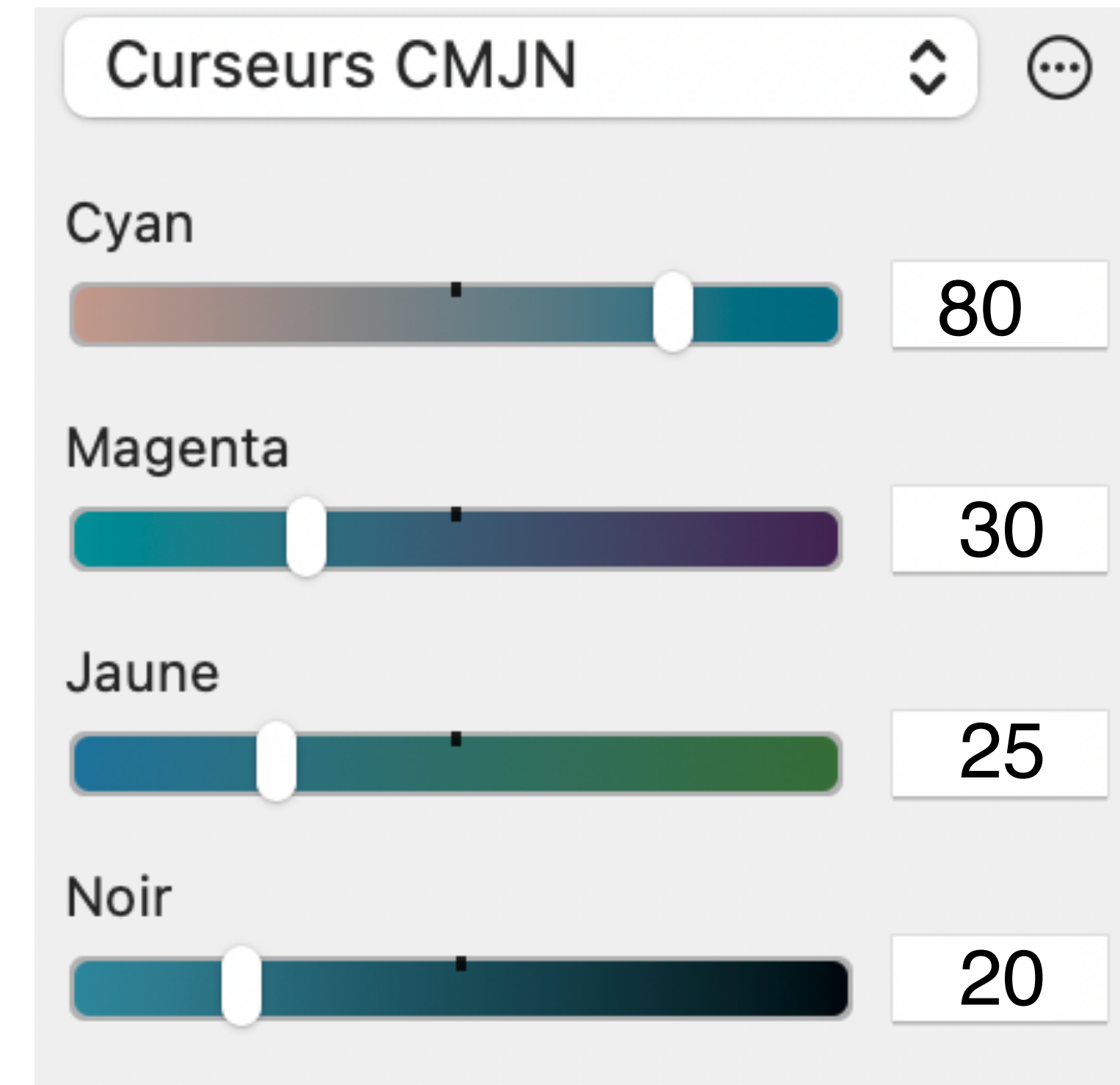
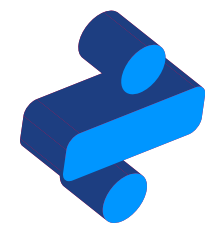
RATIO

$7 \times ... = 1$

Les quatre couleurs primaires de l'imprimerie sont le Cyan (bleu), le Magenta (rouge), le Jaune et le Noir.



Pour obtenir le rectangle ci-dessous, on a mélangé les couleurs primaires selon les proportions suivantes :



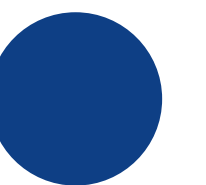
$\frac{a}{10^n}$

1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

Les curseurs CMJN signifient que l'on a les égalités suivantes :

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} \quad \frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

