

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Enseigner la proportionnalité



et la non-proportionnalité

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

$$7 \times \dots = 1$$

Liste non exhaustive de documents de référence sur la proportionnalité

Documents d'accompagnement du cycle 3 et du cycle 4 :

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 4

Articles issus de la revue petit'x :

SIMARD A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. Petit x, n°89, p. 51-63. IREM de Grenoble

SIMARD A. (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième. Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

Article issu de la revue Au fil des maths :

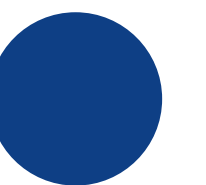
PERRIN D. et M.-J. (2021). « Proportionnalité et fonction linéaire ». APMEP *Au fil des maths*. N° 540.

Conférence :

SIMARD.A (2017), La proportionnalité, ESEN de Besançon.



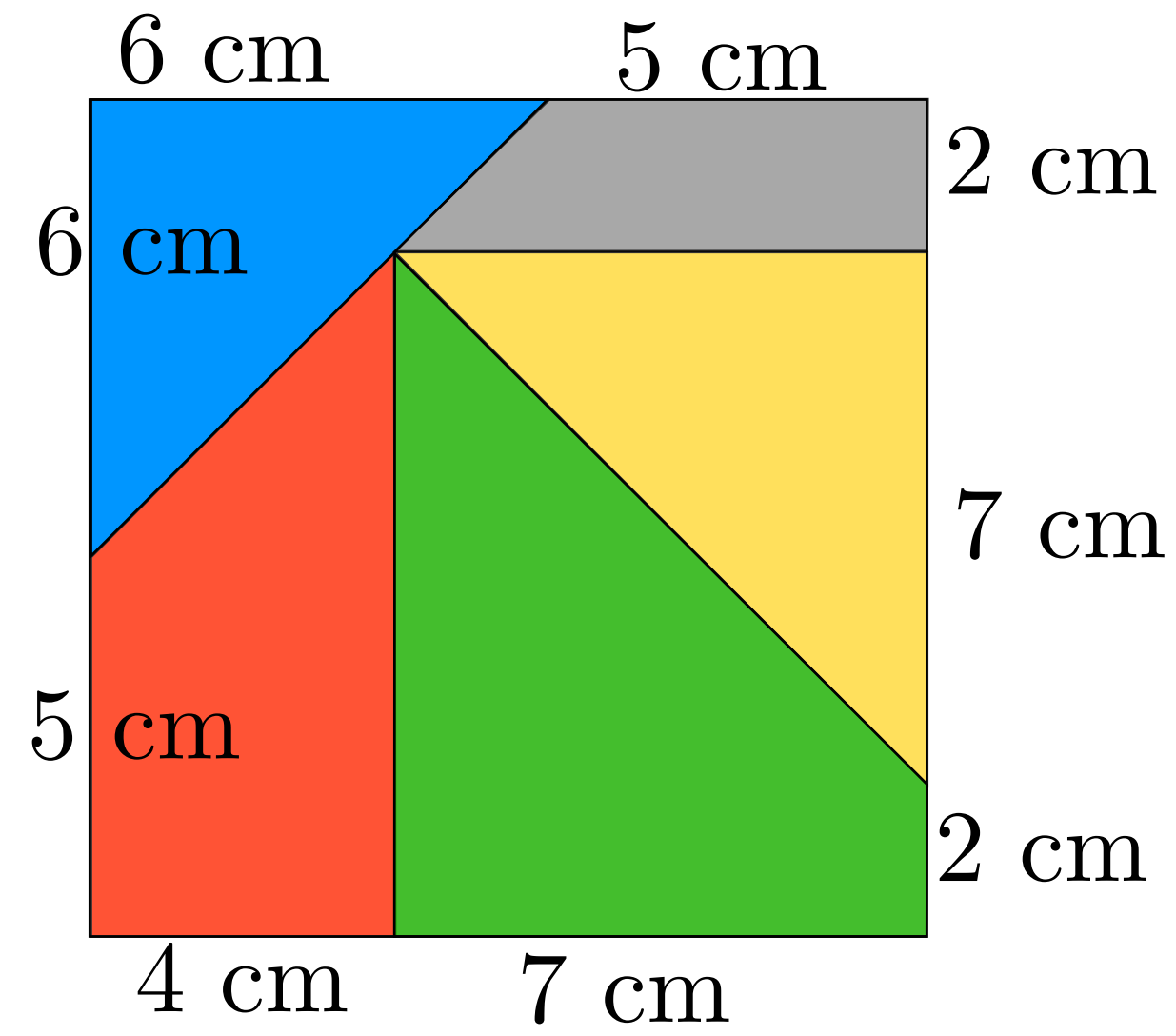
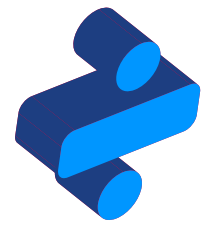
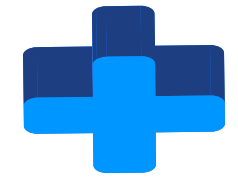
$$\frac{a}{10^n}$$



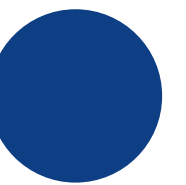
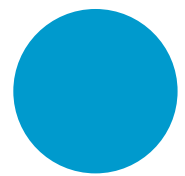
$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



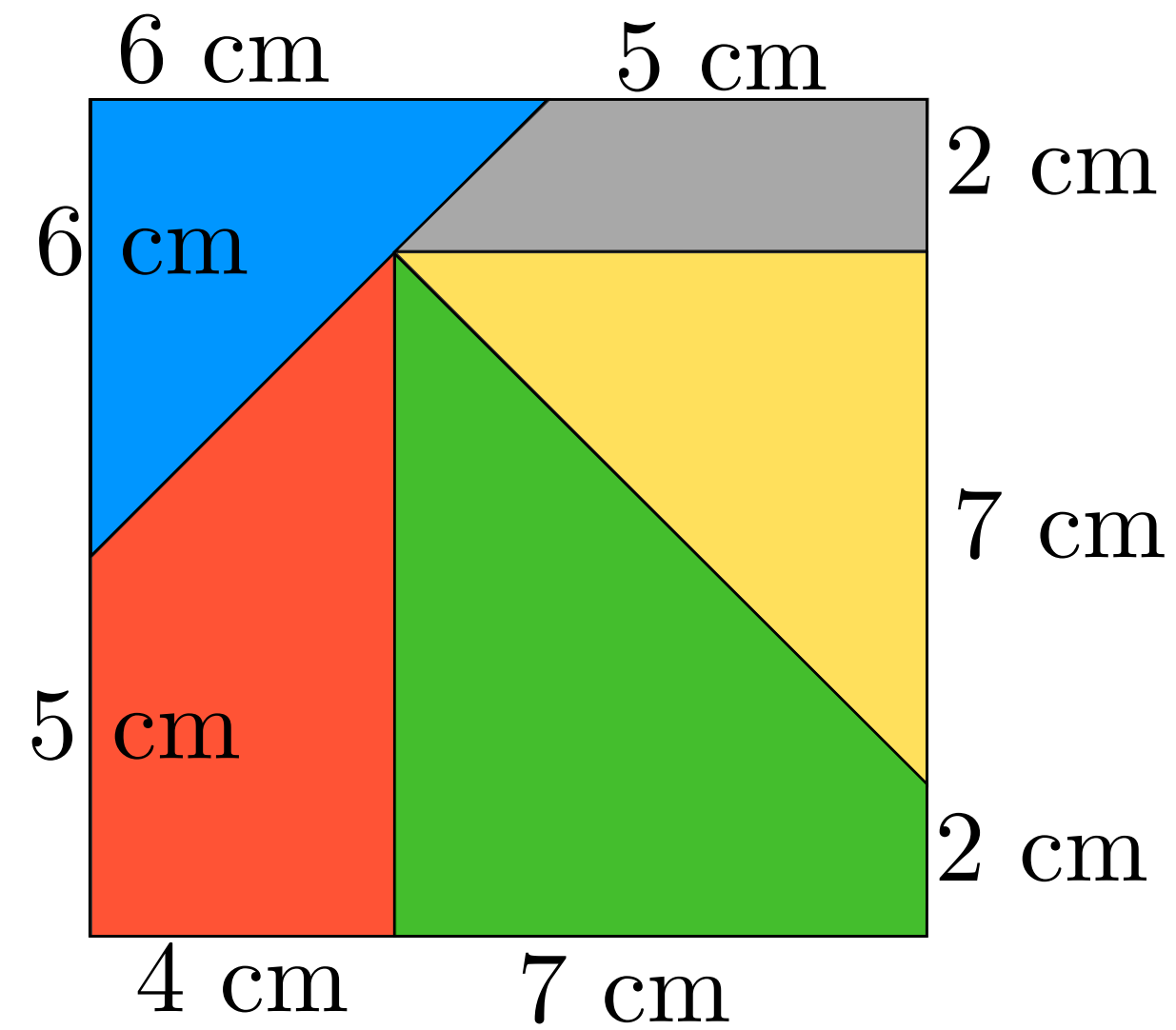
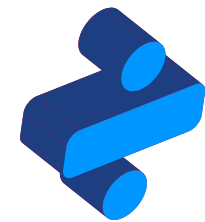
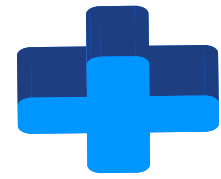
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$

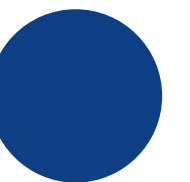
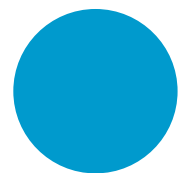


Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.



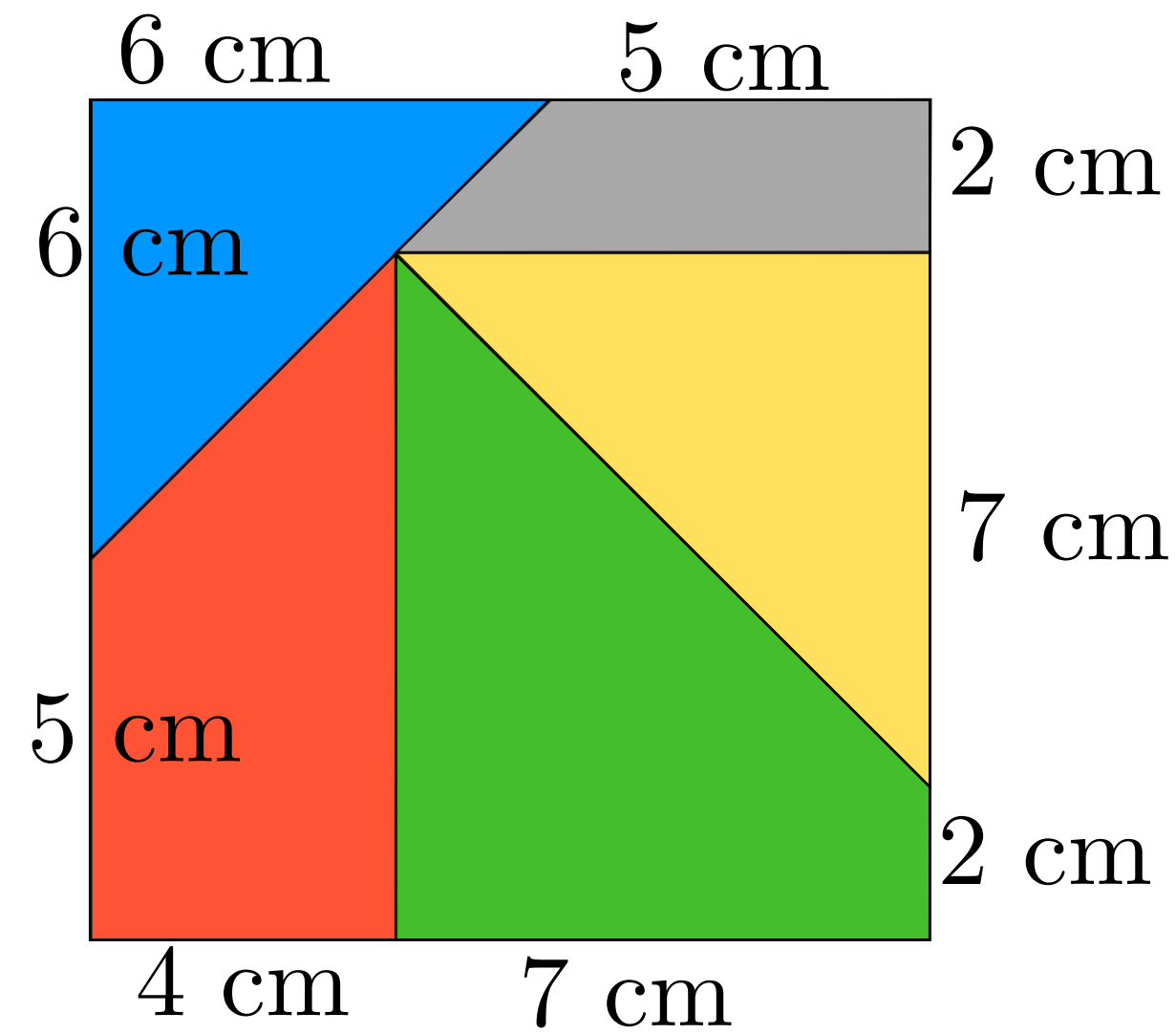
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

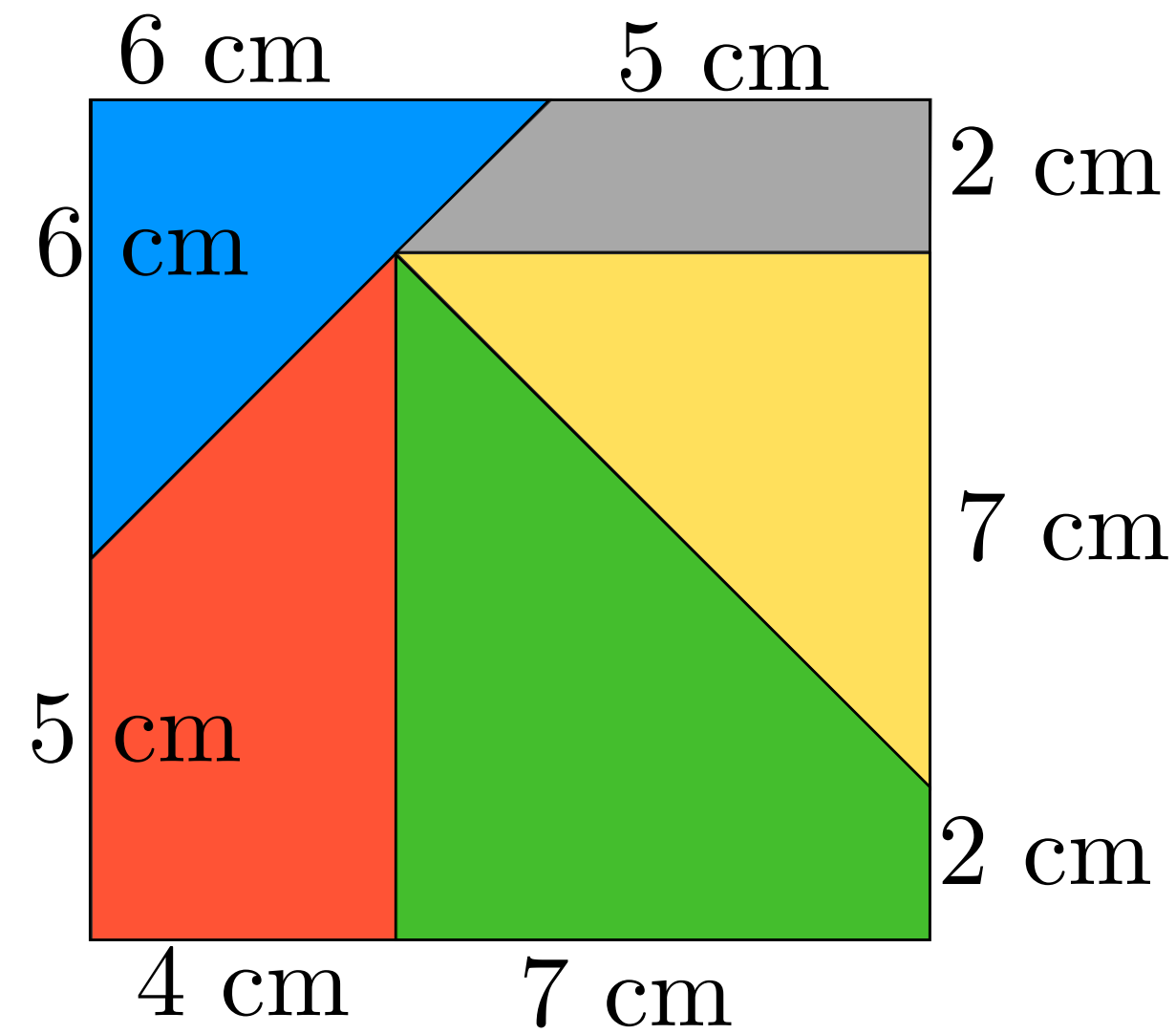


$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

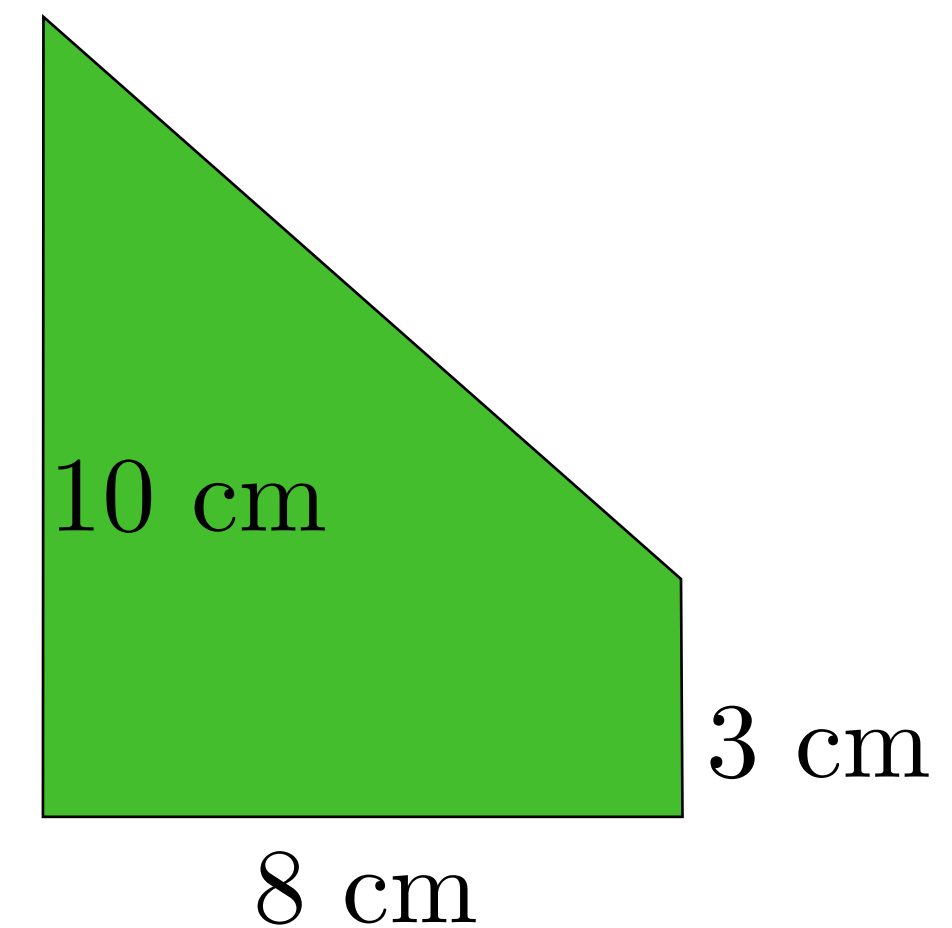
$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$



