

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Enseigner la proportionnalité



et la non-proportionnalité

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Liste non exhaustive de documents de référence sur la proportionnalité

Documents d'accompagnement du cycle 3 et du cycle 4 :

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 4

Articles issus de la revue petit'x :

SIMARD A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. Petit x, n°89, p. 51-63. IREM de Grenoble

SIMARD A. (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième. Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

Article issu de la revue Au fil des maths :

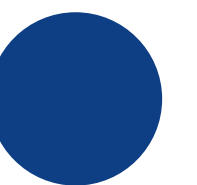
PERRIN D. et M.-J. (2021). « Proportionnalité et fonction linéaire ». APMEP *Au fil des maths*. N° 540.

Conférence :

SIMARD.A (2017), La proportionnalité, ESEN de Besançon.



$$\frac{a}{10^n}$$



$0,999... = 1$

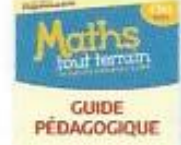
Tableaux de proportionnalité

$7 \times ... = 1$

86

Organisation et gestion de données

La proportionnalité



Activité de découverte
Calculer le prix de 2, 3, 4, 5 ou 10 articles identiques dont le prix à l'unité est un nombre entier.

Compétences et connaissances associées : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

Calcul mental : Additionner deux décimaux (en centièmes) plus petits que 1 dont la somme ne dépasse pas 1.

Je comprends

Pour la kermesse de l'école, Idriss a acheté 6 sacs de confettis et a payé 30 €. Zora veut acheter 8 sacs de confettis dans le même magasin. Combien va-t-elle payer ?



Tu peux calculer le prix de l'unité :

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte donc 5 €.

Calcule ensuite le prix des 8 sacs.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs coûteront 40 €.

Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver par combien il faut multiplier la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte 5 €.

Pour trouver le prix selon différentes quantités, il faut multiplier la première colonne par 5 et compléter le tableau.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs coûteront 40 €.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40



On dit que le prix des sacs de confettis est **proportionnel** au nombre de sacs achetés.

Je comprends

Parfois, tu ne peux pas calculer la valeur de l'unité.

Lou a acheté 3 chocolats et a payé 2 €. Combien doit-elle payer pour 6 chocolats ?

6 chocolats, c'est le **double** de 3 chocolats. Donc 6 chocolats coûtent le **double** de 2 €.

$$2 \times 2 = 4 \quad \text{6 chocolats coûtent 4 €}.$$

Nombre de chocolats	Prix (€)
3	2
6	4

$\times 2$

Je m'entraîne

3 Problème

La voiture de M. Vroom consomme 6 L d'essence tous les 100 km.

a. Observe le tableau suivant.

b. Calcule les nombres à mettre dans la case verte, la case jaune et la case bleue.

c. Complète les deux colonnes du tableau et réponds :

• Quelle distance M. Vroom peut-il parcourir avec 12 L d'essence ? avec 3 L ?

• Quelle quantité d'essence lui faut-il pour parcourir 300 km ?

Essence (en L)	Distance (en km)
3	...
6	100
12	...
...	300

4 Problème

En appuyant 5 secondes sur le bouton « Marche », la voiture télécommandée avance de 2 m.

Combien de temps faut-il appuyer pour la faire avancer de 16 m ?

Recopie et complète le tableau suivant puis réponds.

Durée	Distance
5 s	2 m
...	...

5 Problème



Construis toi-même le tableau qui convient.

Observe l'affiche puis réponds aux questions.

a. Un client achète 18 bourriches d'huitres. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

b. Un autre client achète 12 bourriches. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

6 Problème

Observe bien le prix des poissons dans les deux magasins.

a. Calcule le prix des 50 poissons chez « L'aquarium ».

b. Est-il possible de trouver une règle qui permettrait de calculer le prix de 50 poissons à « Passion poissons » ? Pourquoi ?

L'Aquarium

10 poissons	24 €
20 poissons	48 €
50 poissons	? €

Passion Poisson

10 poissons	25 €
20 poissons	40 €
50 poissons	? €

Chez « Passion poissons », le prix des poissons n'est pas proportionnel au nombre de poissons achetés.



Je m'entraîne

1 Problème

a. Observe le tableau suivant et réponds :

Par quel nombre faut-il multiplier la première colonne (le nombre de paquets) pour obtenir le résultat dans la deuxième colonne (le nombre de biscuits) ?

b. Complète le tableau, puis réponds :

• Combien de biscuits y a-t-il dans 4 paquets ?