On dit que ces couleurs sont dans le ratio 80 : 30 : 25 : 20



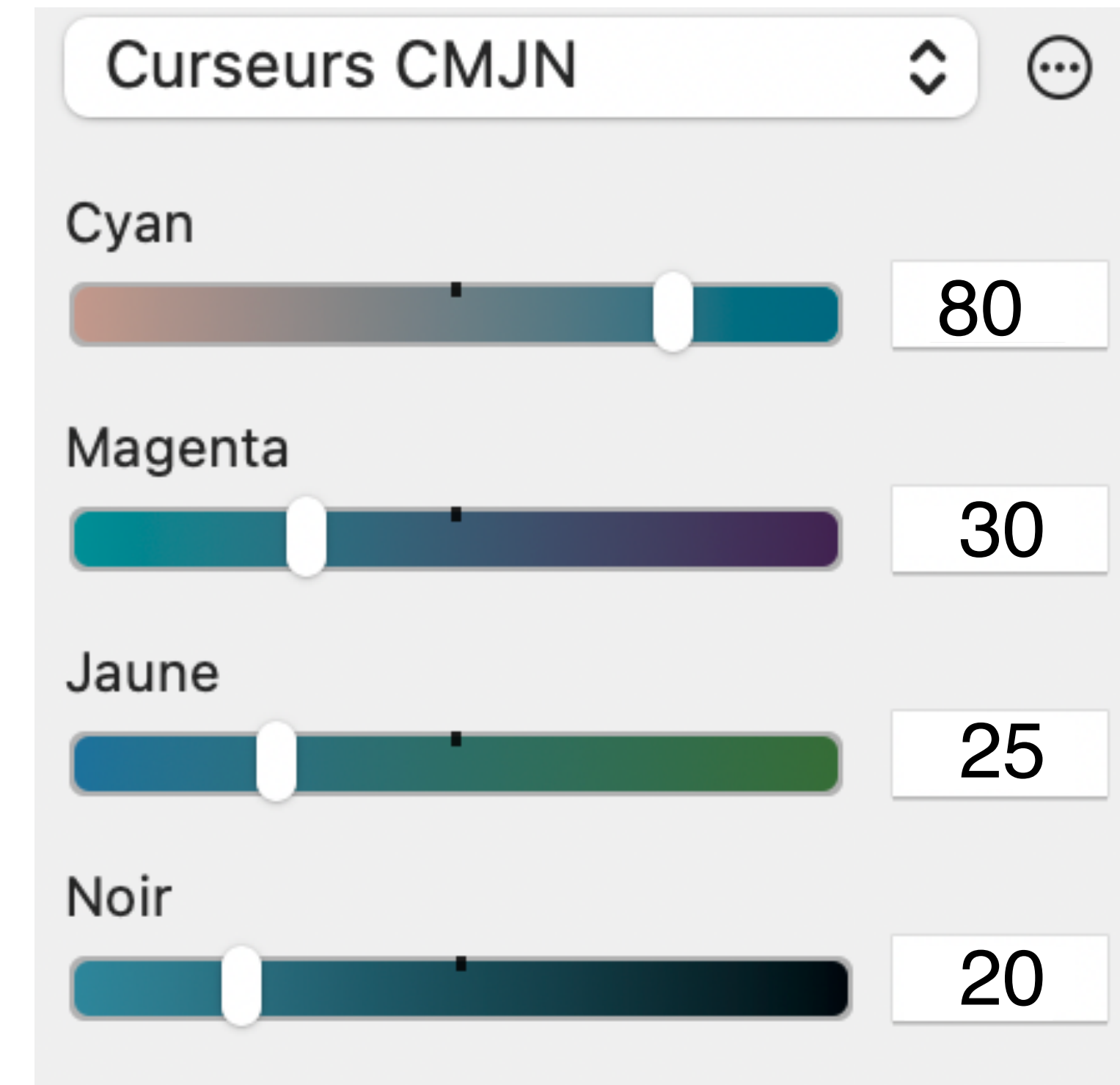
$$0,999\dots = 1$$

RATIO

$$7 \times \dots = 1$$



- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.



$$\frac{a}{10^n}$$

0,999... = 1

RATIO

7 × ... = 1



- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Curseurs CMJN

Cyan		80
Magenta		30
Jaune		25
Noir		20



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO

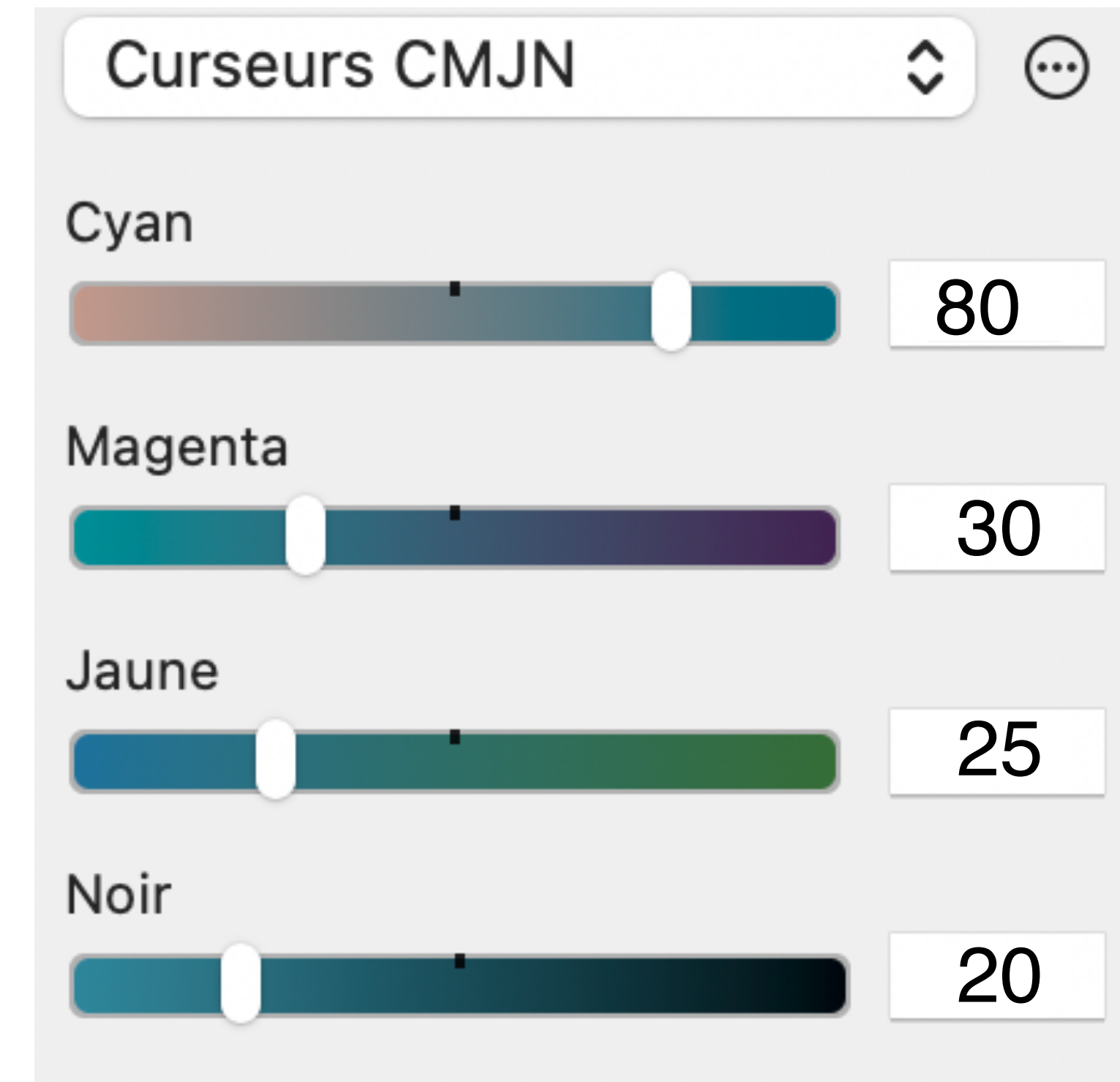
7 × ... = 1



- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Coefficient de proportionnalité