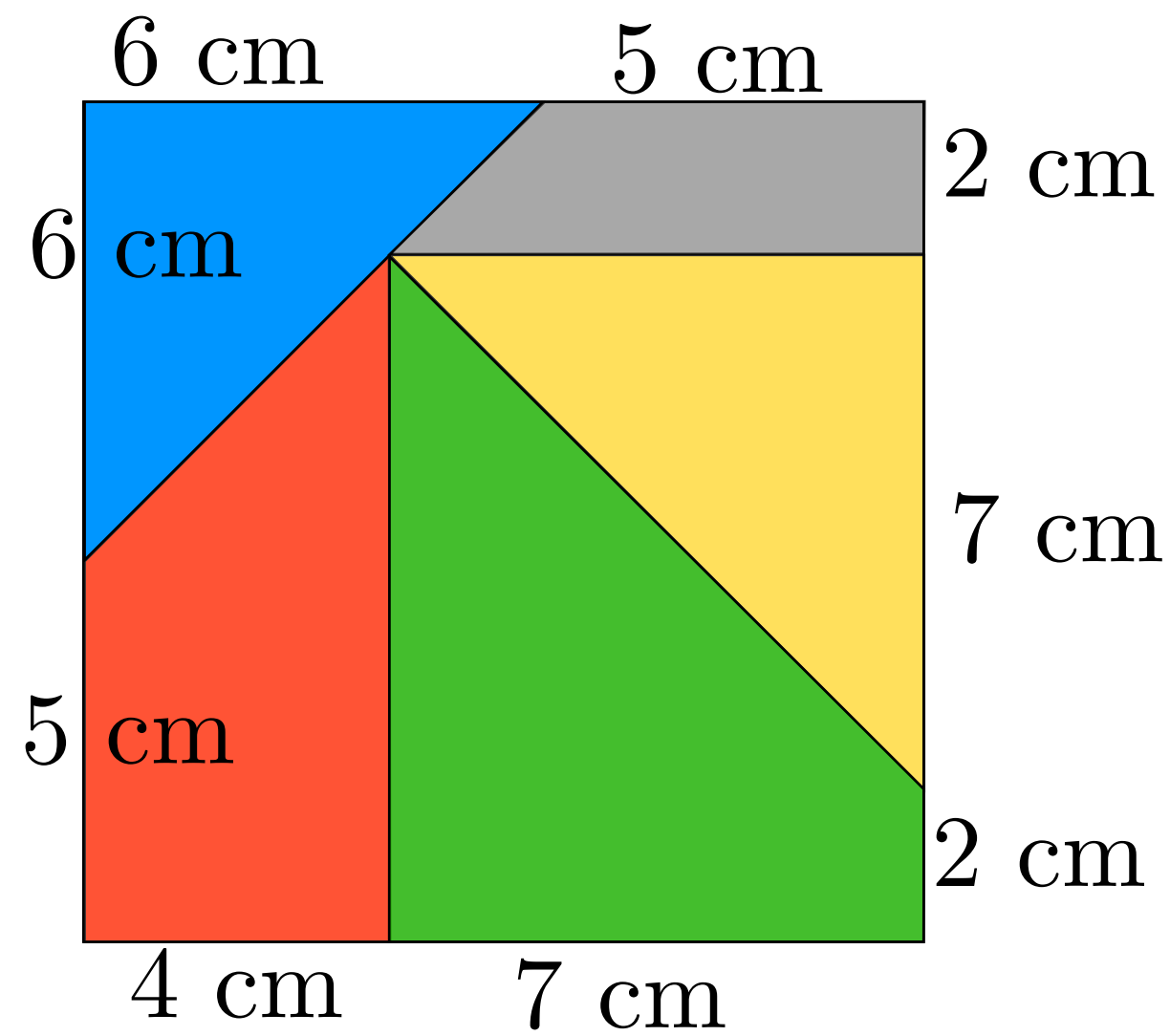
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

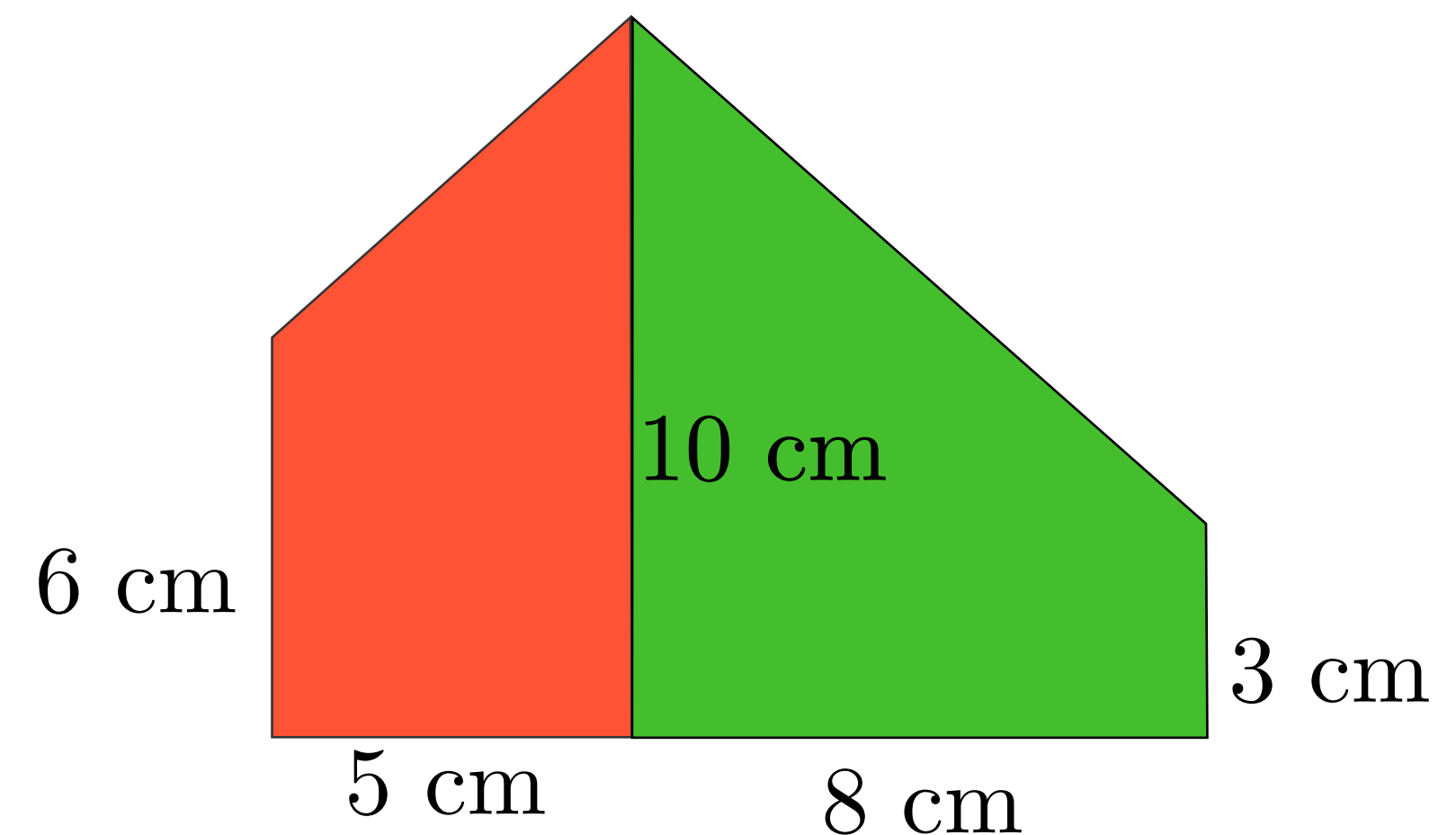
$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

Conception potentielle :

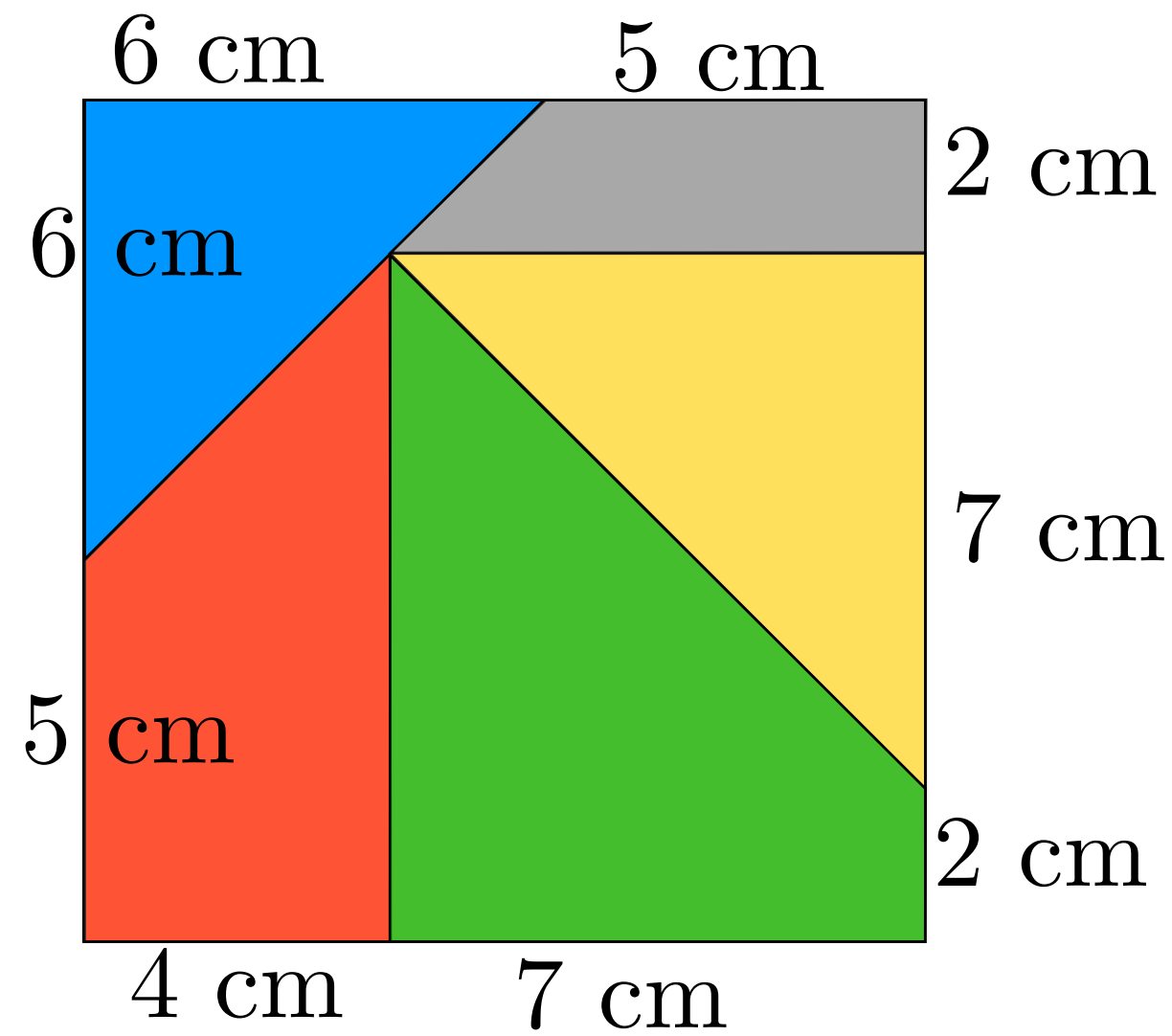
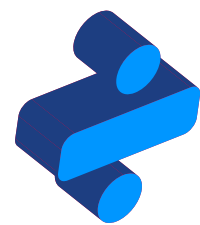
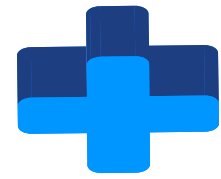
Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

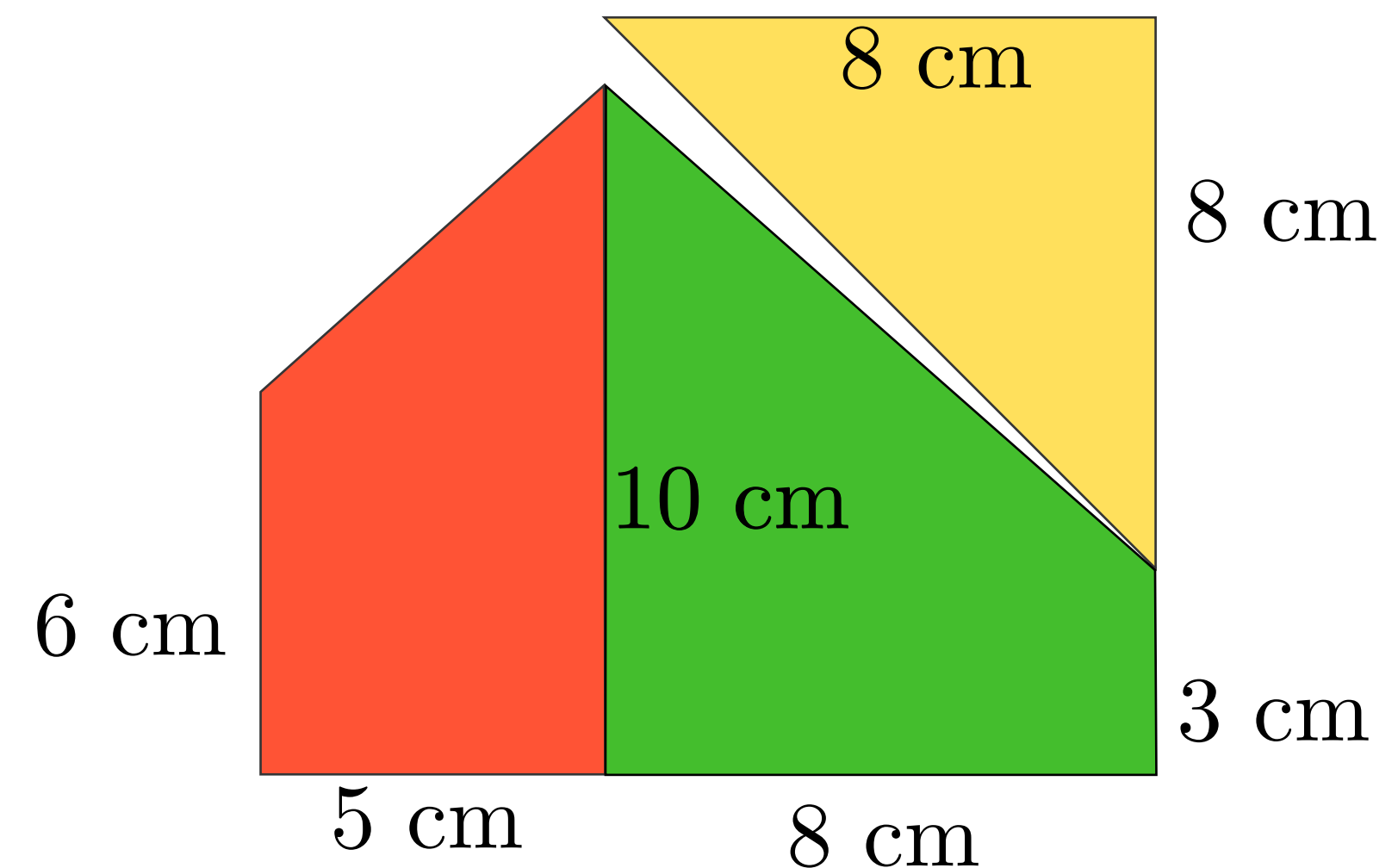
$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$