• Combien de paquets faut-il pour avoir 35 biscuits ?

Paquets	Biscuits
6	42
4	...
...	35

2 Problème

Margot a acheté 3 jeux de cartes pour 24 €.

Recopie et complète le tableau pour répondre aux questions suivantes.

a. Combien Margot paiera-t-elle pour 4 jeux de cartes ?

b. Axel a payé 40 €. Combien de jeux de cartes a-t-il achetés ?

Quantité	Prix (€)
3	24
4	...
...	40

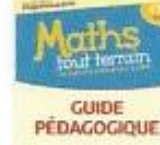
$0,999... = 1$

Tableaux de proportionnalité

$7 \times ... = 1$

86 La proportionnalité

Organisation et gestion de données



Activité de découverte
Calculer le prix de 2, 3, 4, 5 ou 10 articles identiques dont le prix à l'unité est un nombre entier.

Compétences et connaissances associées : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

Calcul mental : Additionner deux décimaux (en centièmes) plus petits que 1 dont la somme ne dépasse pas 1.

Je comprends

Pour la kermesse de l'école, Idriss a acheté 6 sacs de confettis et a payé 30 €. Zora veut acheter 8 sacs de confettis dans le même magasin. Combien va-t-elle payer ?



Tu peux calculer le prix de l'unité :

$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$

1 sac coûte donc 5 €.

Calcule ensuite le prix des 8 sacs.

$8 \times 5 = 40$

8 sacs coûteront 40 €.



On dit que le prix des sacs de confettis est **proportionnel** au nombre de sacs achetés.

Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver **par combien** il faut multiplier la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$
 1 sac coûte 5 €.

Pour trouver le prix selon différentes quantités, il faut multiplier la première colonne par 5 et compléter le tableau.

$8 \times 5 = 40$

8 sacs coûteront 40 €.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40

Je comprends

Parfois, tu ne peux pas calculer la valeur de l'unité.

Lou a acheté 3 chocolats et a payé 2 €. Combien doit-elle payer pour 6 chocolats ?



6 chocolats, c'est le **double** de 3 chocolats. Donc 6 chocolats coûtent le **double** de 2 €.

$2 \times 2 = 4$ 6 chocolats coûtent 4 €.

Nombre de chocolats	Prix (€)
3	2
6	4

$\times 2$



Je m'entraîne

3 Problème

La voiture de M. Vroom consomme 6 L d'essence tous les 100 km.

a. Observe le tableau suivant.

b. Calcule les nombres à mettre dans la case verte, la case jaune et la case bleue.

c. Complète les deux colonnes du tableau et réponds :

Quelle distance M. Vroom peut-il parcourir avec 12 L d'essence ? avec 3 L ?

Quelle quantité d'essence lui faut-il pour parcourir 300 km ?

Essence (en L)	Distance (en km)
3	...
6	100
12	...
...	300

...

$\times \dots$

$\times \dots$

4 Problème

En appuyant 5 secondes sur le bouton « Marche », la voiture télécommandée avance de 2 m.

Combien de temps faut-il appuyer pour la faire avancer de 16 m ?

Recopie et complète le tableau suivant puis réponds.

Durée	Distance
5 s	2 m
...	...

$\times \dots$

5 Problème

Construis toi-même le tableau qui convient.



Observe l'affiche puis réponds aux questions.

a. Un client achète 18 bourriches d'huitres. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

b. Un autre client achète 12 bourriches. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

6 Problème

Observe bien le prix des poissons dans les deux magasins.

a. Calcule le prix des 50 poissons chez « L'aquarium ».

b. Est-il possible de trouver une règle qui permettrait de calculer le prix de 50 poissons à « Passion poissons » ? Pourquoi ?

L'Aquarium	
10 poissons	24 €
20 poissons	48 €
50 poissons	? €

Passion Poisson	
10 poissons	25 €
20 poissons	40 €
50 poissons	? €

Chez « Passion poissons », le prix des poissons n'est pas proportionnel au nombre de poissons achetés.



Je m'entraîne

1 Problème

a. Observe le tableau suivant et réponds :

Par quel nombre faut-il multiplier la première colonne (le nombre de paquets) pour obtenir le résultat dans la deuxième colonne (le nombre de biscuits) ?

b. Complète le tableau, puis réponds :

Combien de biscuits y a-t-il dans 4 paquets ?