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO

7 × ... = 1

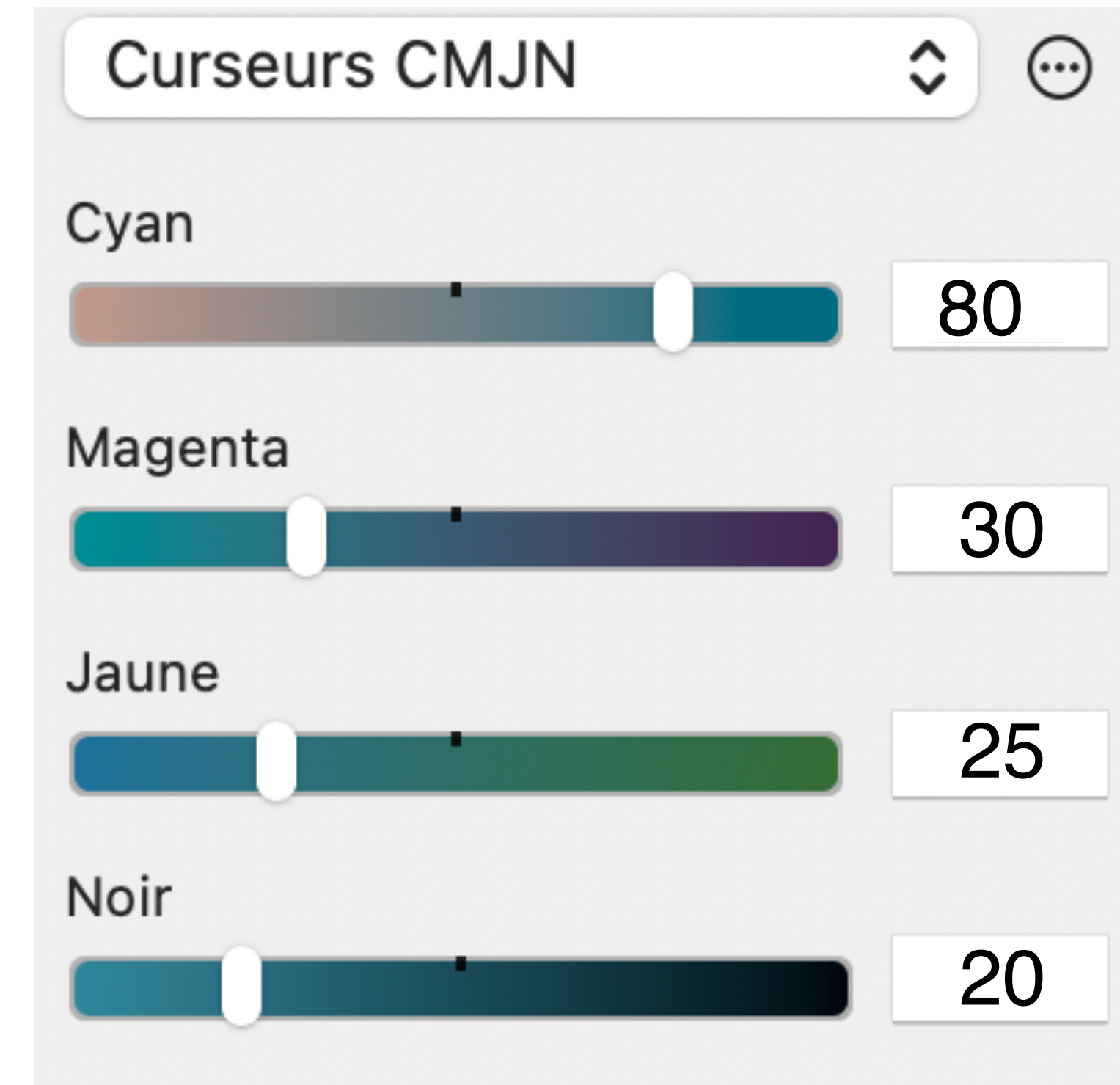


- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Coefficient de proportionnalité

Comme $0,12\text{mg} : 20\text{mg} = 0,06$ on a :



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO

7 × ... = 1

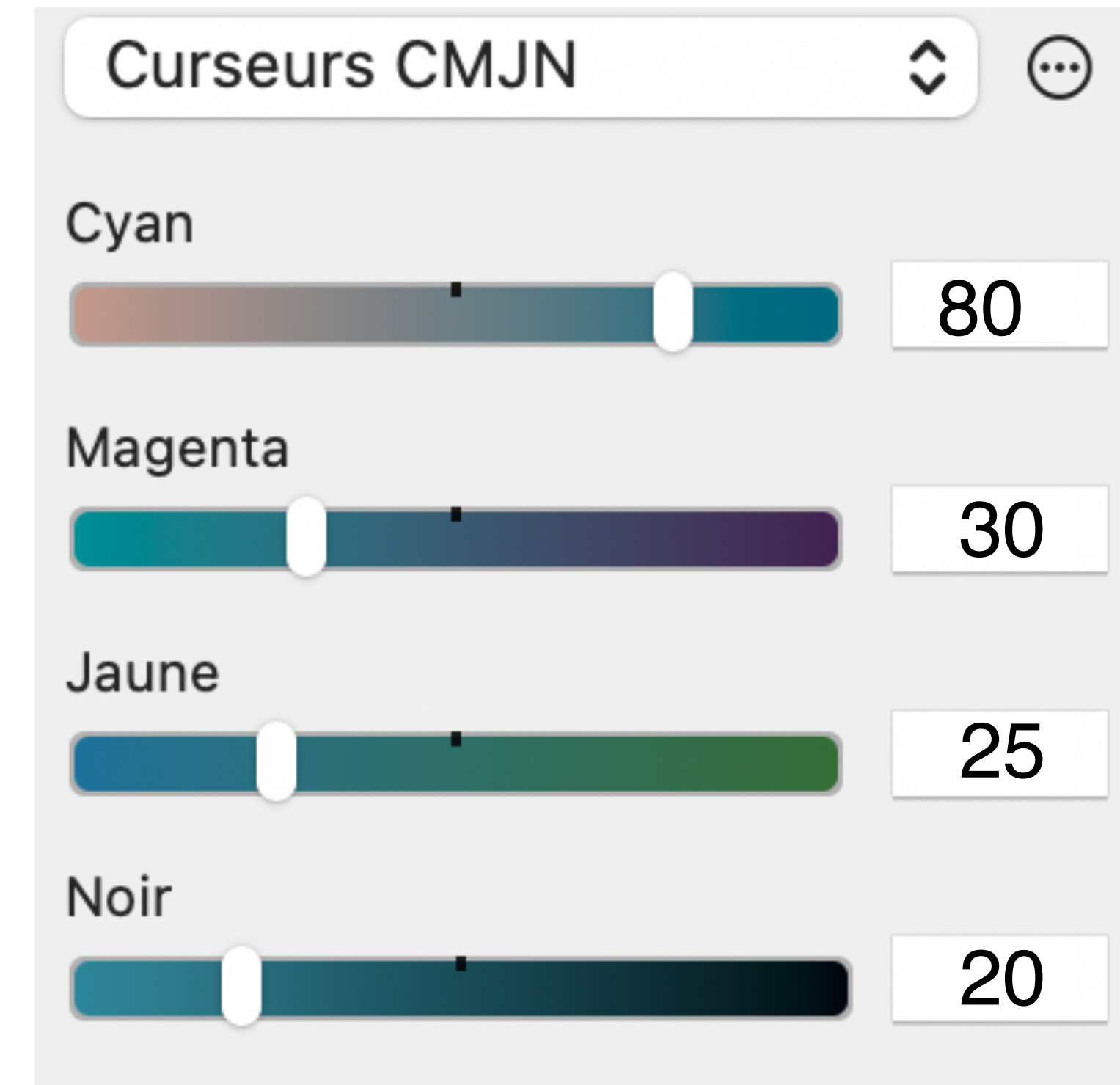


- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Coefficient de proportionnalité

Comme $0,12\text{mg} : 20\text{mg} = 0,006$ on a : Masse de Cyan = $80\text{ mg} \times 0,006 = 0,48\text{ mg}$