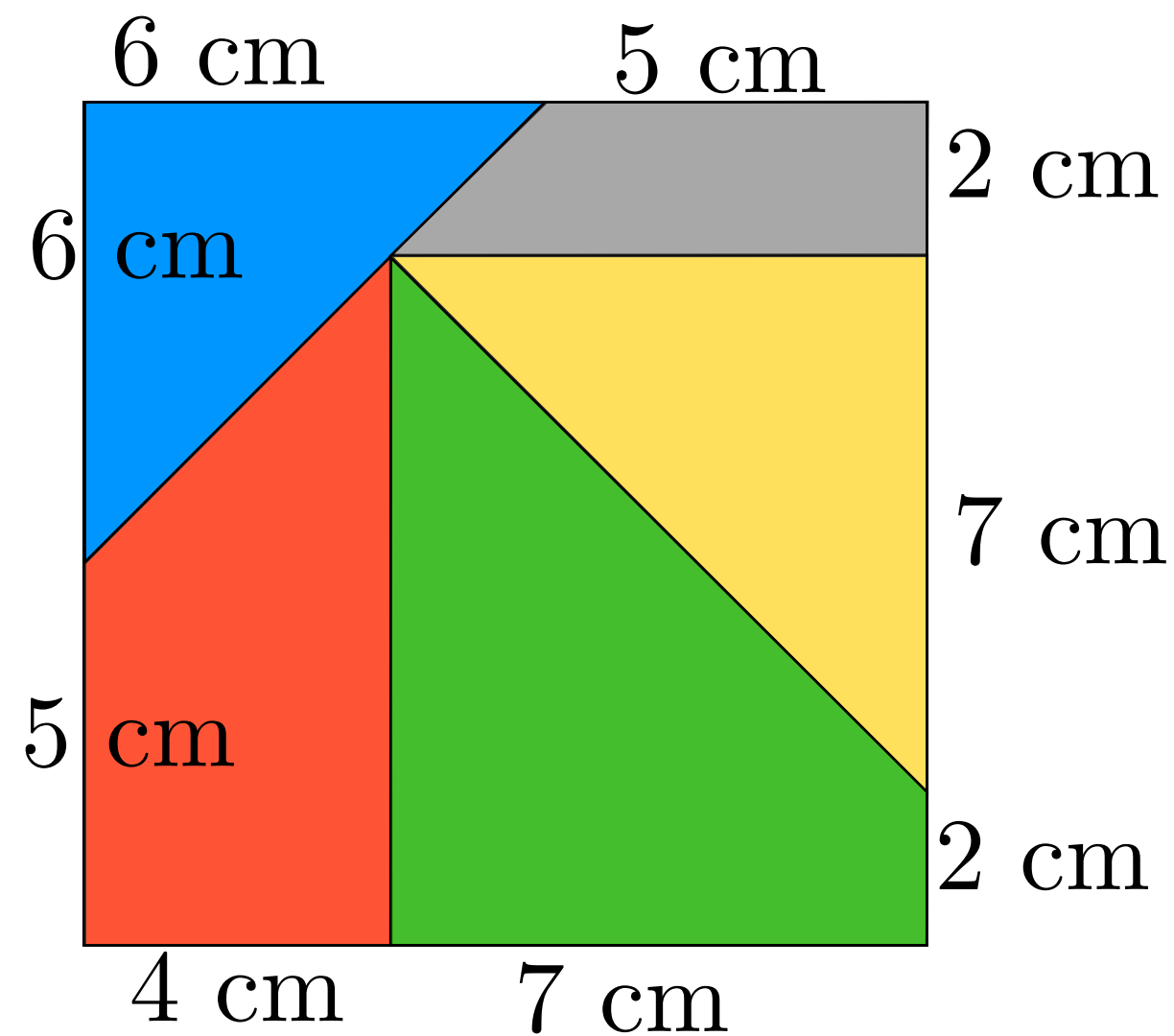
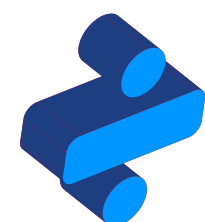
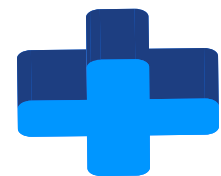
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

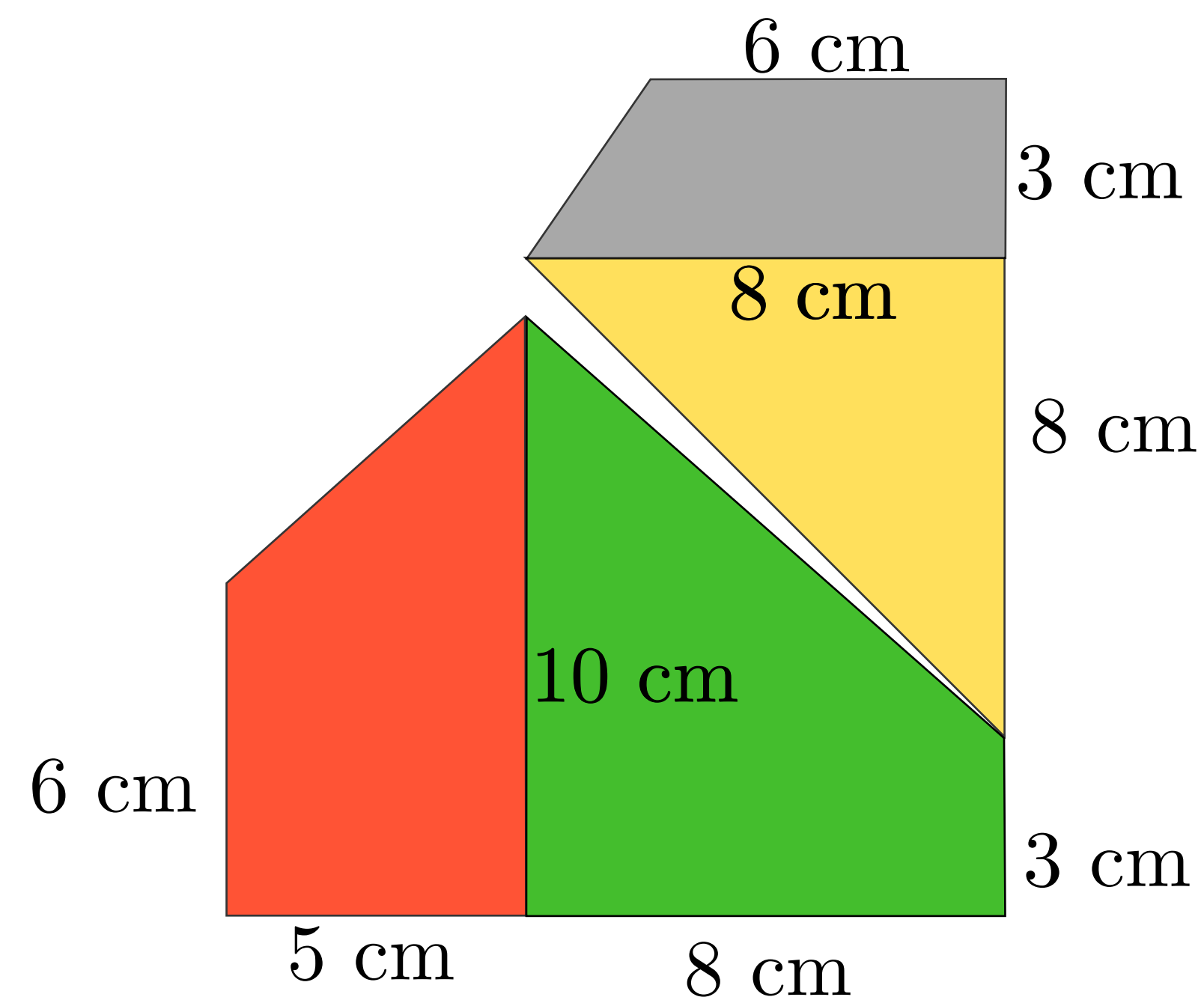
$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$



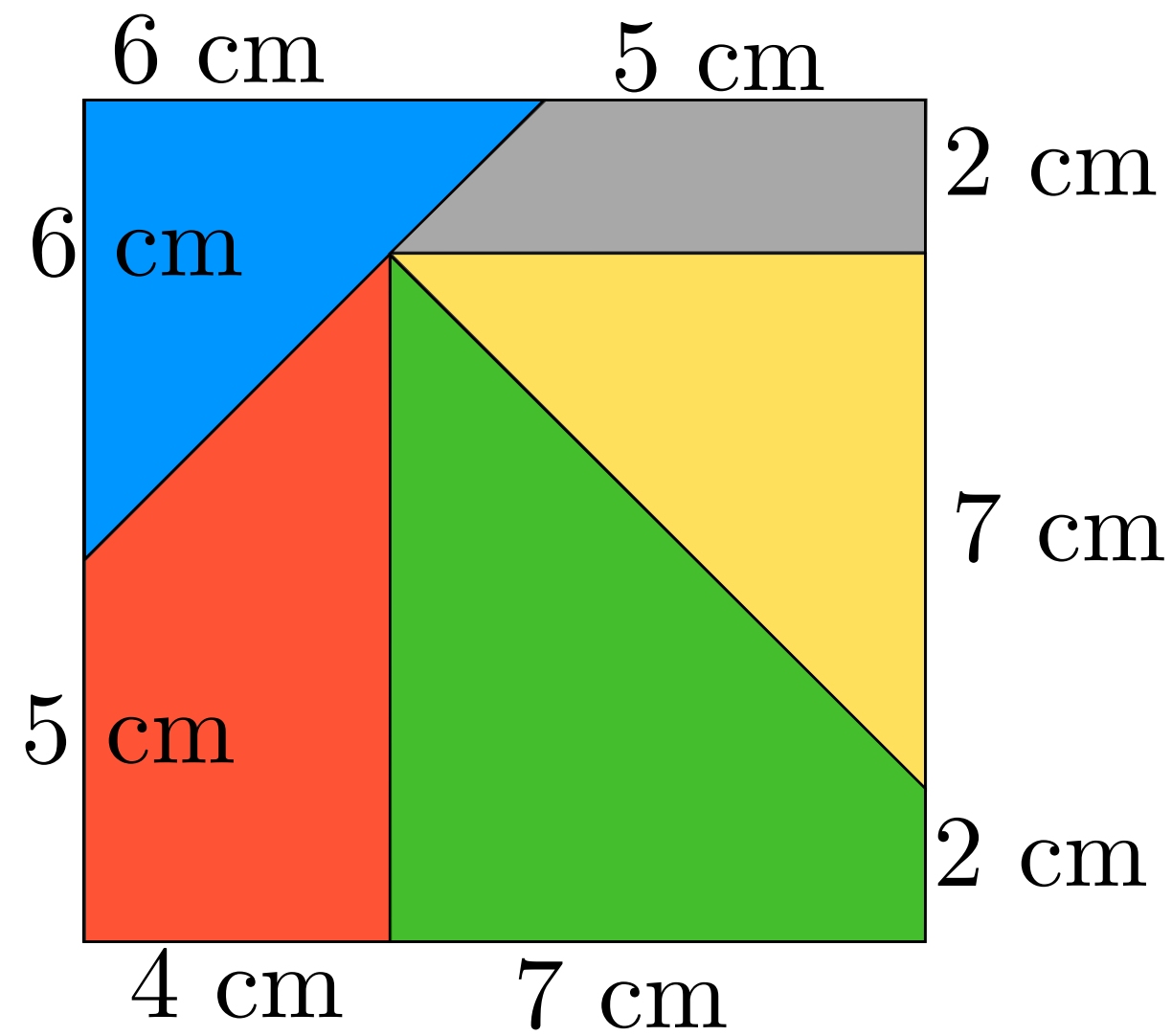
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

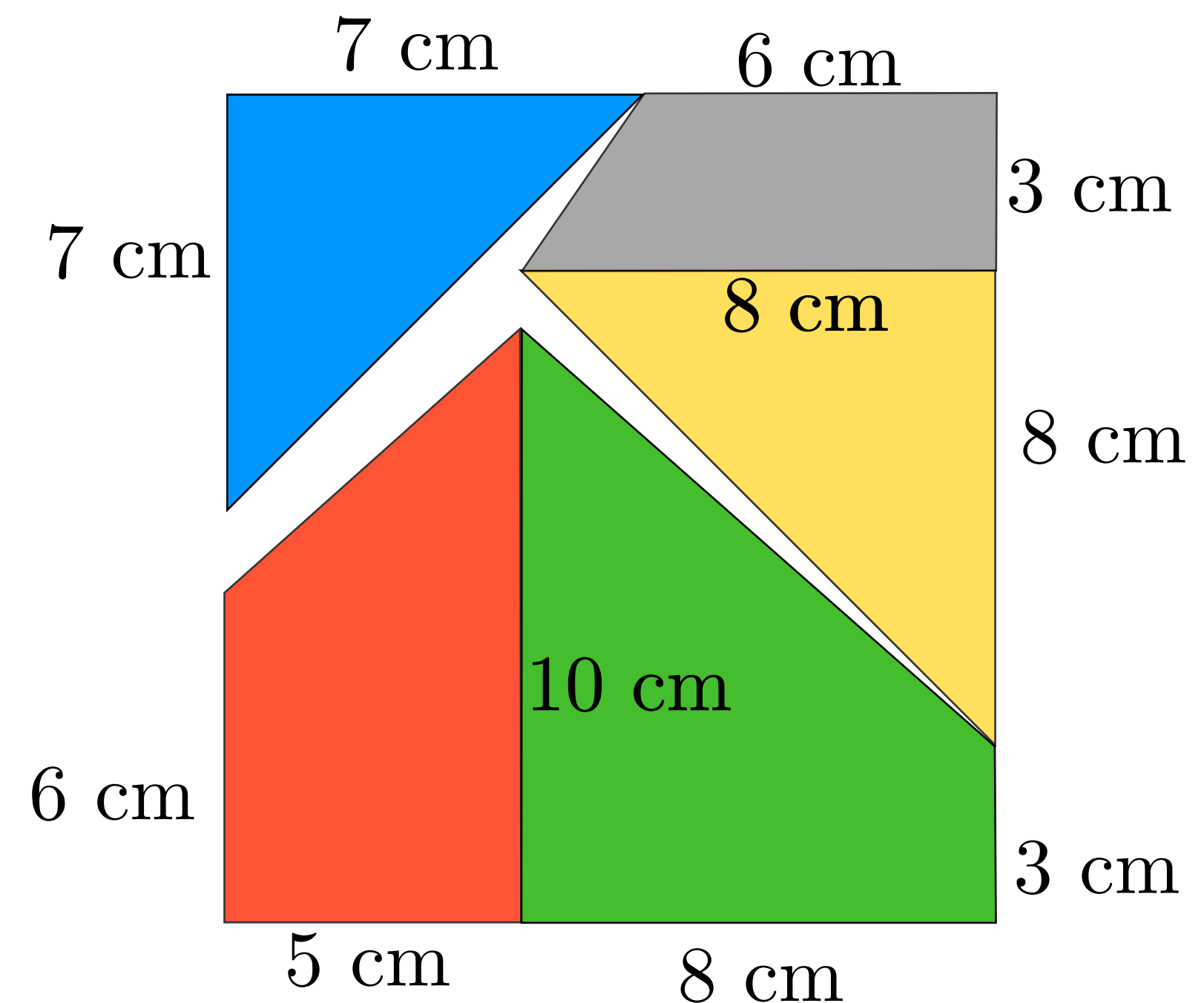
$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

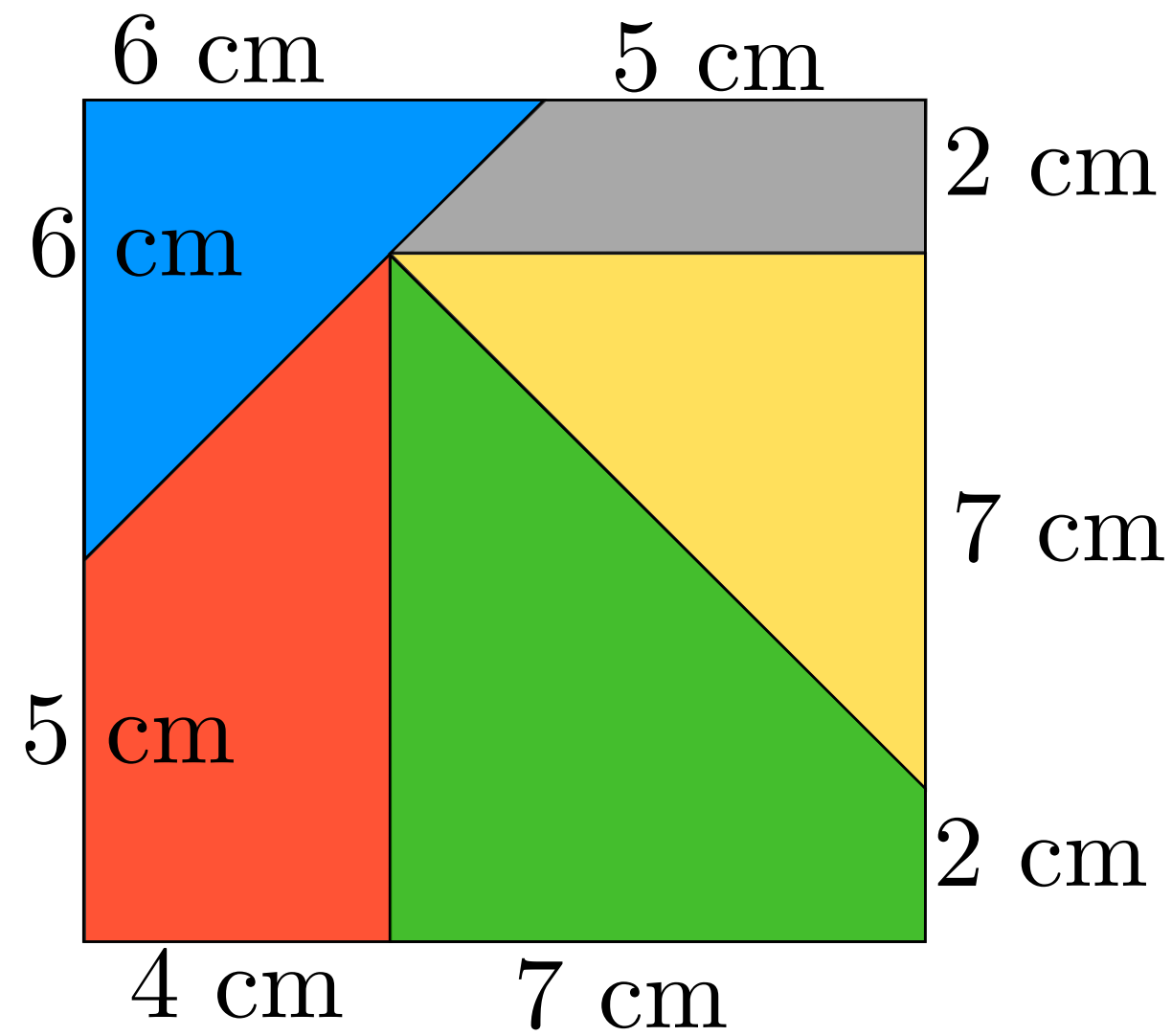
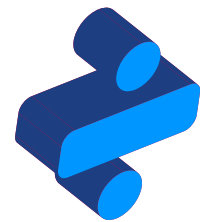
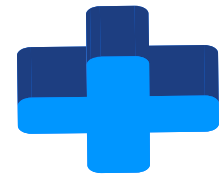


$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les écarts de longueurs sont conservés lors d'un agrandissement.

