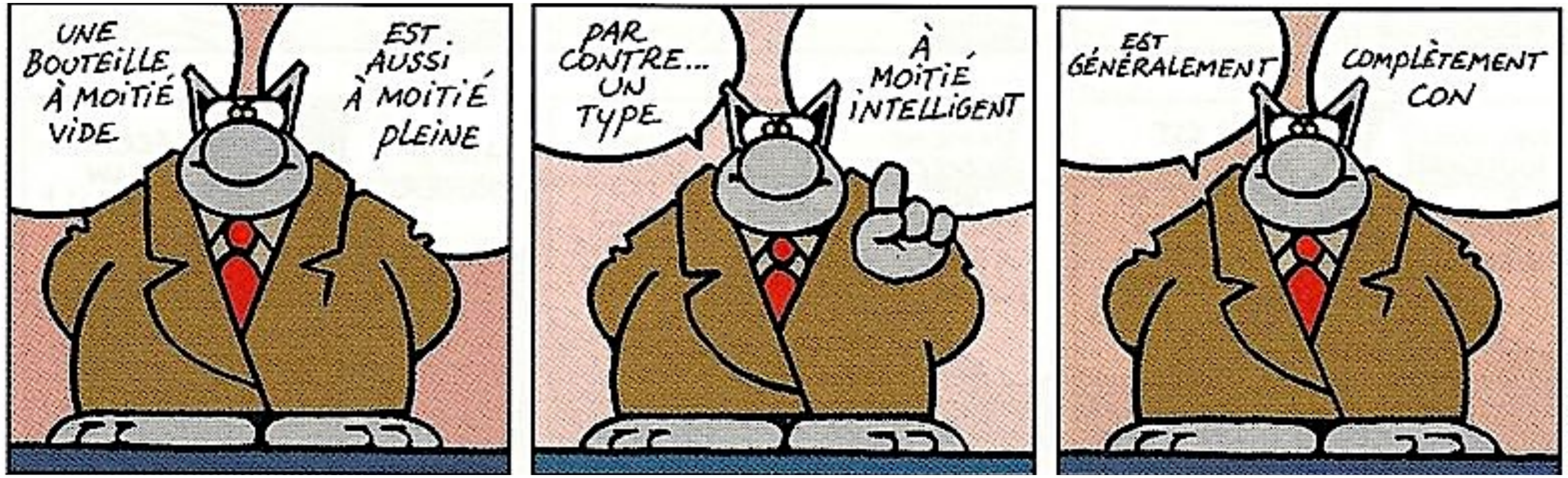
$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

# Enseigner la proportionnalité


$\frac{a}{10^n}$

# et la non-proportionnalité

guillaume.didier@inspe-paris.fr

# Liste non exhaustive de documents de référence sur la proportionnalité


**Documents d'accompagnement du cycle 3 et du cycle 4 :**

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 4

**Articles issus de la revue petit'x :**

SIMARD A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. Petit x, n°89, p. 51-63. IREM de Grenoble

SIMARD A. (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième. Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

**Article issu de la revue Au fil des maths :**

PERRIN D. et M.-J. (2021). « Proportionnalité et fonction linéaire ». APMEP *Au fil des maths*. N° 540.

**Conférence :**

SIMARD.A (2017), La proportionnalité, ESEN de Besançon.

# Progression des procédures

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Le sens de la proportionnalité ne doit pas se perdre au profit d'une représentation et/ou d'une « technique ».
Une progressivité dans les procédures à mettre en œuvre est attendue.

**Au cycle 3,** les premiers travaux sur la proportionnalité sont proposés dès la première année du cycle ; les élèves ont recours à des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure utilisant la propriété de linéarité pour l'addition, procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre). Ensuite, les élèves rencontrent progressivement des situations qui nécessitent de combiner des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure mixte utilisant les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, passage par l'unité). Pendant la seconde moitié du cycle, s'ajoutent des problèmes impliquant des échelles ou des vitesses constantes. Si le coefficient de proportionnalité est rencontré au cours moyen, notamment lors de travaux sur les échelles, son institutionnalisation dans un cadre général peut être reportée en toute fin de cycle 3.

**Au cycle 4,** toutes les procédures introduites au cycle 3 pour résoudre des problèmes de proportionnalité continuent à être utilisées en fonction des nombres en jeu dans les problèmes proposés et des connaissances de faits numériques des élèves. Des tableaux de proportionnalité sont régulièrement utilisés pour résoudre des problèmes ; ils facilitent l'utilisation du coefficient de proportionnalité, particulièrement efficace quand un nombre important de données doivent être calculées. Le produit en croix est introduit après l'étude de l'égalité des fractions ; il permet de calculer rapidement une quatrième proportionnelle, quand les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement des procédures basées sur les propriétés de linéarité. En fin de cycle, les élèves font le lien entre les fonctions linéaires et la proportionnalité.