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO

7 × ... = 1



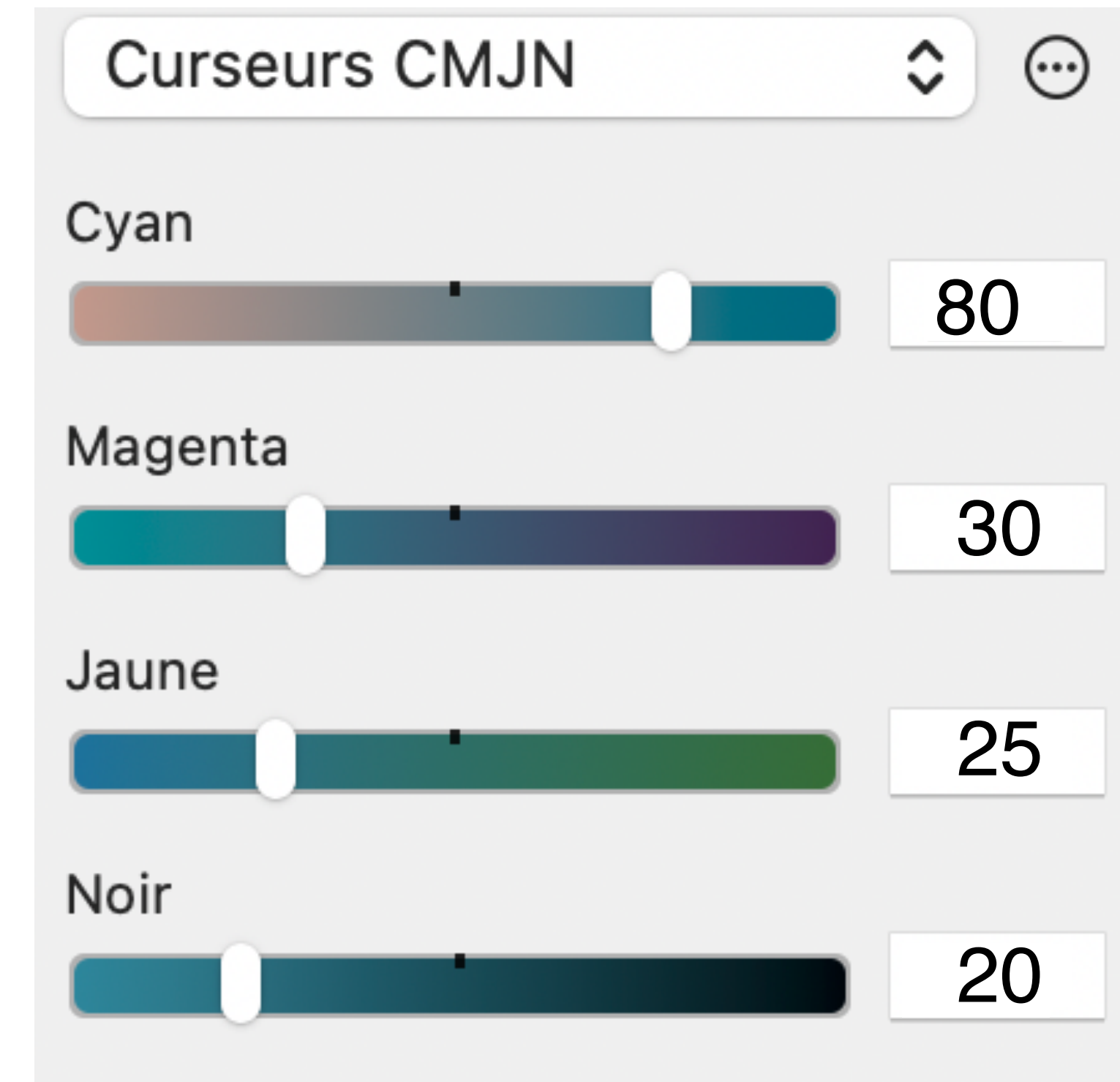
- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Coefficient de proportionnalité

Comme $0,12\text{mg} : 20\text{mg} = 0,006$ on a : Masse de Cyan = $80\text{ mg} \times 0,006 = 0,48\text{ mg}$

Masse de Magenta = $30\text{ mg} \times 0,006 = 0,18\text{ mg}$



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO

7 × ... = 1



- 1) Sachant que l'on a dû utiliser 0,12 mg de noir pour imprimer ce rectangle, calculer les masses utilisées pour les autres couleurs.

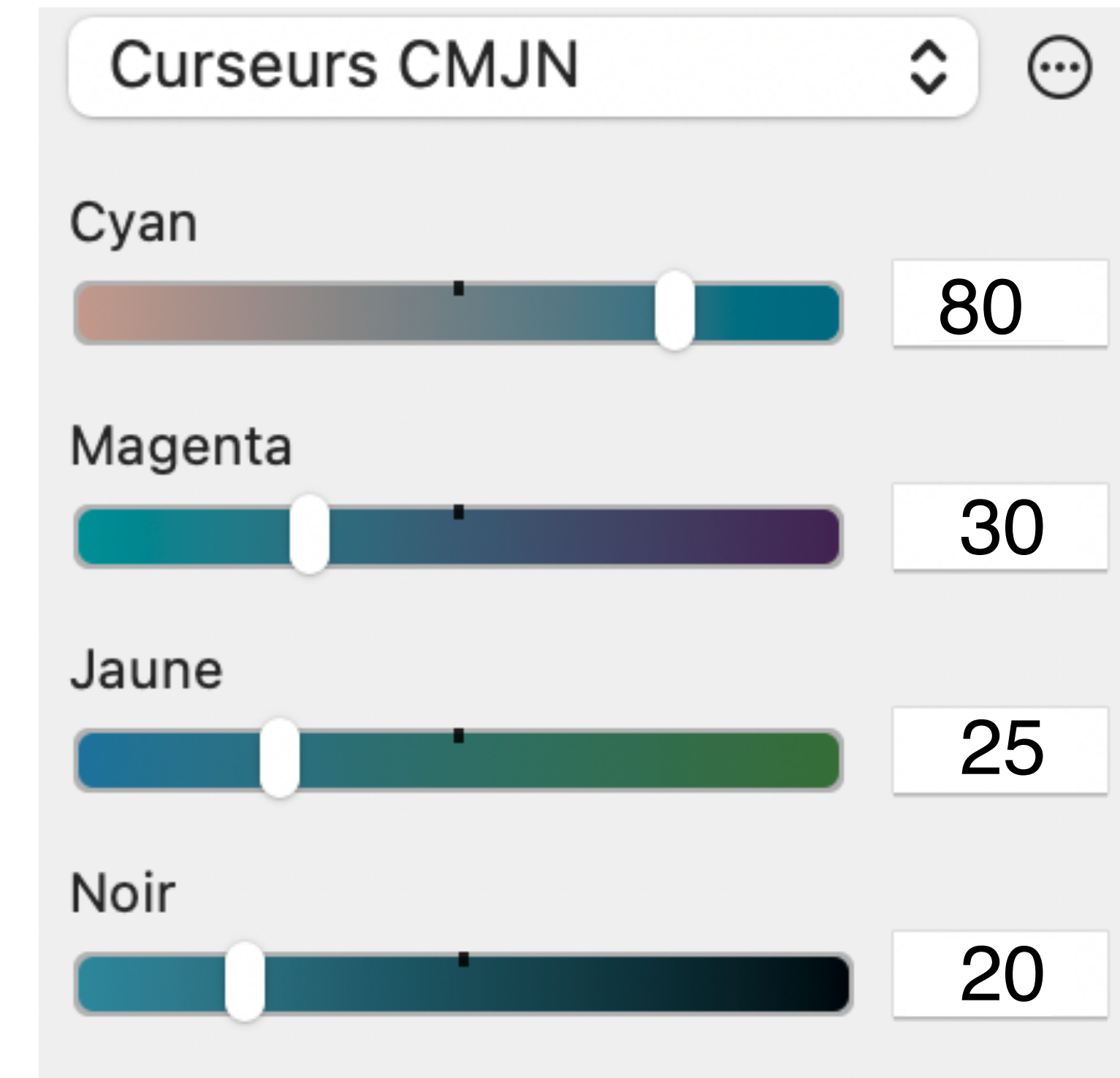
$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{0,12\text{ mg}}{20\text{mg}}$$