On constate que le puzzle construit ne convient pas.

Calculs des nouvelles longueurs :

$$6 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

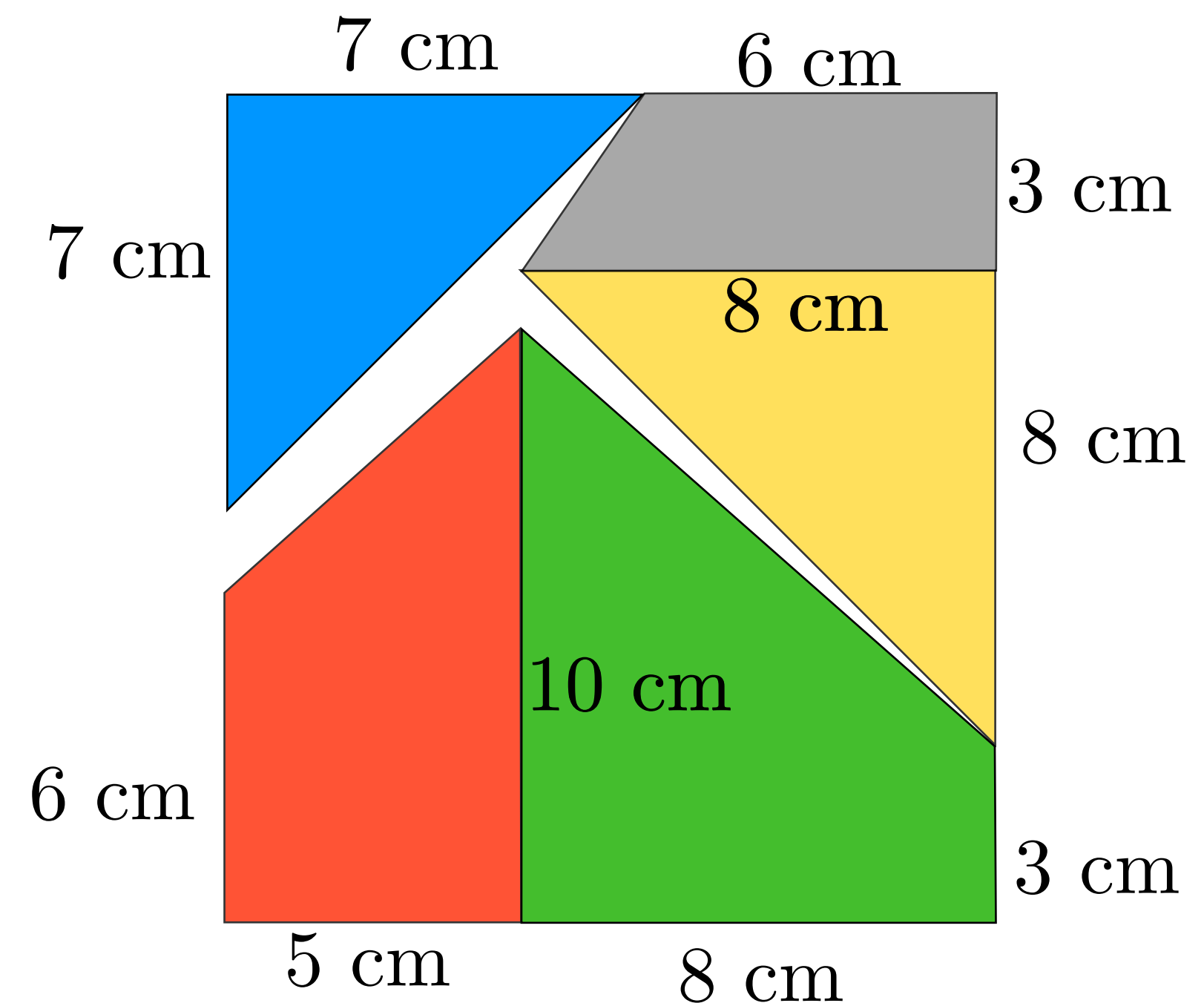
$$5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$



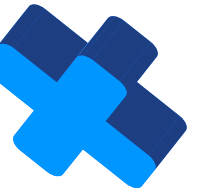
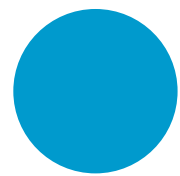
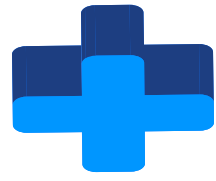
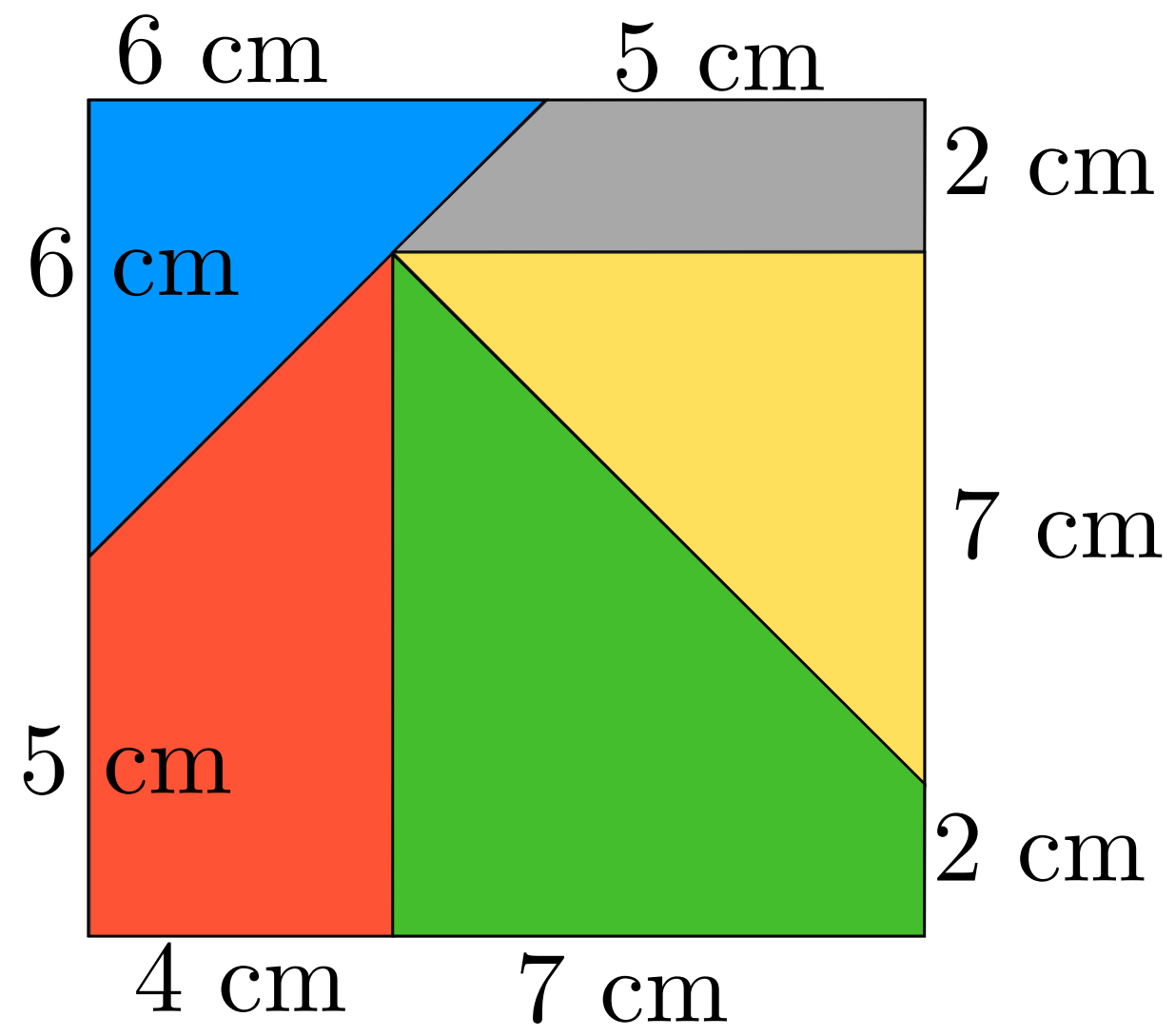
$$\frac{a}{10^n}$$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

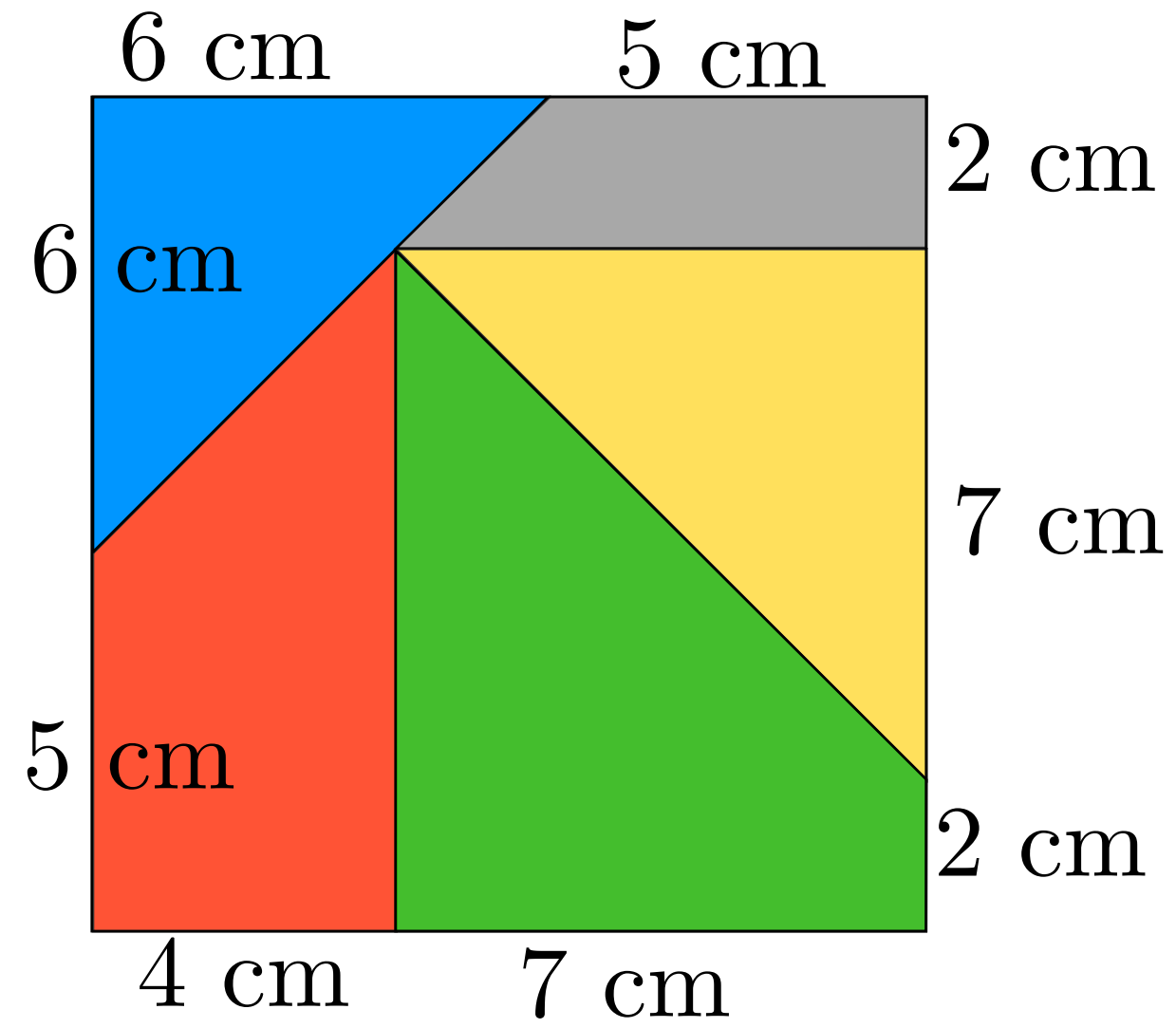
$$7 \times \dots = 1$$



$$0,999\dots = 1$$

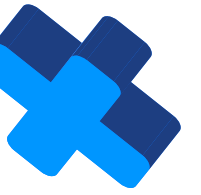
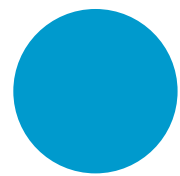
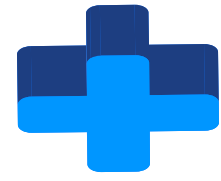
Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

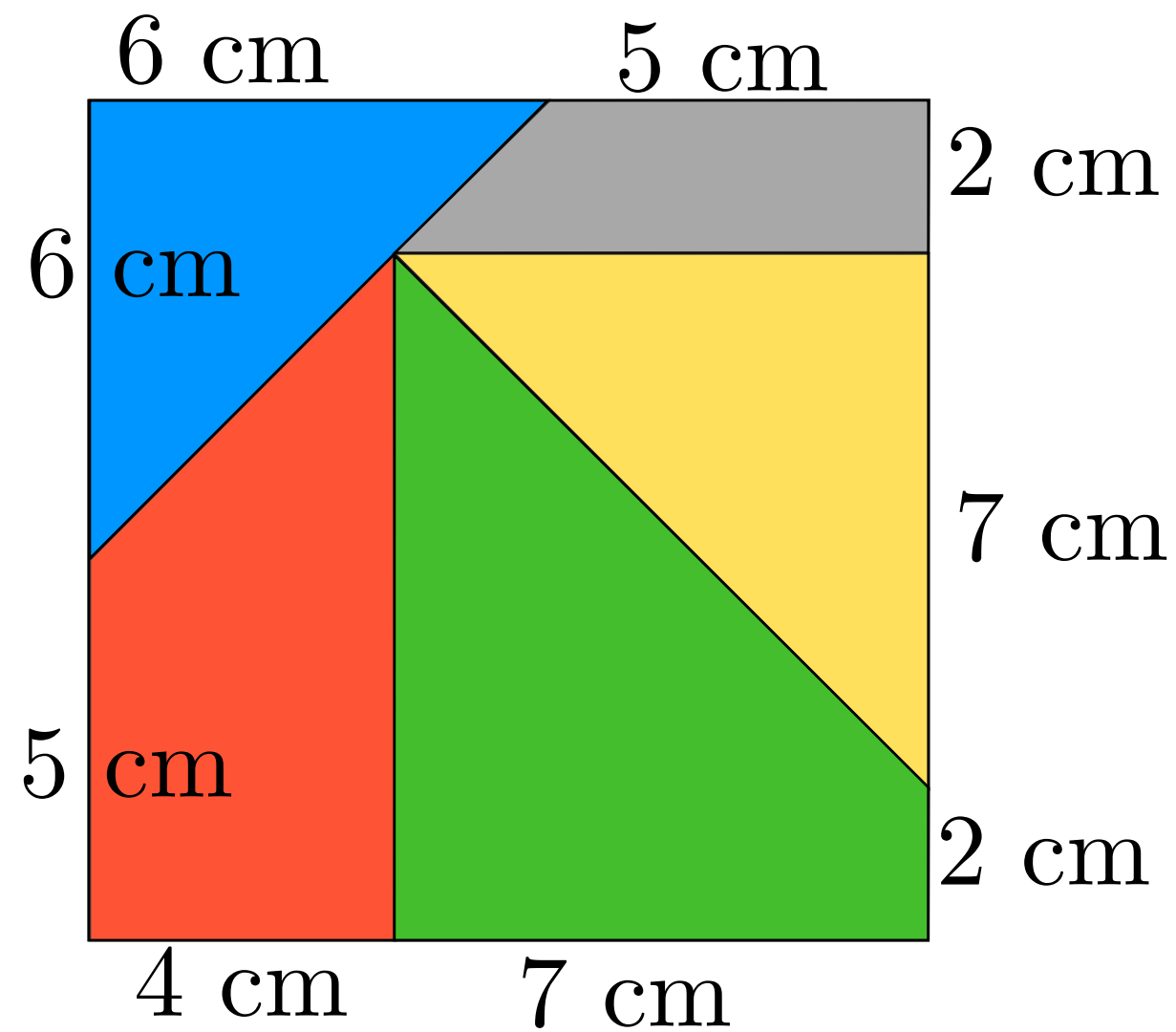
Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