# Différents cadres

$0{,}999... = 1$

$7 \times ... = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

$\frac{a}{10^n}$

Classiquement, on distingue trois cadres : le cadre des grandeurs, déjà étudié au cycle 3 (on met en relation deux grandeurs telles que masse et prix, masse et longueur, longueur du rayon et périmètre d'un cercle, vitesse et durée…), le cadre numérique (on s'intéresse uniquement aux relations entre nombres) et le cadre graphique (on représente la relation entre les grandeurs ou entre les nombres dans un système d'axes gradués). Un objectif de la fin du cycle 4 est que l'élève sache passer d'un cadre à un autre dans une résolution de problème.

# Différents cadres

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

$\frac{a}{10^n}$

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

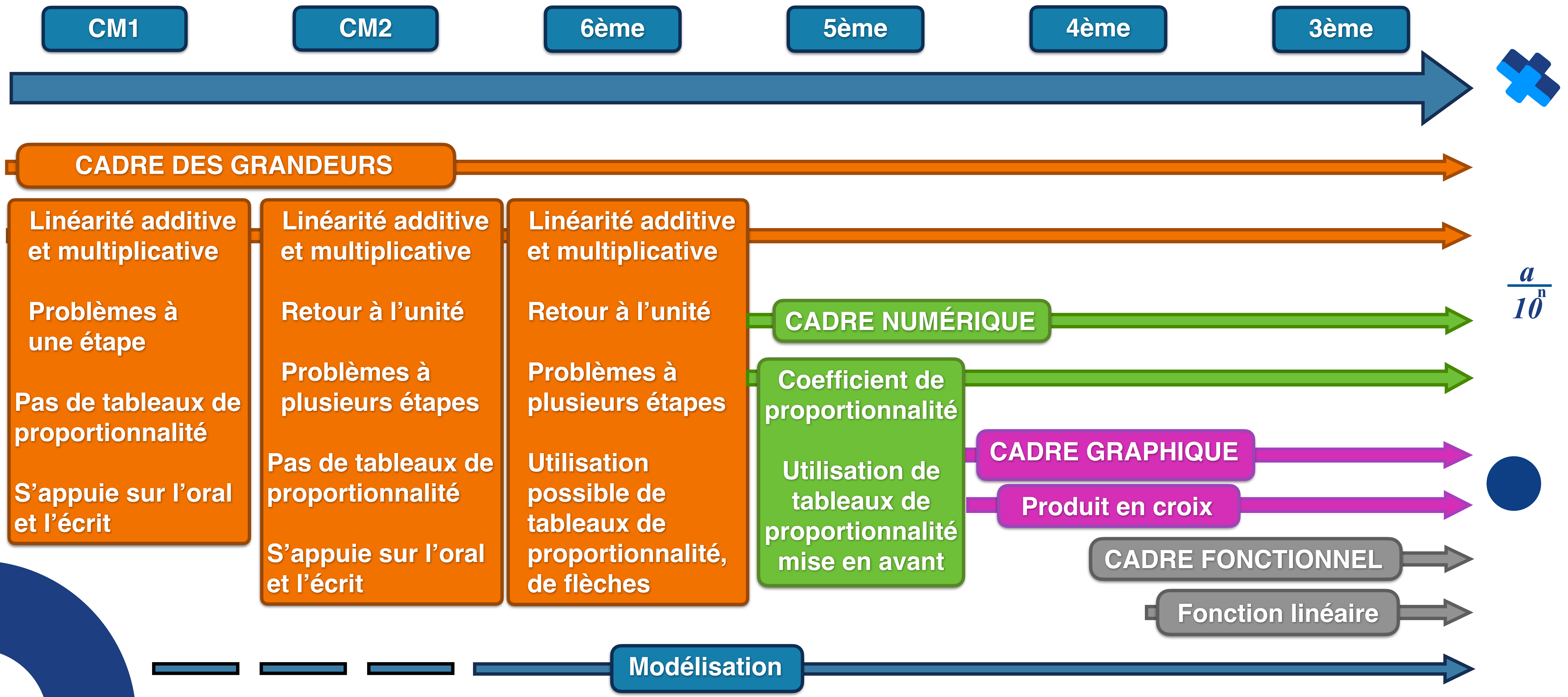
Classiquement, on distingue trois cadres : le cadre des grandeurs, déjà étudié au cycle 3 (on met en relation deux grandeurs telles que masse et prix, masse et longueur, longueur du rayon et périmètre d'un cercle, vitesse et durée…), le cadre numérique (on s'intéresse uniquement aux relations entre nombres) et le cadre graphique (on représente la relation entre les grandeurs ou entre les nombres dans un système d'axes gradués). Un objectif de la fin du cycle 4 est que l'élève sache passer d'un cadre à un autre dans une résolution de problème.