Coefficient de proportionnalité

Comme $0,12\text{mg} : 20\text{mg} = 0,006$ on a : Masse de Cyan = $80\text{ mg} \times 0,006 = 0,48\text{ mg}$

Masse de Magenta = $30\text{ mg} \times 0,006 = 0,18\text{ mg}$

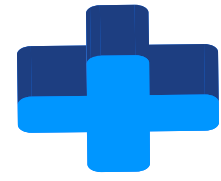
Masse de jaune = $25\text{ mg} \times 0,006 = 0,15\text{ mg}$



$\frac{a}{10^n}$

0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

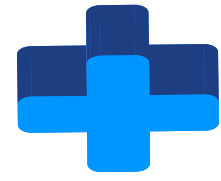


Curseurs CMJN

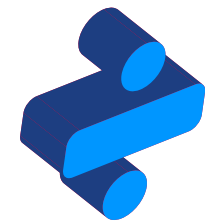
Cyan		80
Magenta		30
Jaune		25
Noir		20

0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.



$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}}$$

Curseurs CMJN

Cyan 80

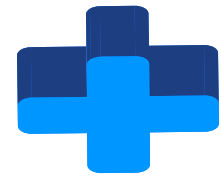
Magenta 30

Jaune 25

Noir 20

0,999... = 1

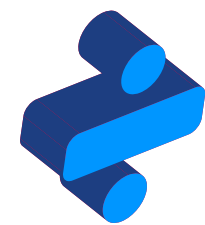
RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

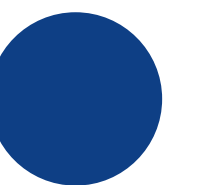
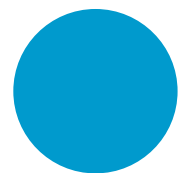
$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » :



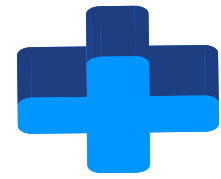
Curseurs CMJN

Cyan		80
Magenta		30
Jaune		25
Noir		20



0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.



$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}}$$

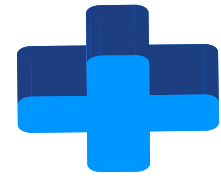
On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Curseurs CMJN

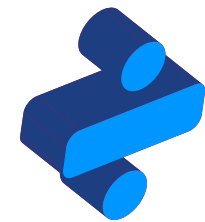
Couleur	Valeur
Cyan	80
Magenta	30
Jaune	25
Noir	20

0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.



$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{\text{tout}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Curseurs CMJN

Cyan 80

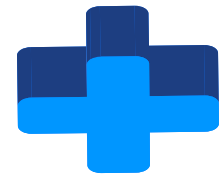
Magenta 30

Jaune 25

Noir 20

0,999... = 1

RATIO

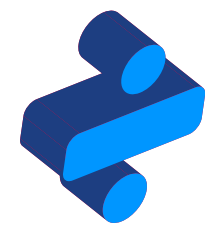


2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre.

Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$



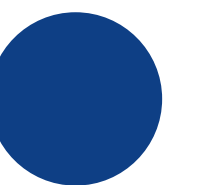
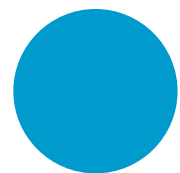
Curseurs CMJN

Cyan 80

Magenta 30

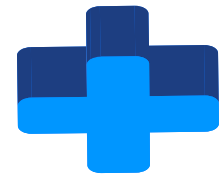
Jaune 25

Noir 20

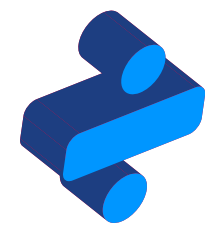


0,999... = 1

RATIO



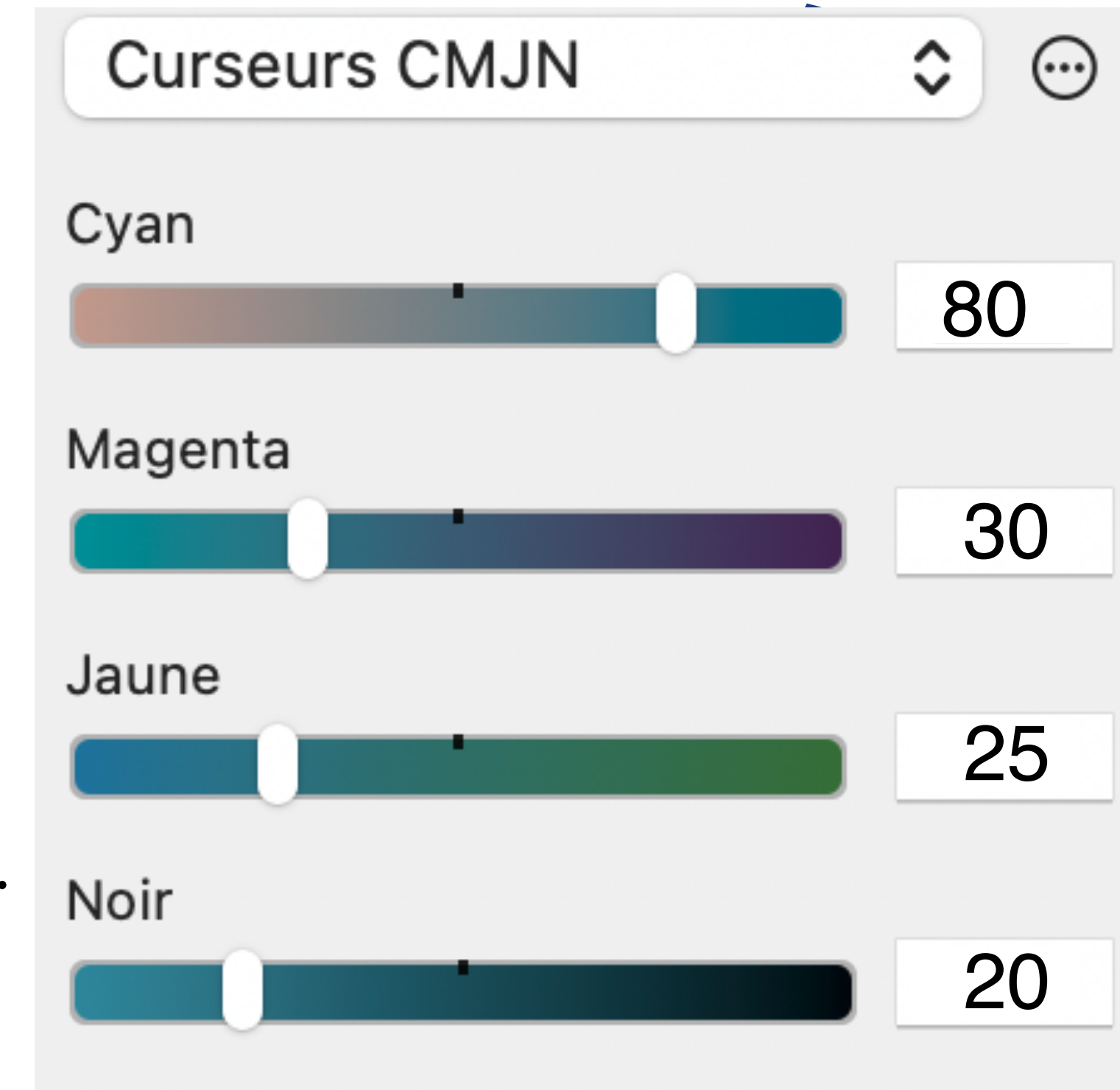
- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.