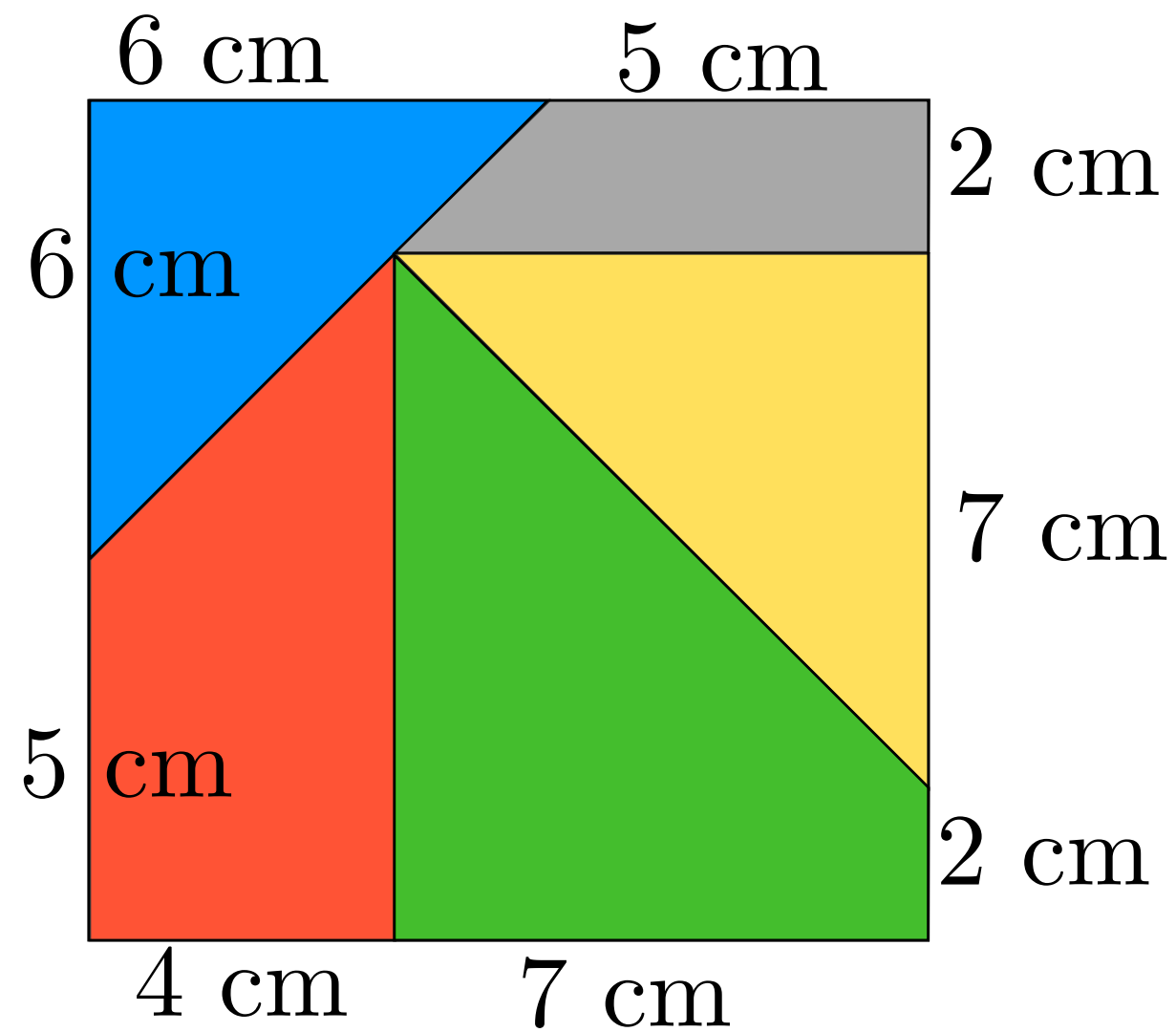
7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$

$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

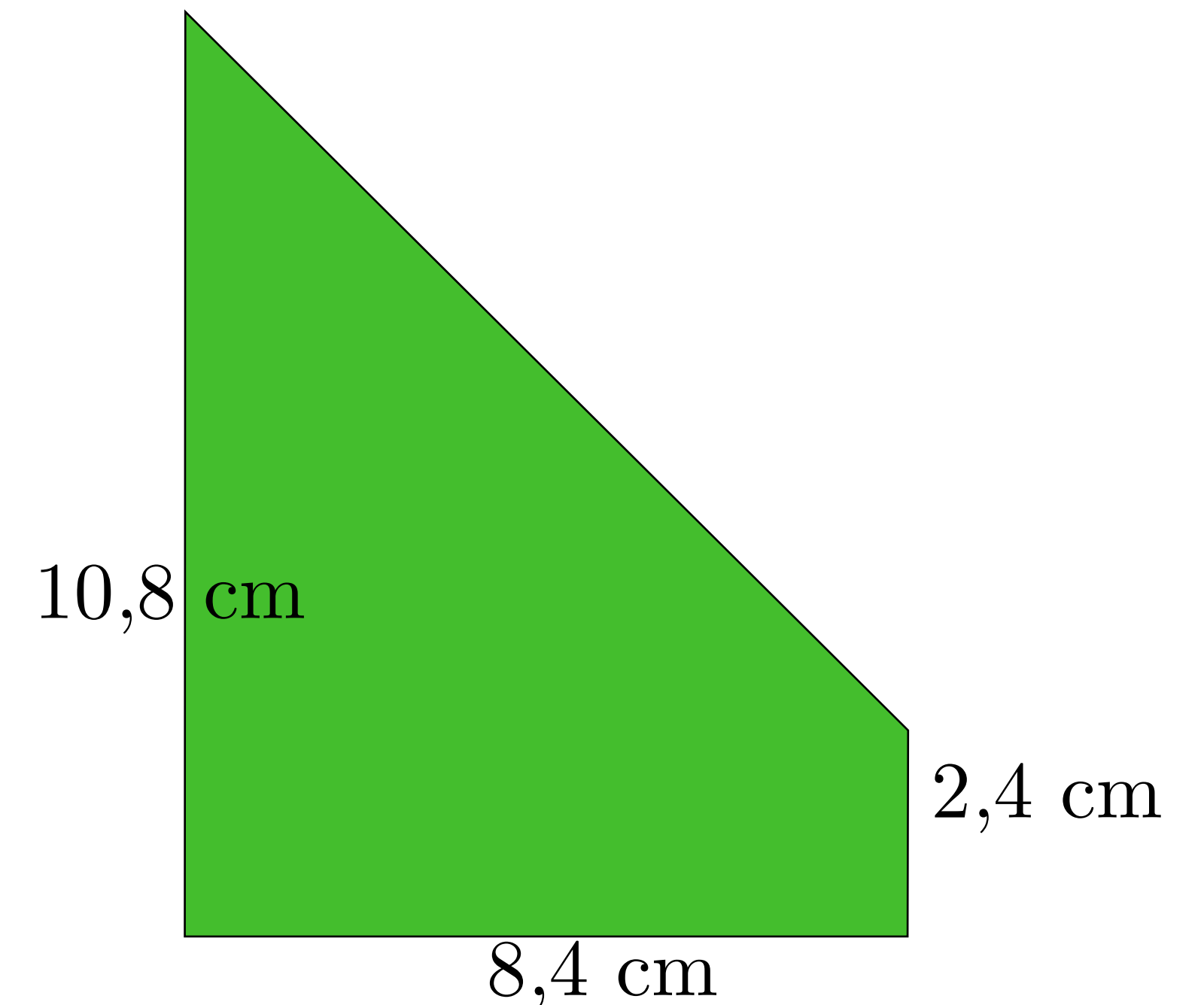
2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

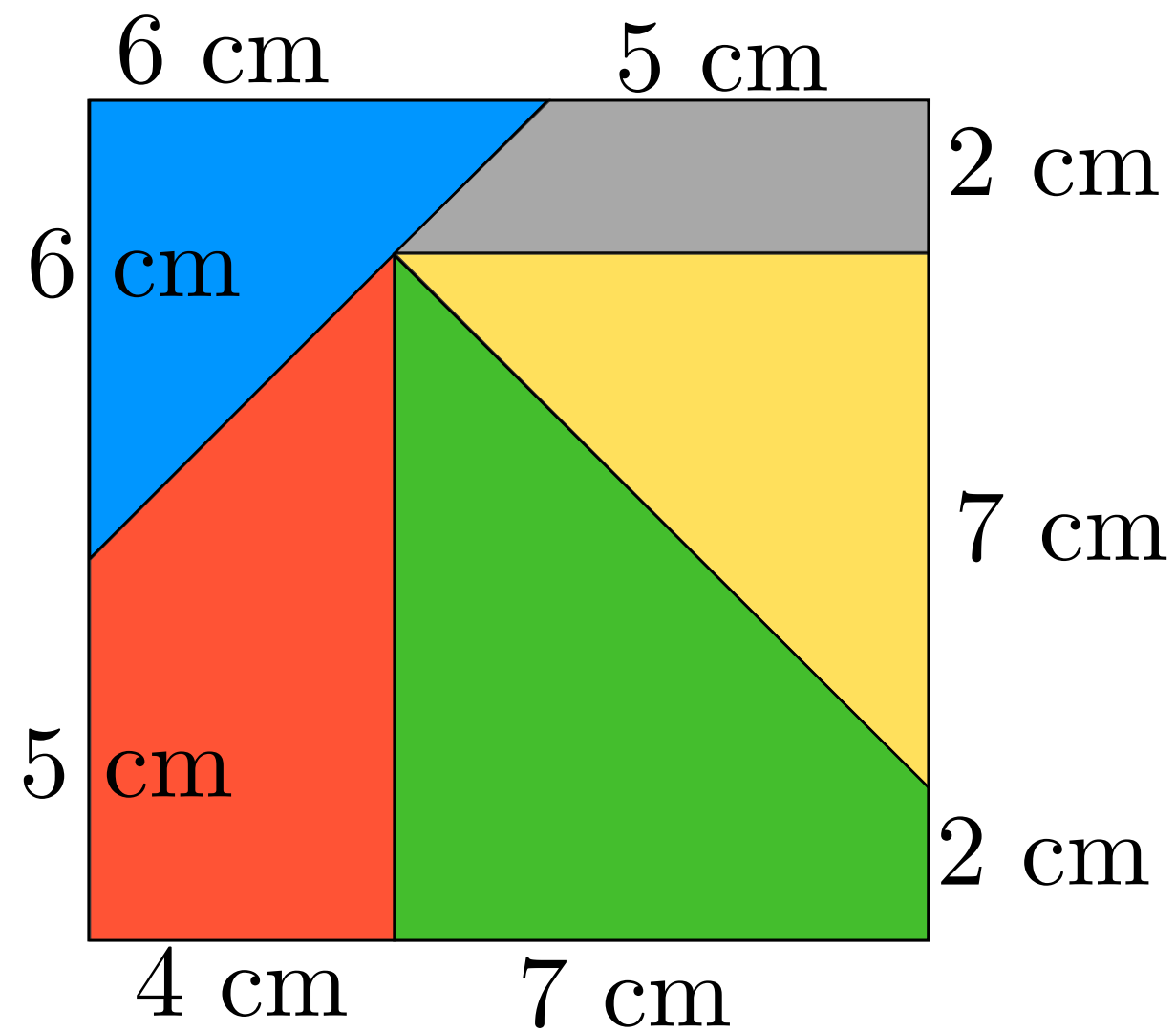
9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$



0,999... = 1

Différenciation

7 × ... = 1



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

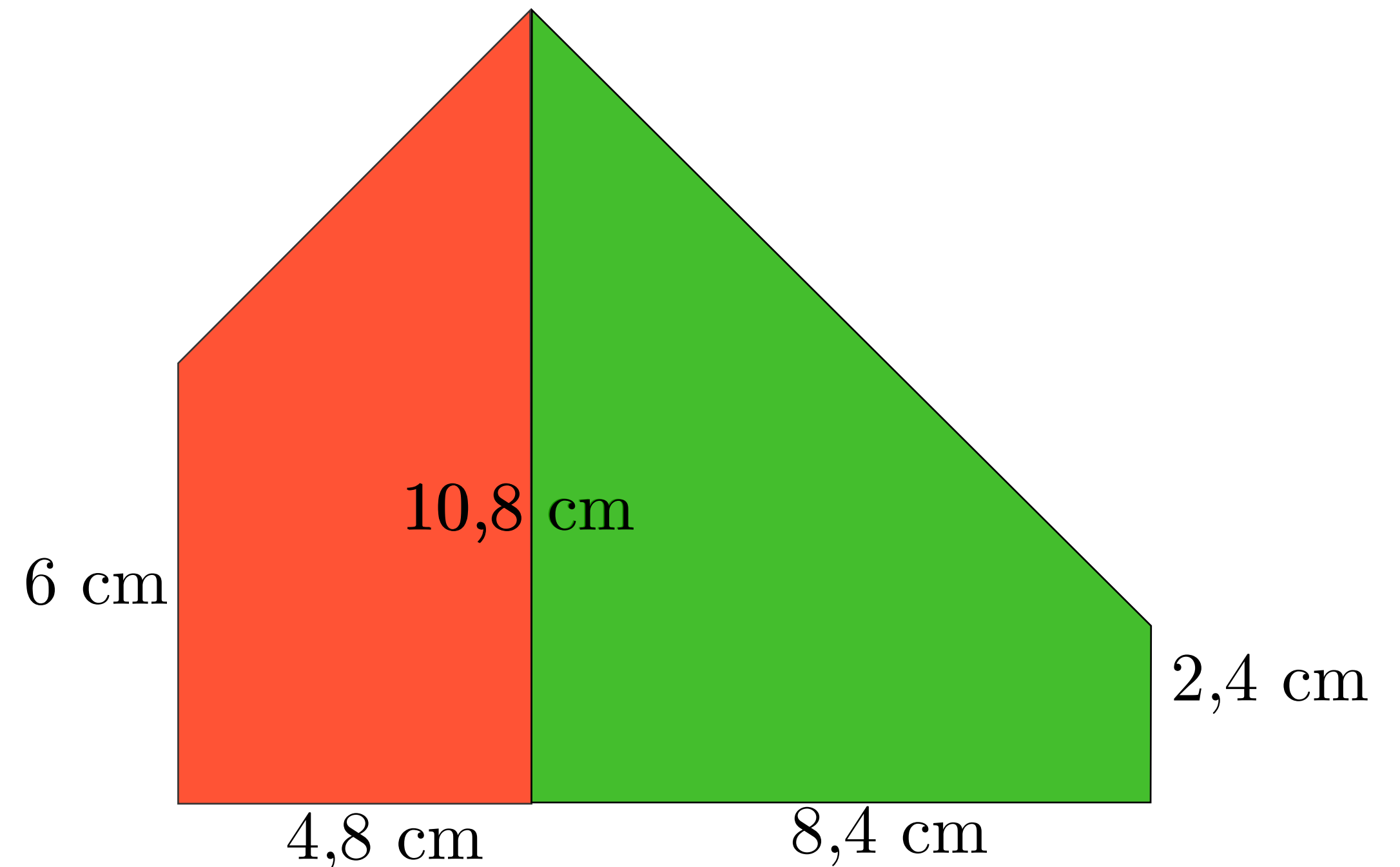
2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

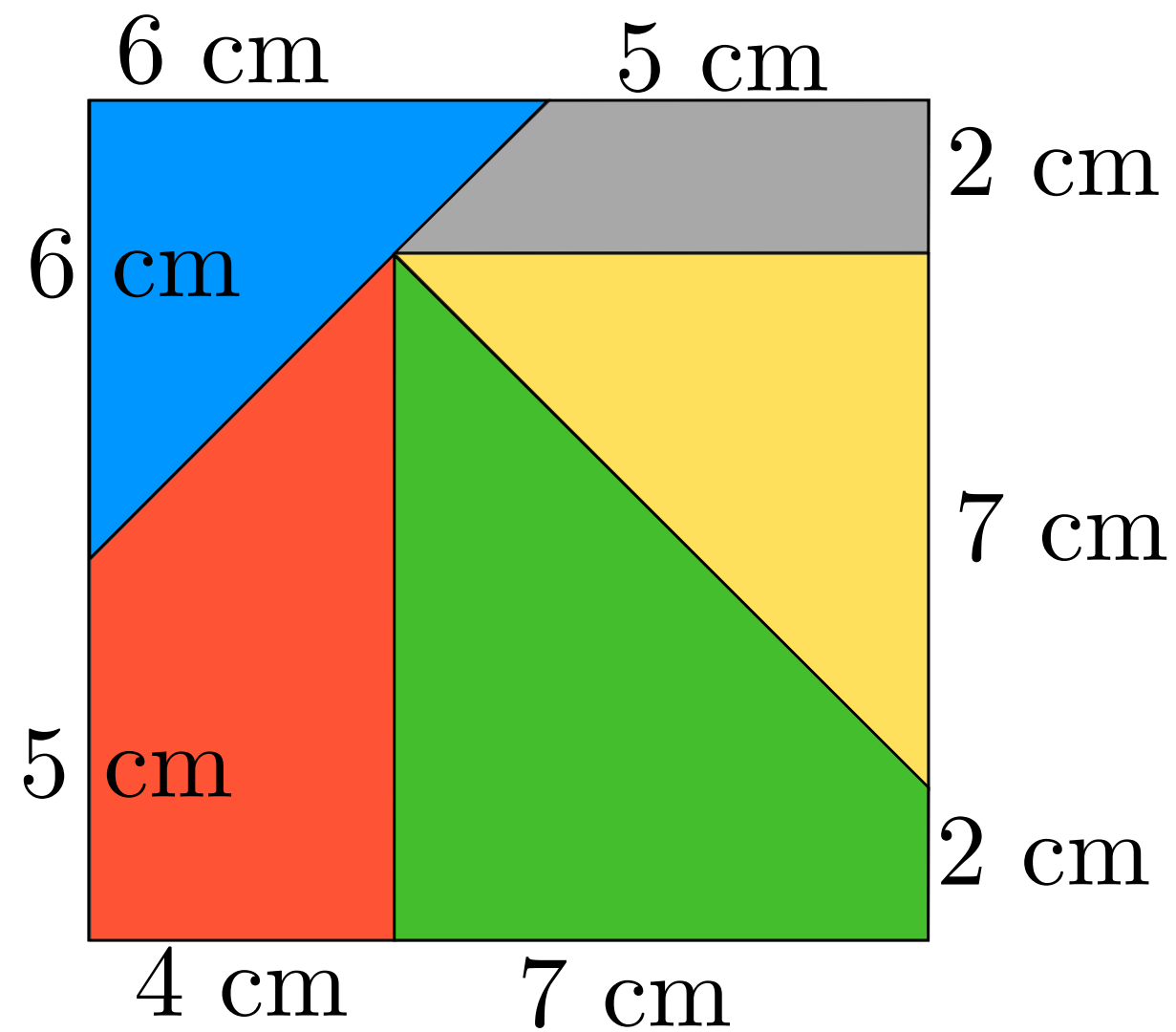
9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$