**Il y a aussi le cadre des fonctions.**

$0{,}999\ldots = 1$

# PROGRESSION DES PROCÉDURES

$7 \times \ldots = 1$



# Attendus de fin de 6ème

$0,999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

$\frac{a}{10^n}$

## Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

- Il résout des problèmes relevant des structures additives et multiplicatives en mobilisant une ou plusieurs étapes de raisonnement.
- Il remobilise les procédures déjà étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et les enrichit par l'utilisation du coefficient de proportionnalité.
- Il sait appliquer un pourcentage.

## Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux

- Dès le CM1, les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.
- À partir du CM2, des situations simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

## Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques

***Proportionnalité***

- Il reproduit une figure en respectant une échelle donnée.

$0{,}999\ldots = 1$ # PROGRESSION DES PROCÉDURES $7 \times \ldots = 1$

## Cours moyen deuxième année

Le travail sur la proportionnalité conduit au CM2 s'inscrit dans la continuité du travail mené au CM1 : les savoir-faire développés se consolident et s'enrichissent à travers la résolution de problèmes nécessitant plusieurs étapes.

Afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité au cours moyen. La résolution de problèmes de proportionnalité s'appuie uniquement sur des raisonnements formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « Si j'achète 3 fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer 3 fois plus. », « Si je prends 4 fois moins de feuilles de papier, alors l'épaisseur de la pile de feuilles sera 4 fois plus petite. », etc.

Les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte. Seuls des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité pour la multiplication et pour l'addition sont attendus ; ni l'utilisation du coefficient de proportionnalité, ni le recours au « produit en croix » ne sont enseignés au cours moyen.

$\frac{a}{10^n}$

| **Objectifs d'apprentissage** |
|---|
| Identifier une situation de proportionnalité |
| Savoir résoudre un problème de proportionnalité |

### Exemples pour la mise en œuvre des programmes

## CM2

| | |
|---|---|
| • Savoir résoudre un problème de proportionnalité. | Quand il ne reconnait pas de relations multiplicatives simples entre les nombres de l'énoncé, l'élève sait qu'il peut « passer par l'unité ». Il sait par exemple résoudre le problème : « 3 plaques d'un certain carton ont une épaisseur de 24 mm. Quelle est l'épaisseur de 5 plaques de ce carton ? » en commençant par chercher l'épaisseur d'une plaque. |

# PROGRESSION DES PROCÉDURES

## Sixième

En classe de 6e, la proportionnalité continue d'être étudiée exclusivement dans le cadre des grandeurs, et, ne concerne pas les suites de nombres. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l'utilisation d'expression du type « prix au kilo ». Celles-ci anticipent la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l'unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaître à l'intérieur des calculs les unités des grandeurs manipulées.

Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu'il s'agit d'un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s'appuie sur le sens de la proportionnalité : l'élève verbalise les relations entre les mesures d'une grandeur (2 fois plus, 3 fois moins, etc.) ou s'appuie sur la constance d'une grandeur telle que « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie quotidienne et dans de nombreuses autres disciplines, la technique du « produit en croix » n'est pas enseignée.

| **Objectifs d'apprentissage** |
|---|
| Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante |
| Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité |
| Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité |
| Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques |
| S'initier à la résolution de problèmes d'échelles |

# Attendus de fin de 5ème

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

## Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

### Nombres

- Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Il relie fractions, proportions et pourcentages.

$\frac{a}{10^n}$

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

- Il reconnaît une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité entre deux grandeurs.
- Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné.
- Il résout des problèmes de proportionnalité dans diverses situations pouvant faire intervenir des pourcentages ou des échelles. Pour cela, il met en œuvre des procédures variées (additivité, homogénéité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité).

# Attendus de fin de 4ème

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

- Il reconnaît sur un graphique une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité.
- Il calcule une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix.
- Il utilise une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité.
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

## Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

- Il utilise un rapport d'agrandissement ou de réduction pour calculer, des longueurs, des aires, des volumes.
- Il construit un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée.

$0,999\ldots = 1$

# Attendus de fin de 3ème

$7 \times \ldots = 1$

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

- Il modélise une situation de proportionnalité à l’aide d’une fonction linéaire.
- Il utilise le lien entre pourcentage d’évolution et coefficient multiplicateur.
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

$\frac{a}{10^n}$

## Comprendre l’effet de quelques transformations sur les figures géométriques

- Il calcule des grandeurs géométriques (longueurs, aires et volumes) en utilisant les transformations (symétries, rotations, translations, homothétie).
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité en géométrie dans le cadre de certaines configurations ou transformations (agrandissement, réduction, triangles semblables, homothéties).