$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

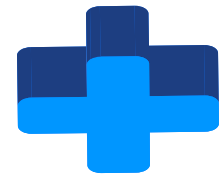
On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Coefficient de proportionnalité

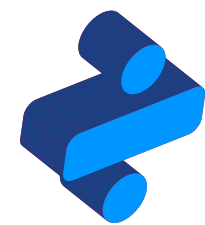


0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

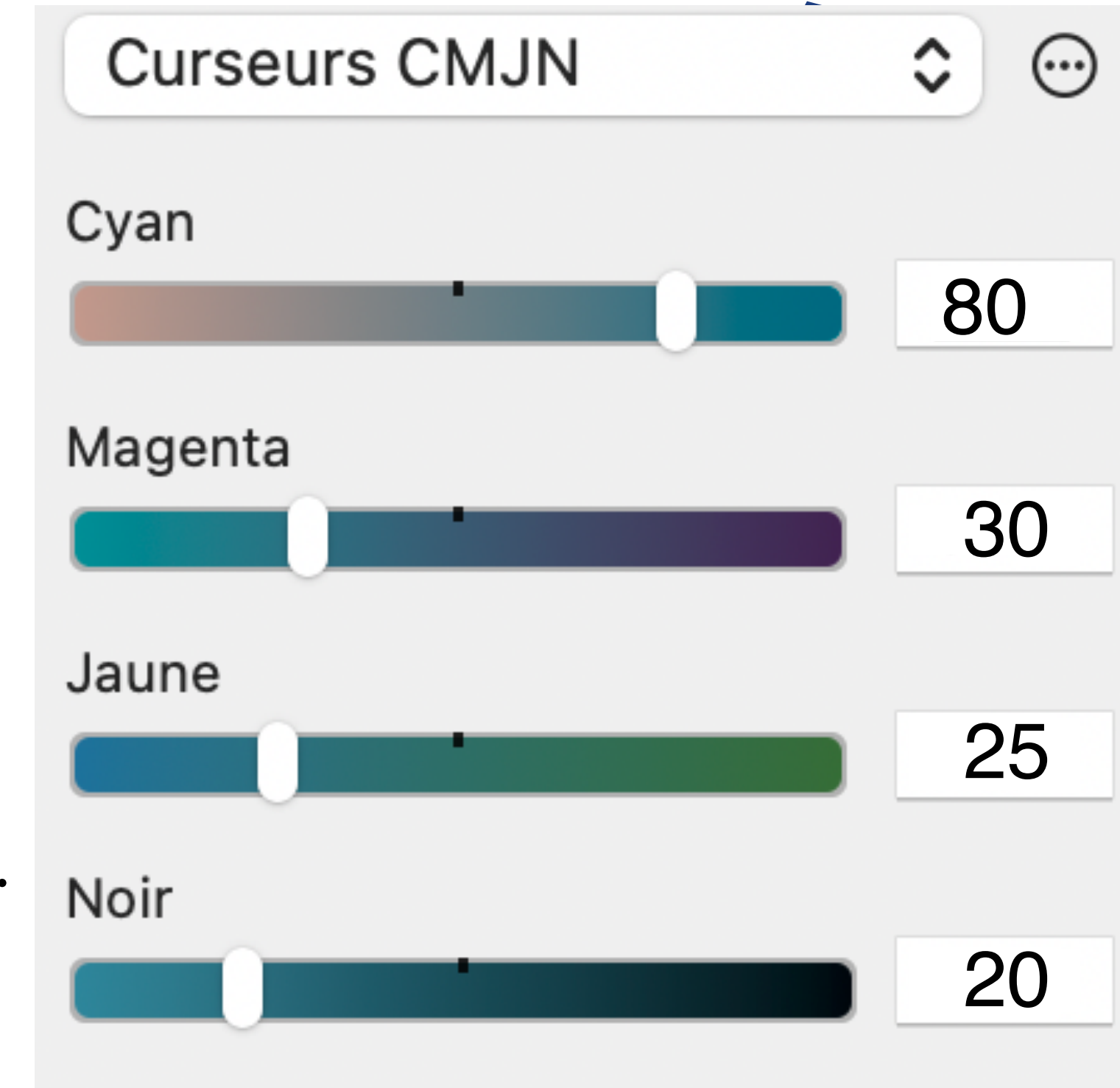


$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

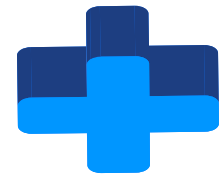
Coefficient de proportionnalité

Comme $4,96\text{mg} : 155\text{mg} = 0,032$ on a :



0,999... = 1

RATIO



2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre.