$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

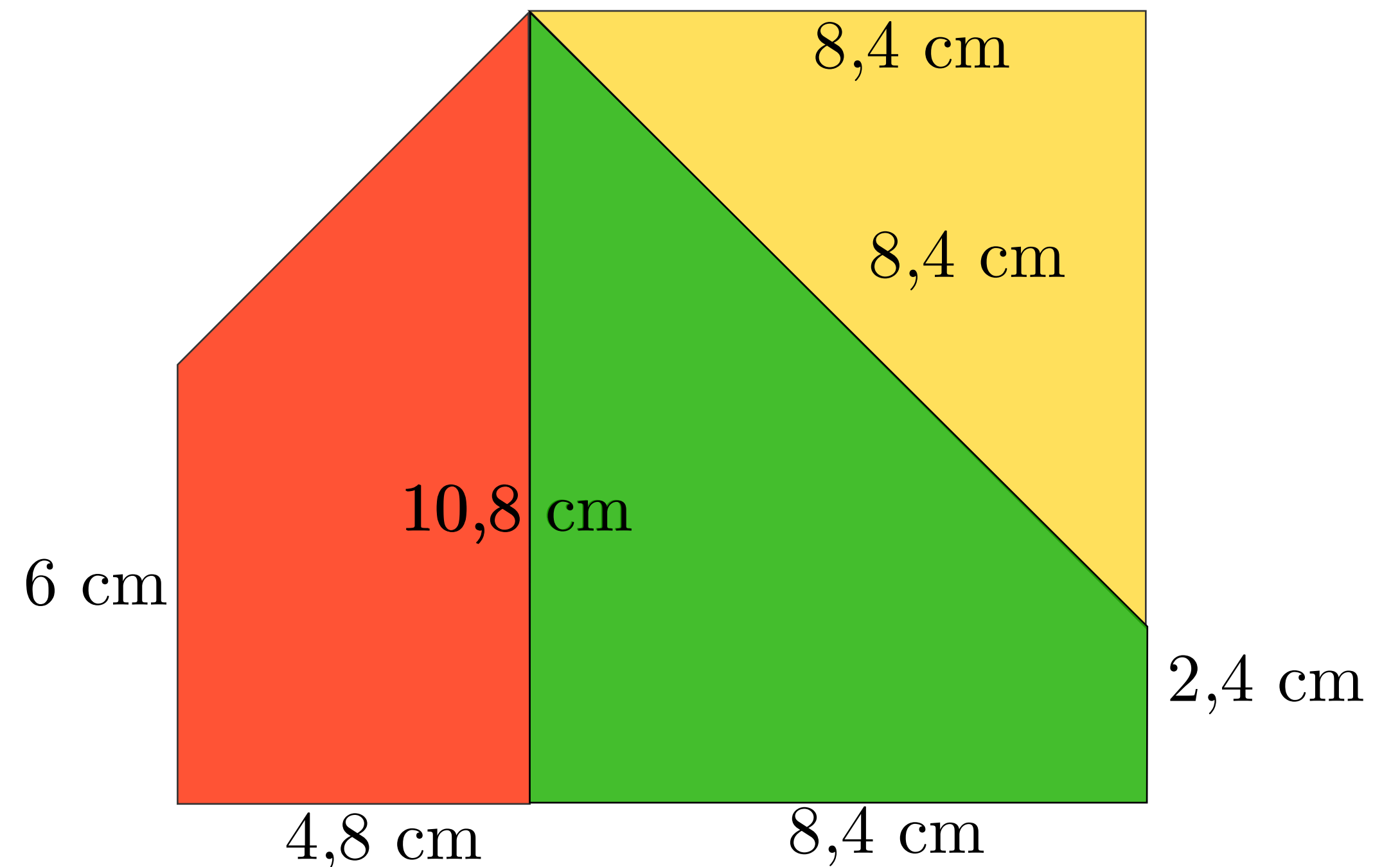
2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

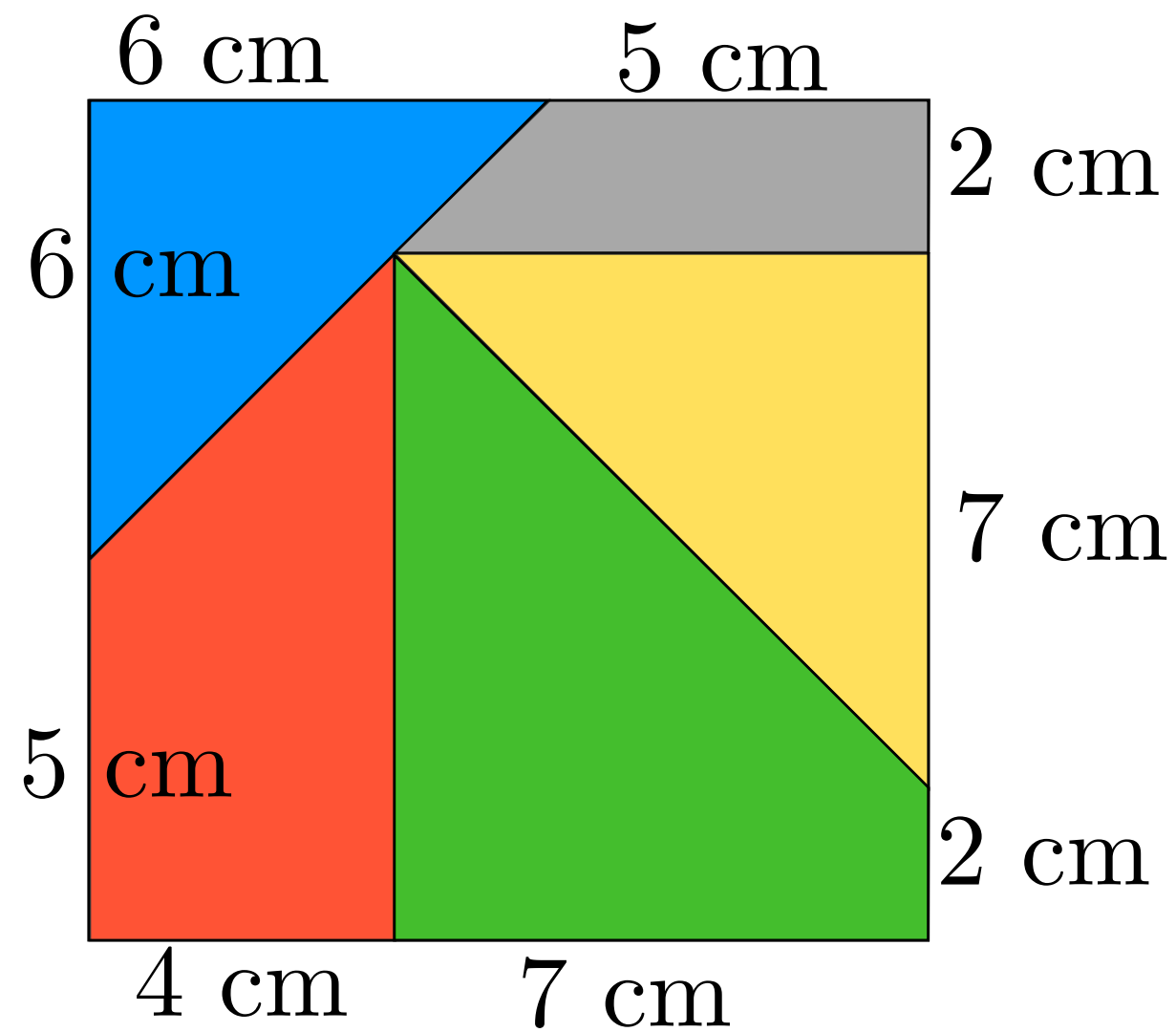
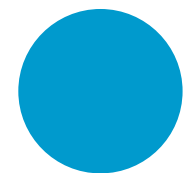
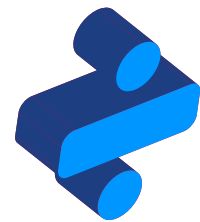
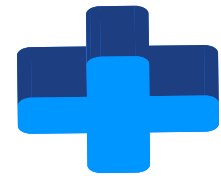
9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$



$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.



Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

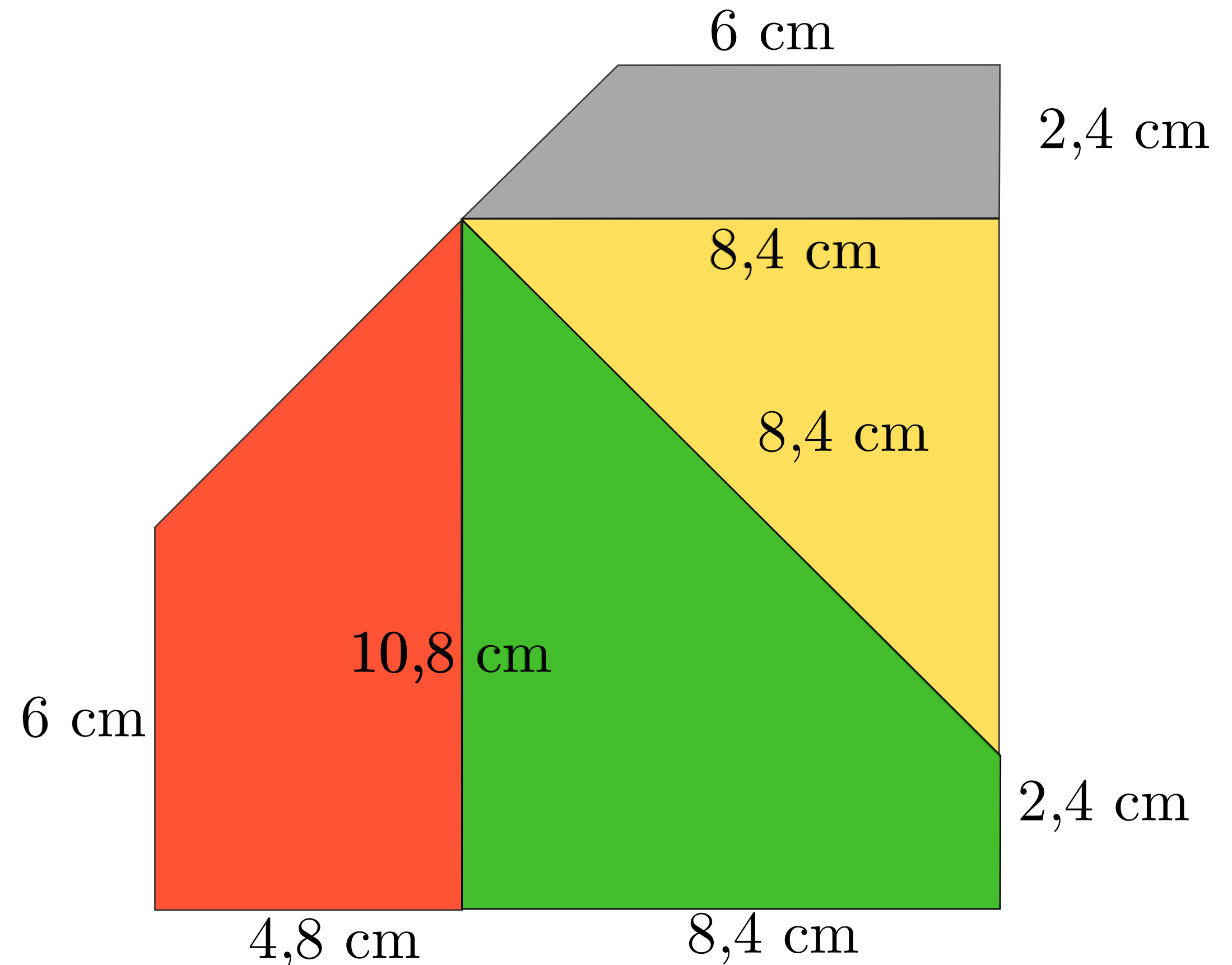
2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

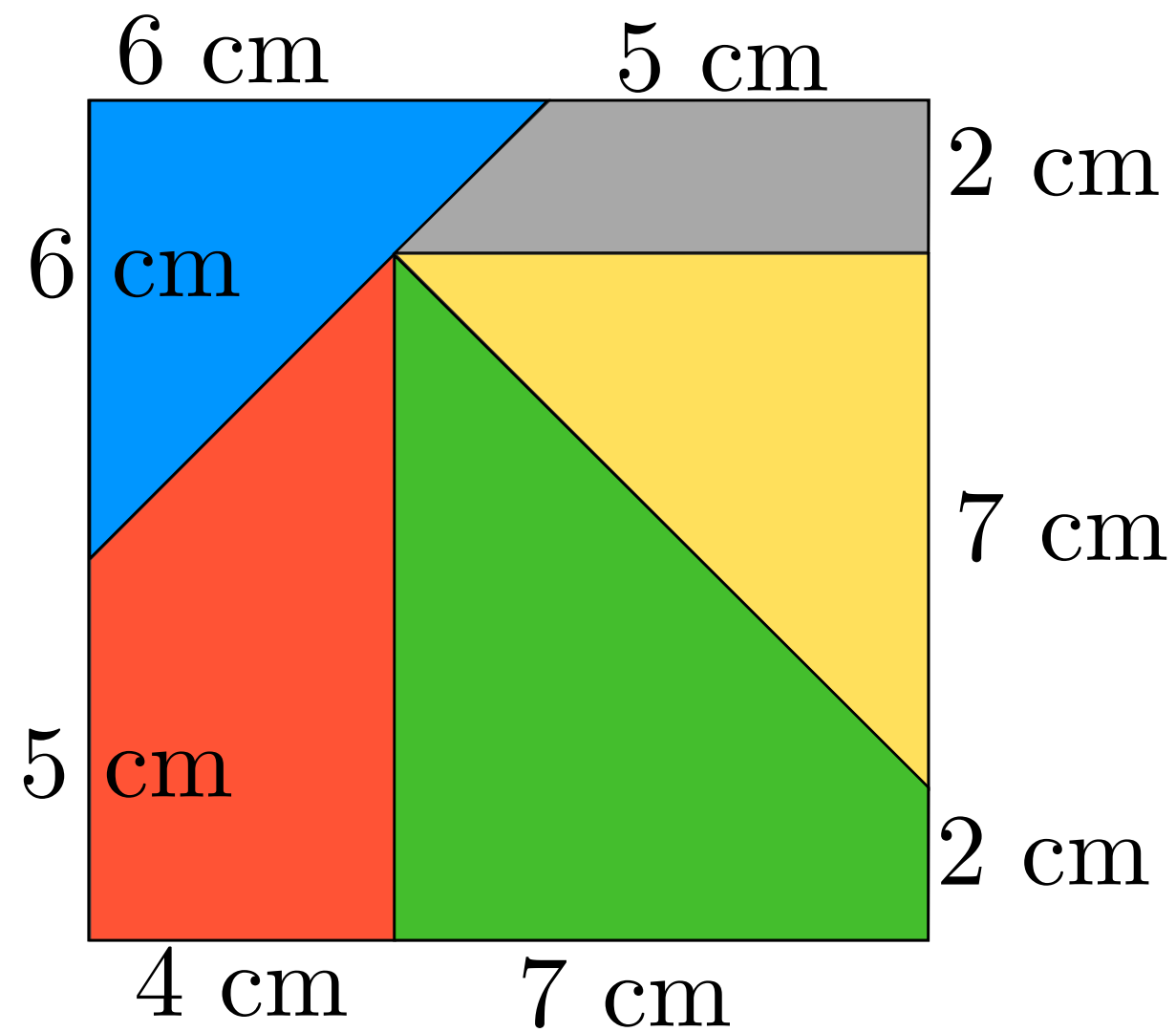
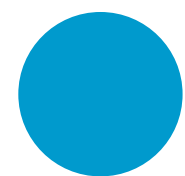
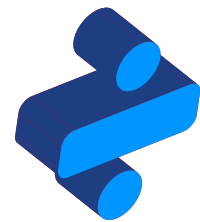
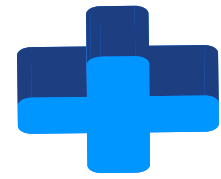
9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$



$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.