Combien de paquets faut-il pour avoir 35 biscuits ?

Paquets	Biscuits
6	42
4	...
...	35

2 Problème

Margot a acheté 3 jeux de cartes pour 24 €.

Recopie et complète le tableau pour répondre aux questions suivantes.

a. Combien Margot paiera-t-elle pour 4 jeux de cartes ?

b. Axel a payé 40 €. Combien de jeux de cartes a-t-il achetés ?

Quantité	Prix (€)
3	24
4	...
...	40

Éviter absolument de donner l'impression aux élèves que les tableaux de proportionnalité sont constitutifs du raisonnement à mettre en œuvre pour résoudre une situation de proportionnalité.

$0,999... = 1$

Tableaux de proportionnalité

$7 \times \dots = 1$

éduscol Informer et accompagner
les professionnels de l'éducation

CYCLES

2

3

4

> MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Les tableaux de proportionnalité ne doivent pas être conçus comme des objets d'enseignement ; s'ils peuvent permettre de résumer clairement une situation proposée dans un problème, les opérations à réaliser pour résoudre un problème de proportionnalité au cycle 3 ne doivent pas se faire par un raisonnement sur des lignes ou des colonnes d'un tableau mais uniquement sur des cardinaux ou des grandeurs, en explicitant ce qui est fait, tant à l'oral qu'à l'écrit.

$\frac{a}{10^n}$

Attention, un usage trop précoce de tableaux peut nuire à la compréhension des problèmes relevant de la proportionnalité.

Construire d'abord le raisonnement (importance de l'explication des démarches) !

Être vigilant sur les ressources que vous utilisez (vidéos ; livres ; sites non institutionnels).

$0,999\dots = 1$

Tableaux et coefficients de proportionnalité

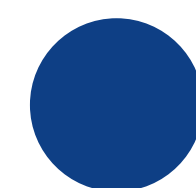
$7 \times \dots = 1$

Consigne 9 :

Faire une analyse critique de cet extrait de manuel.



$\frac{a}{10^n}$



Le cours

1 Tableau de proportionnalité

a Reconnaissance d'un tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS Il y a proportionnalité dans un tableau de nombres à deux lignes lorsque les membres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première **par un même nombre**.

Ce nombre est appelé **le coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Le prix des cerises vendues 2,70 € le kilogramme est proportionnel à leur masse.

Le tableau ci-dessous donne le prix à payer selon la masse de cerises achetées :

Masse de cerises (en kg)	0,5	1	2	5
Prix (en €)	1,35	2,70	5,40	13,50

(Note: A red circle with an arrow points to the value 2,70 in the second row, with the text "x 2,7" next to it.)

$$\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5} = 2,70.$$

$0,999... = 1$

Tableaux et coefficients de proportionnalité

$7 \times \dots = 1$

Consigne 9 :

Faire une analyse critique de cet extrait de manuel.

Mauvaise définition :

Un coefficient de proportionnalité existe sans la présence d'un tableau !

Un tableau en colonne peut aussi être de proportionnalité

Il y a toujours deux coefficients de proportionnalité

$\frac{1}{2,7}$ est aussi un coefficient de proportionnalité

Le choix des valeurs incite à la linéarité multiplicative

Le cours

1 Tableau de proportionnalité

a Reconnaissance d'un tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS Il y a proportionnalité dans un tableau de nombres à deux lignes lorsque les membres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première **par un même nombre**.

Ce nombre est appelé **le coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Le prix des cerises vendues 2,70 € le kilogramme est proportionnel à leur masse.

Le tableau ci-dessous donne le prix à payer selon la masse de cerises achetées :

Masse de cerises (en kg)	0,5	1	2	5
Prix (en €)	1,35	2,70	5,40	13,50

$$\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5} = 2,70.$$

$$0,999\dots = 1$$

Tableaux et coefficients de proportionnalité

$$7 \times \dots = 1$$

Un tableau est un registre de représentation

Définition :

Un tableau de valeurs traduisant une situation de proportionnalité est appelé tableau de proportionnalité.

Propriété (admise)/Définition :

Si deux grandeurs sont proportionnelles
alors leur quotient ne dépend pas des valeurs prises par ces deux grandeurs.
Et réciproquement.

Ce quotient est appelé coefficient de proportionnalité.

Aucune référence à un registre de représentation



$$\frac{a}{10^n}$$