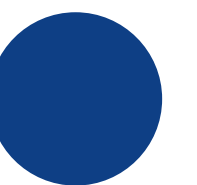
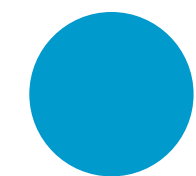
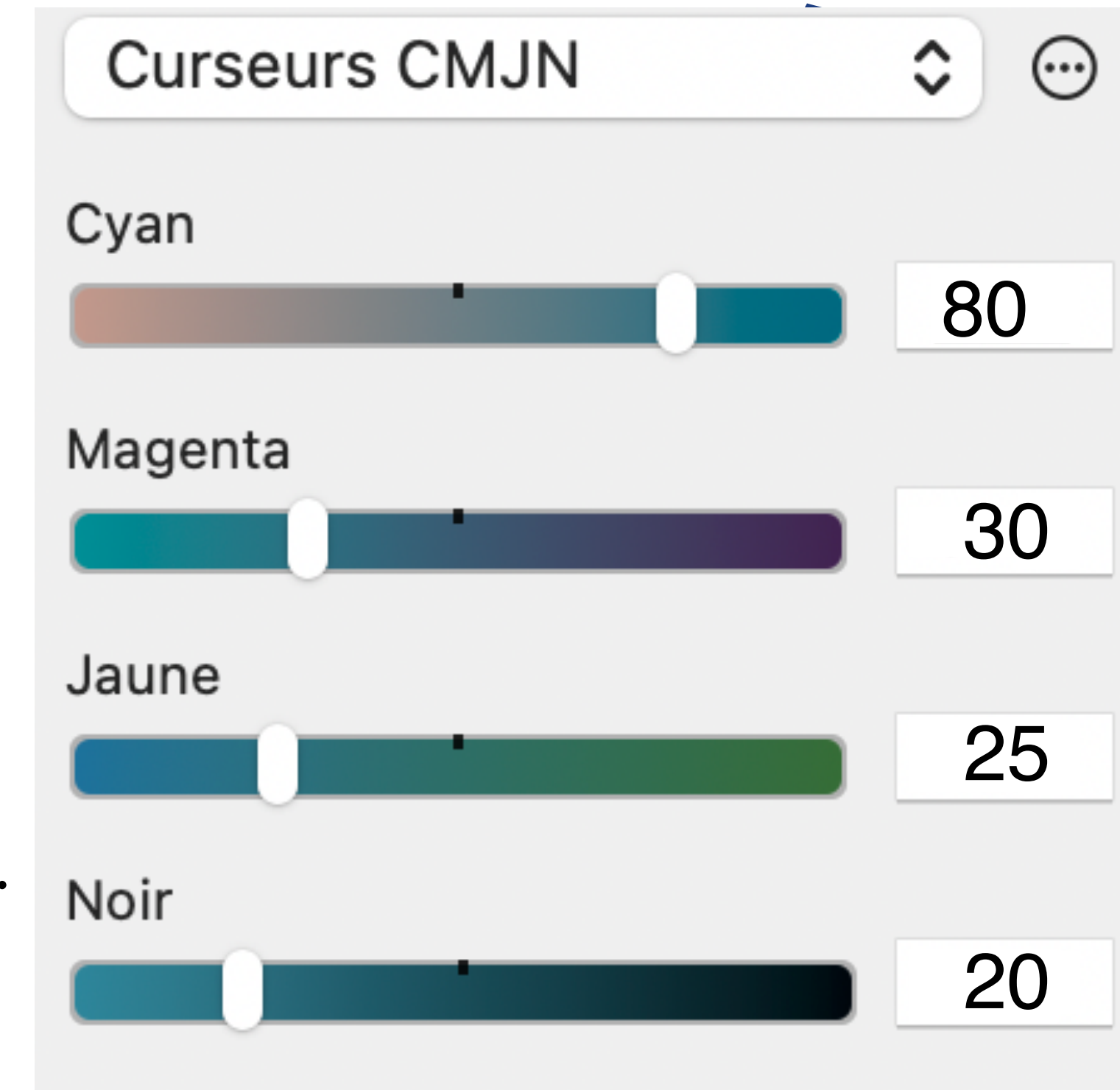
Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

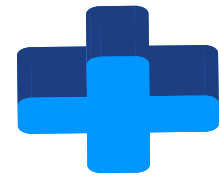
Coefficient de proportionnalité

Comme $4,96\text{mg} : 155\text{mg} = 0,032$ on a : Masse de cyan = $80\text{ mg} \times 0,032 = 2,56\text{ mg}$



0,999... = 1

RATIO



2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre.

Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

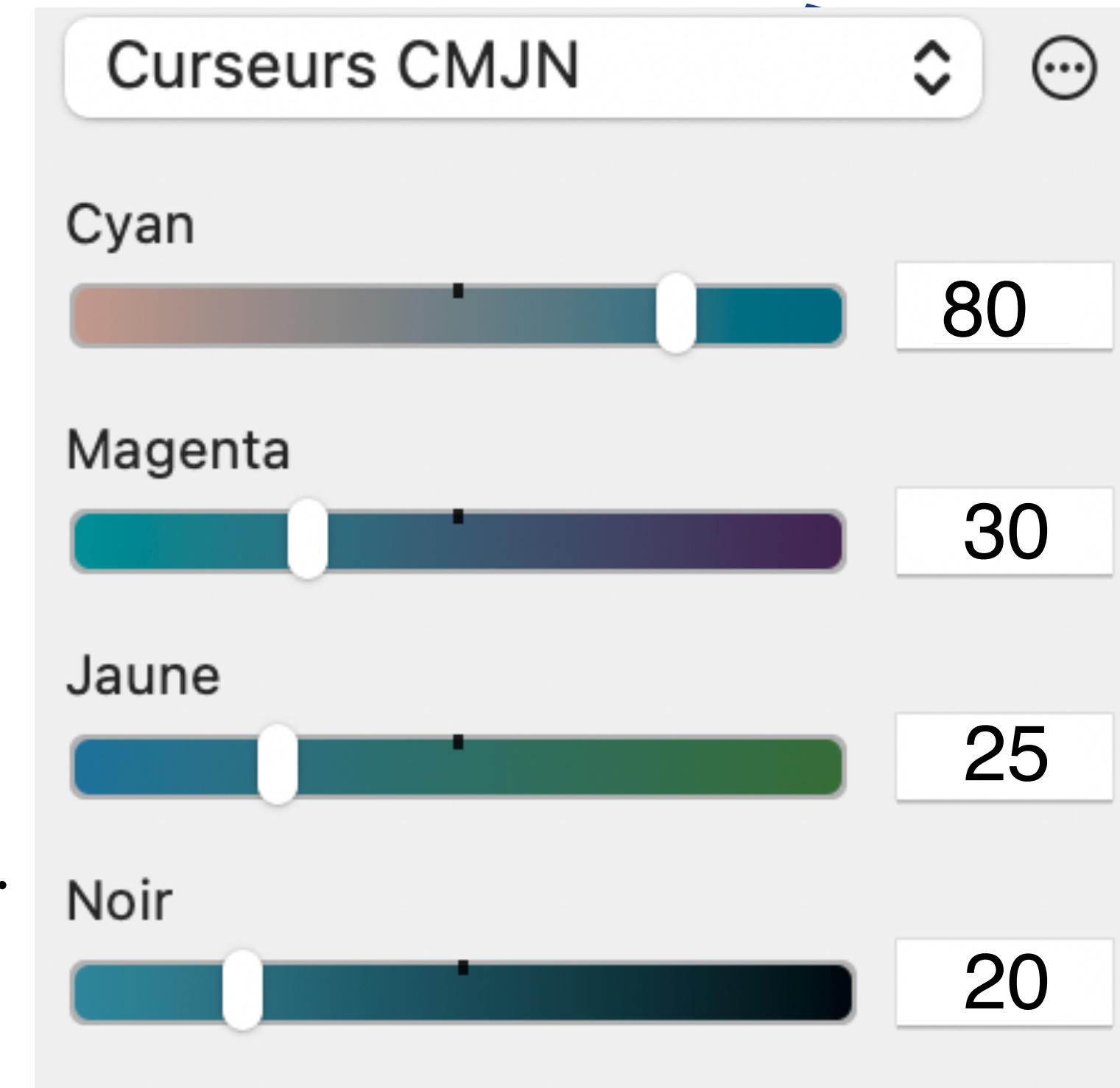
$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Coefficient de proportionnalité