Calcul des nouvelles longueurs :

Si 5 cm devient 6 cm

alors 1 cm devient 1,2 cm (retour à l'unité)

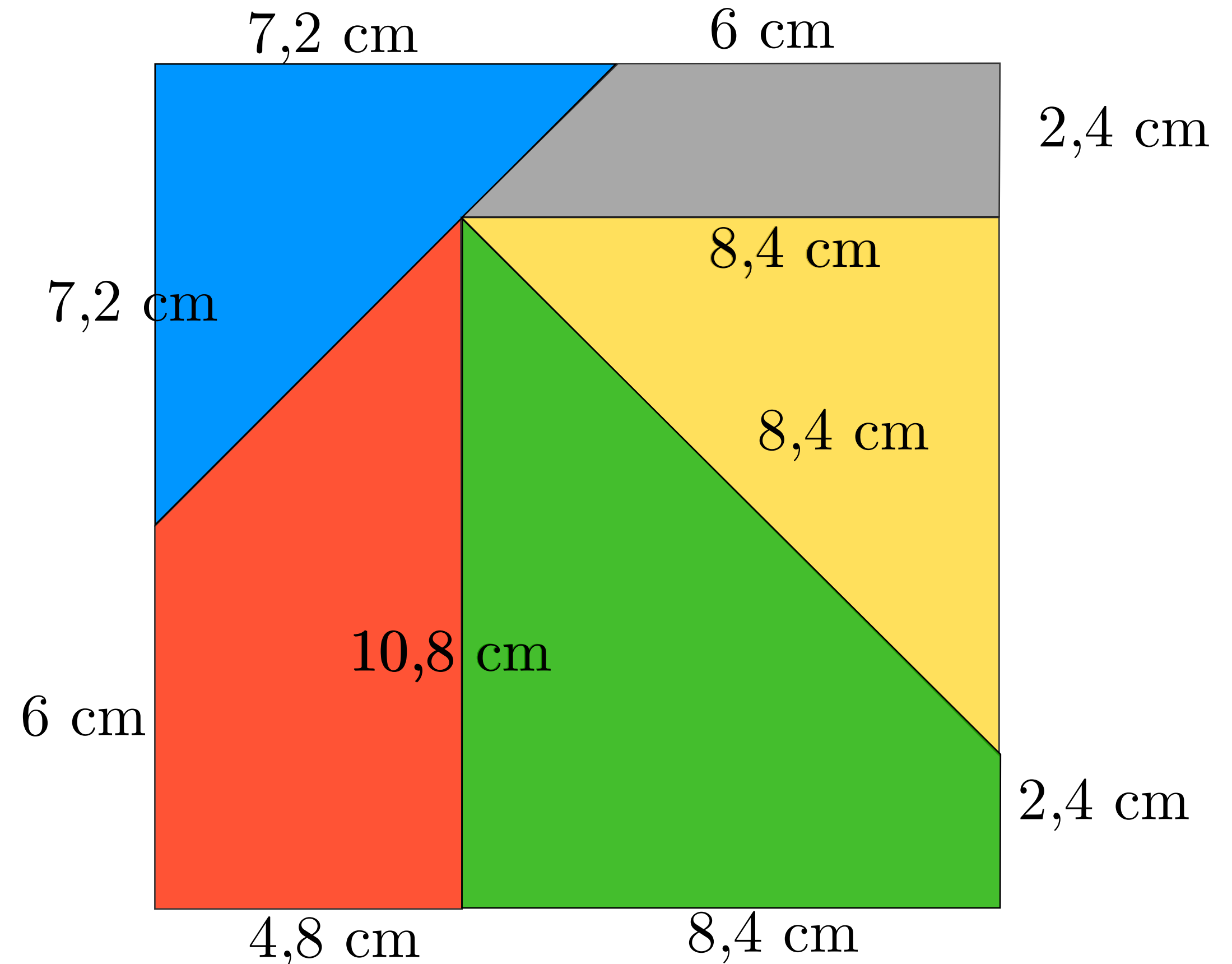
2 cm devient $2 \times 1,2 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \times 1,2 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \times 1,2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \times 1,2 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$

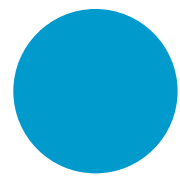
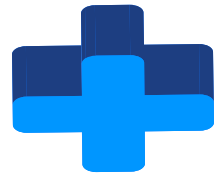
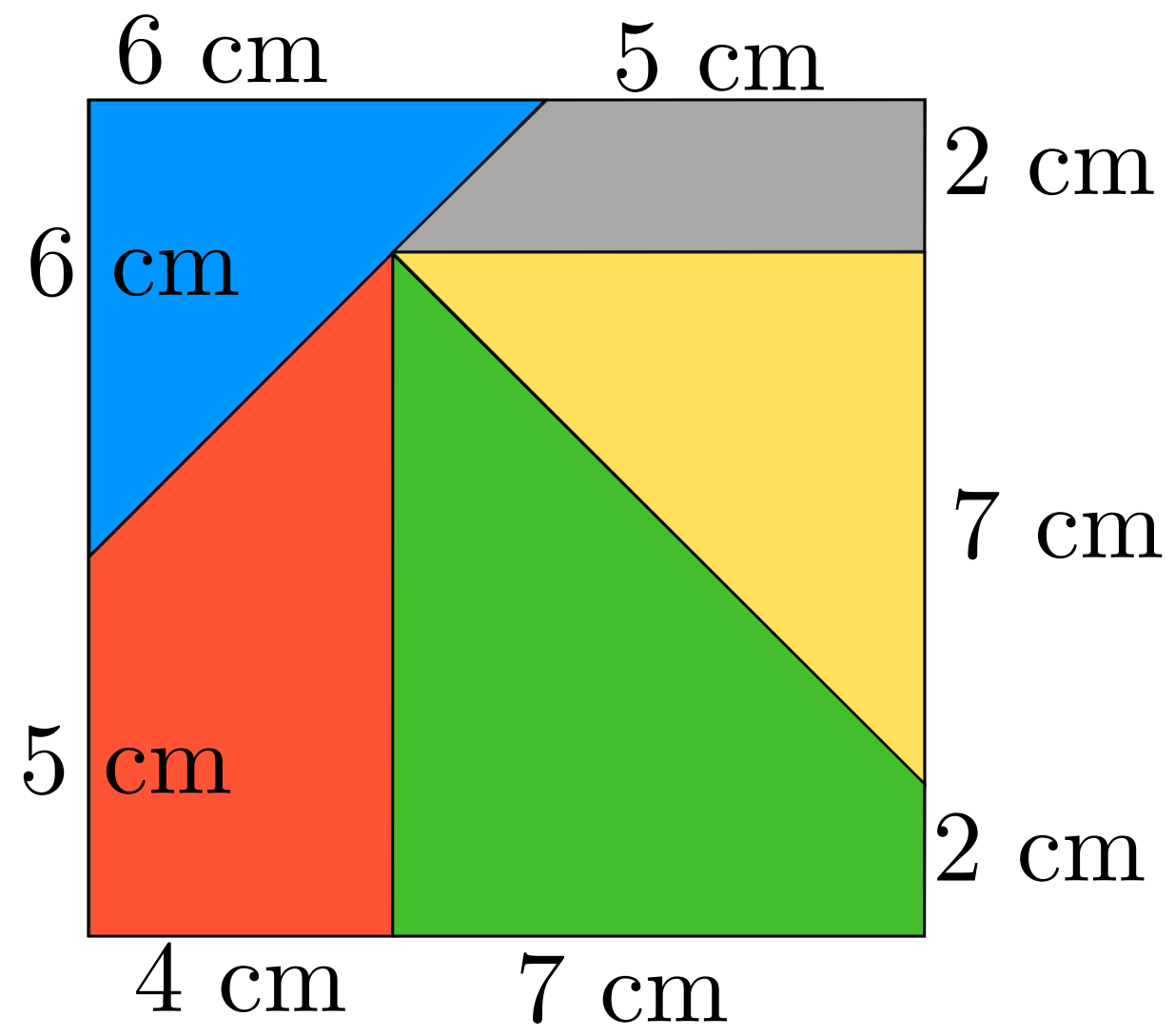
9 cm devient $9 \times 1,2 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}$



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

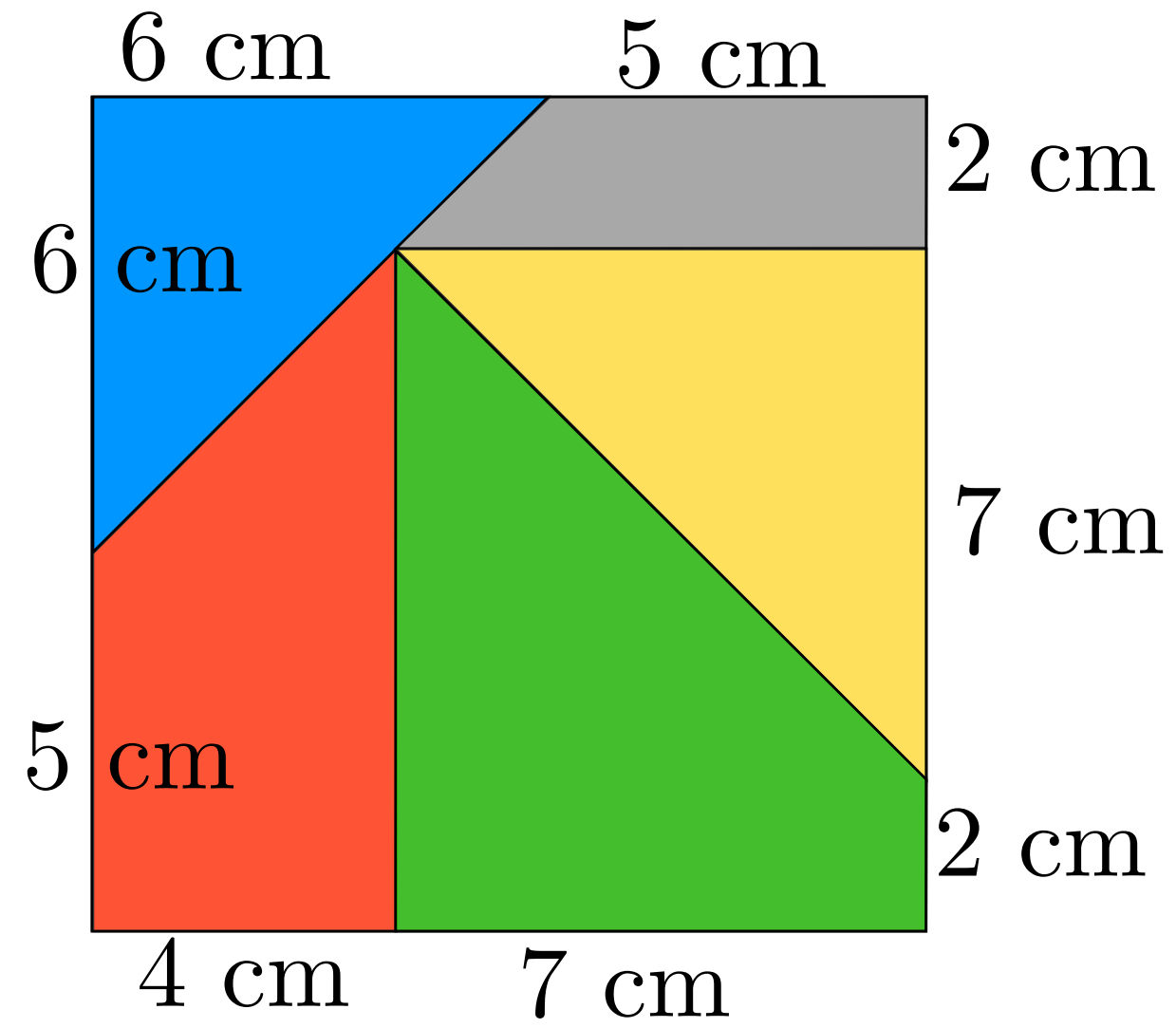
$$7 \times \dots = 1$$



$$0,999\dots = 1$$

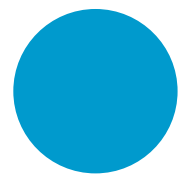
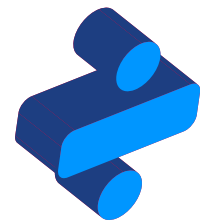
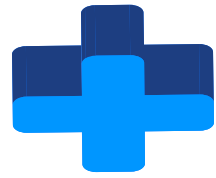
Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

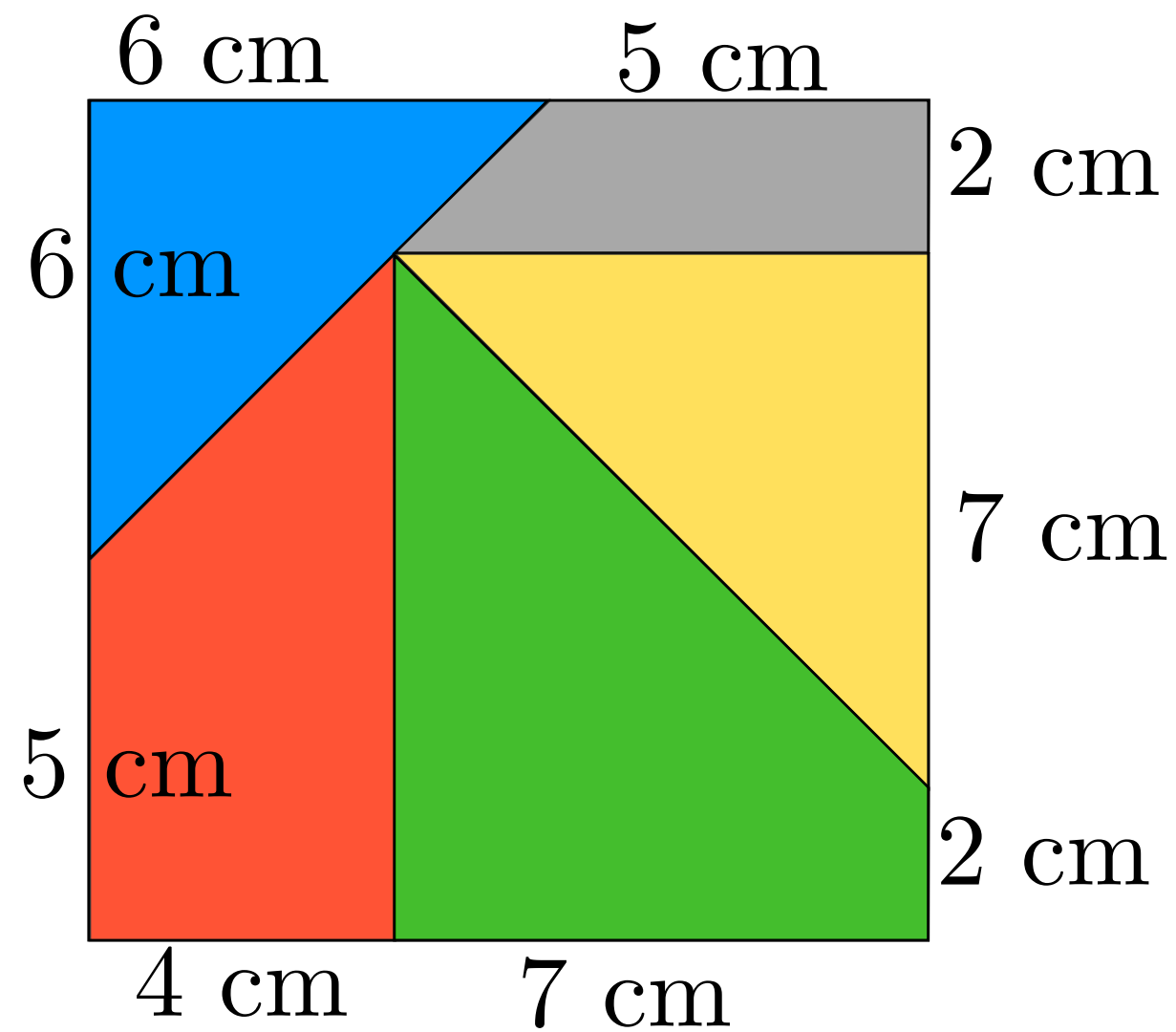
Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

$$\text{coefficient de proportionnalité} = 6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$$

$$2 \text{ cm devient } 2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm devient } 4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm devient } 6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$$