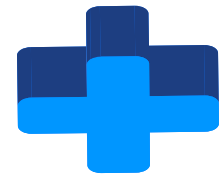
Comme $4,96\text{mg} : 155\text{mg} = 0,032$ on a : Masse de cyan = $80\text{ mg} \times 0,032 = 2,56\text{ mg}$

Masse de magenta = $30\text{ mg} \times 0,032 = 0,96\text{ mg}$

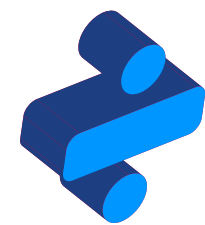


0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.



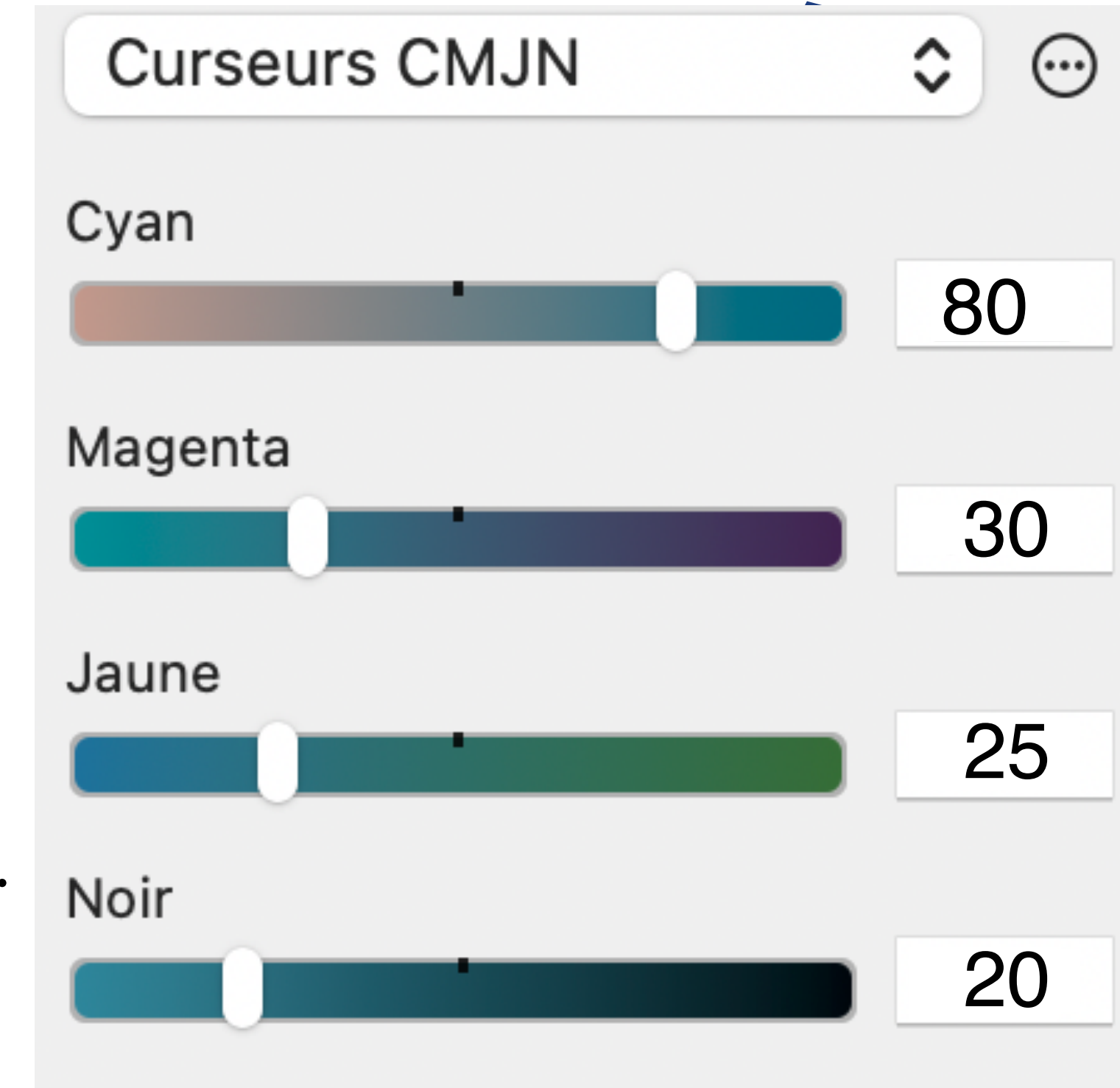
$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Coefficient de proportionnalité

Comme $4,96\text{mg} : 155\text{mg} = 0,032$ on a :

Masse de cyan = $80\text{ mg} \times 0,032 = 2,56\text{ mg}$
Masse de magenta = $30\text{ mg} \times 0,032 = 0,96\text{ mg}$
Masse de jaune = $25\text{ mg} \times 0,032 = 0,8\text{ mg}$



0,999... = 1

RATIO



- 2) Pour imprimer un autre rectangle de la même couleur, on a dû utiliser en tout 4,96 mg d'encre. Calculer les masses utilisées pour les quatre couleurs primaires.

$$\frac{\text{cyan}}{80\text{mg}} = \frac{\text{magenta}}{30\text{mg}} = \frac{\text{jaune}}{25\text{mg}} = \frac{\text{noir}}{20\text{mg}} = \frac{4,96\text{ mg}}{155\text{mg}}$$

On est bloqué si l'on ne pense pas au « tout » : $80\text{mg} + 30\text{mg} + 25\text{mg} + 20\text{mg} = 155\text{mg}$

Coefficient de proportionnalité

Comme $4,96\text{mg} : 155\text{mg} = 0,032$ on a :

Masse de cyan = $80\text{ mg} \times 0,032 = 2,56\text{ mg}$
Masse de magenta = $30\text{ mg} \times 0,032 = 0,96\text{ mg}$
Masse de jaune = $25\text{ mg} \times 0,032 = 0,8\text{ mg}$
Masse de noir = $20\text{ mg} \times 0,032 = 0,64\text{ mg}$