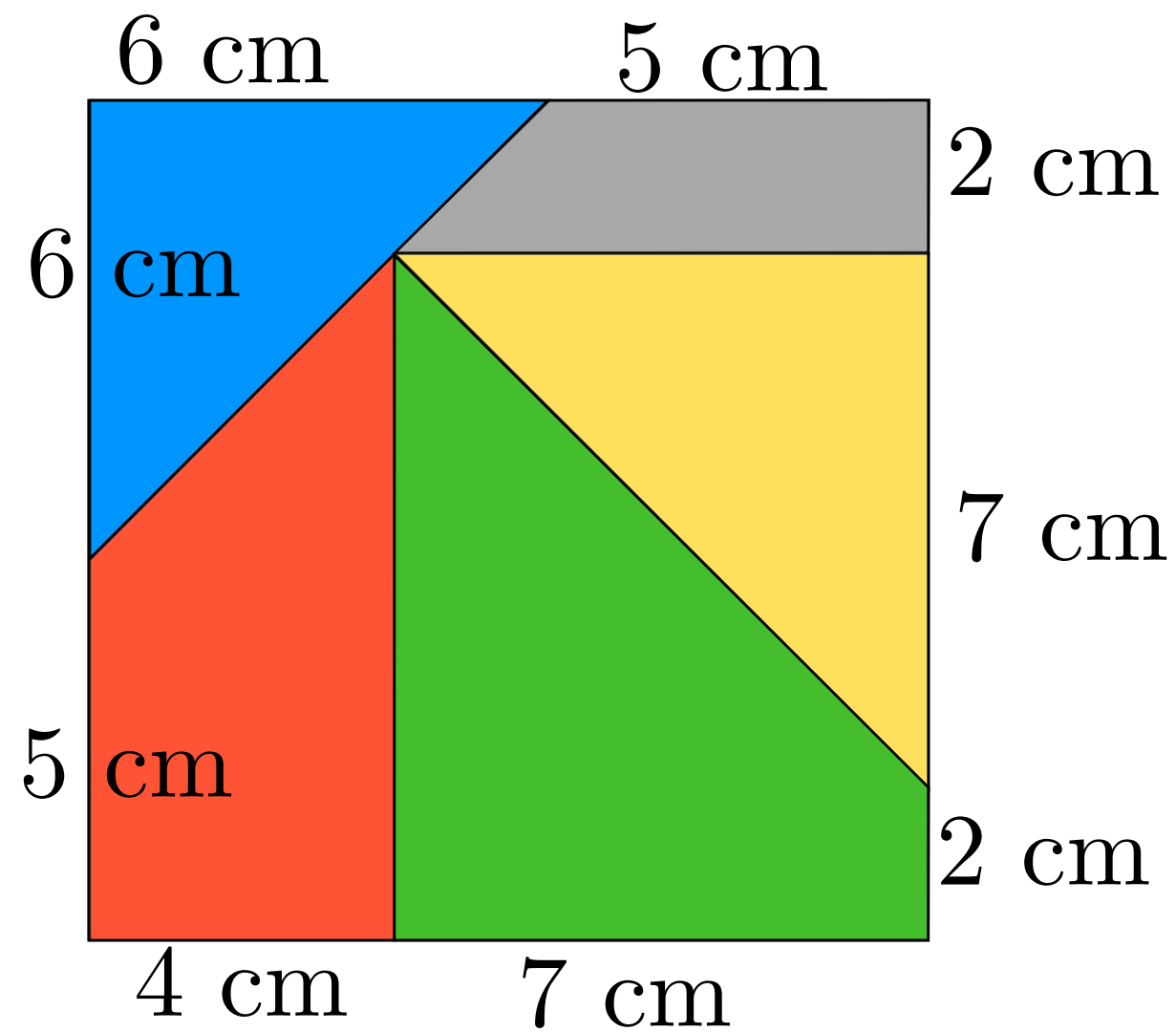
$$7 \text{ cm devient } 7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$$

$$9 \text{ cm devient } 9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$$

0,999... = 1

Différenciation

7 × ... = 1



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

coefficient de proportionnalité = $6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$

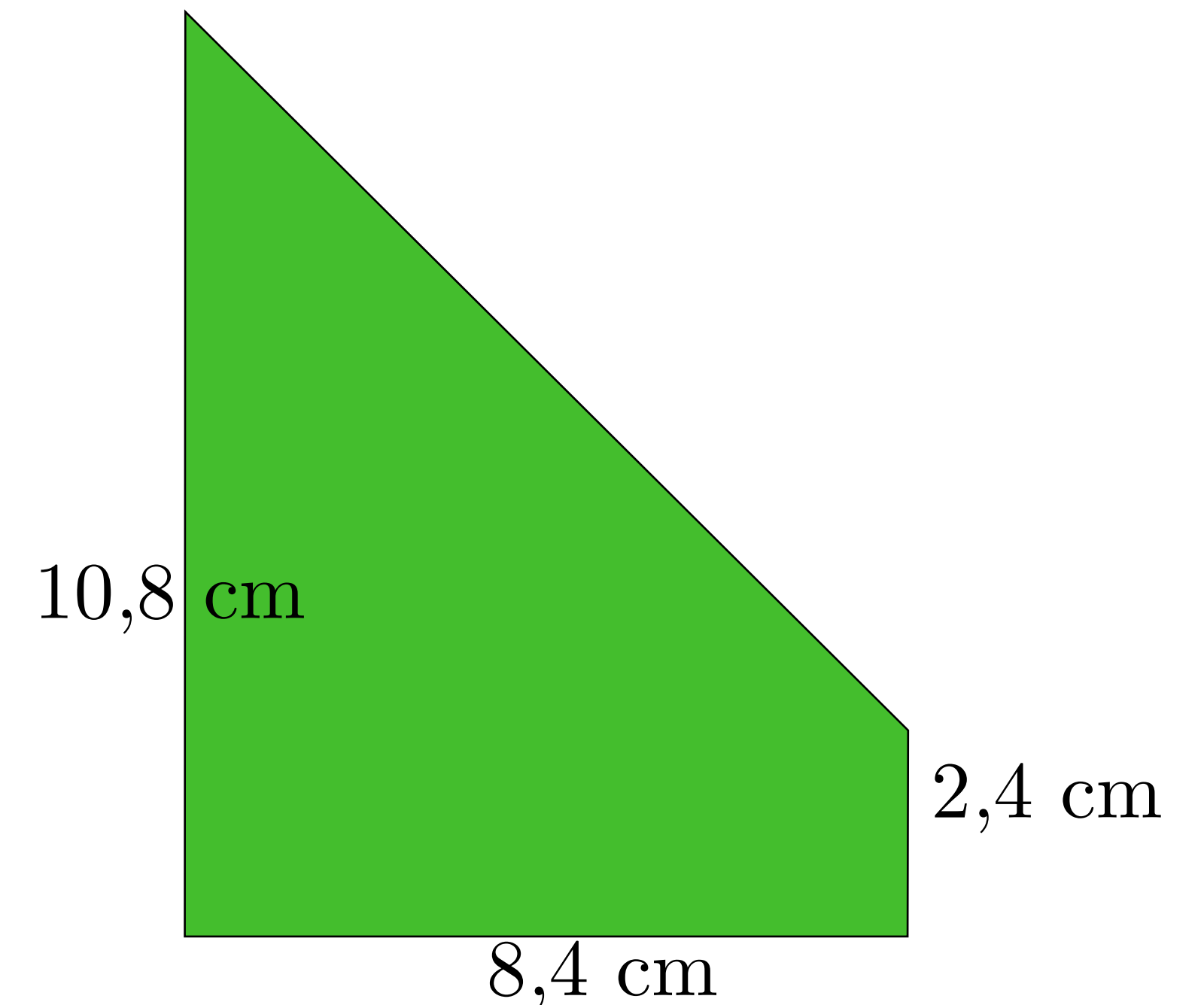
2 cm devient $2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$

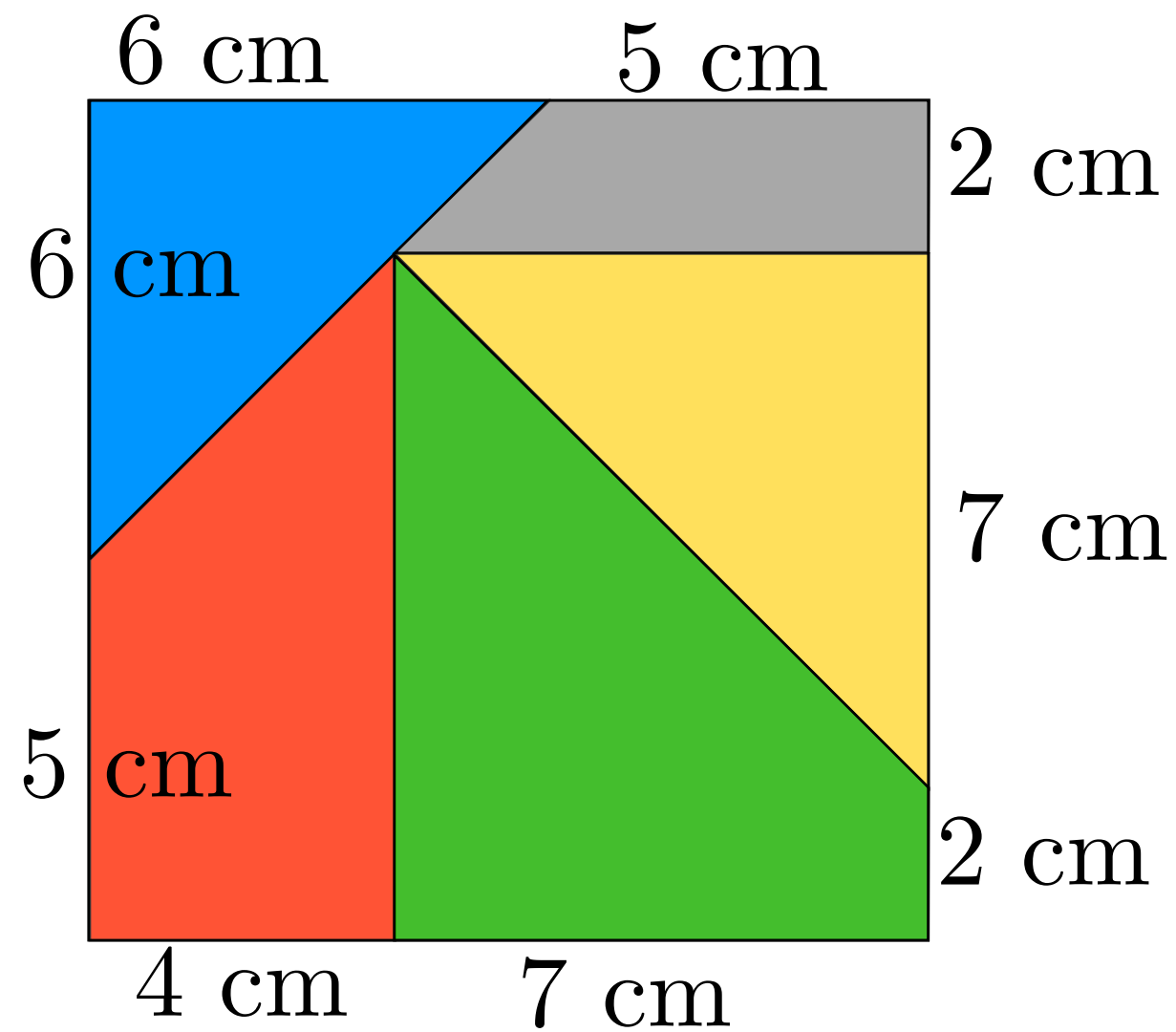
9 cm devient $9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$



$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

coefficient de proportionnalité = $6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$

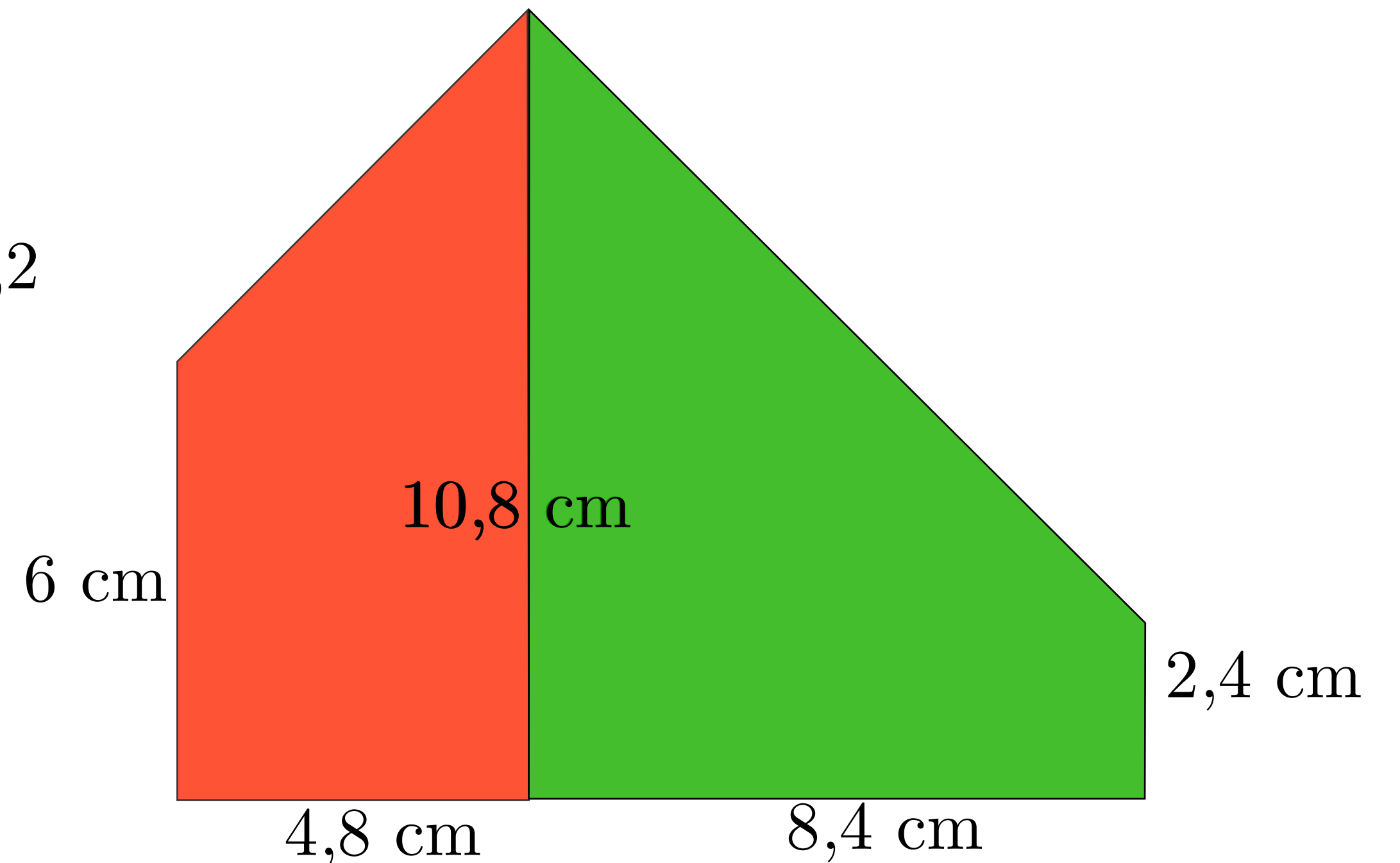
2 cm devient $2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$

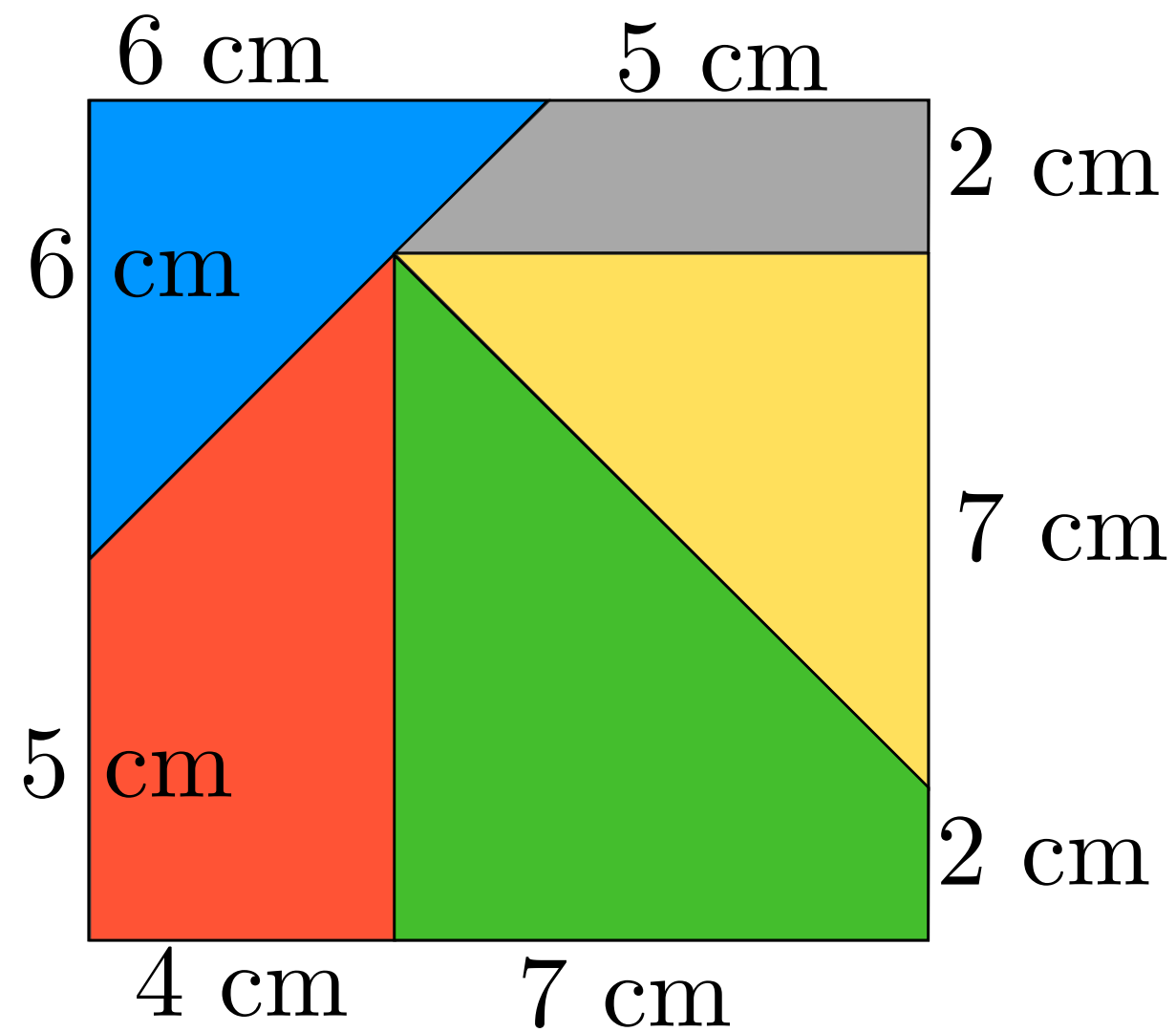
9 cm devient $9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$



$0,999... = 1$

Différenciation

$7 \times ... = 1$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

coefficient de proportionnalité = $6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$

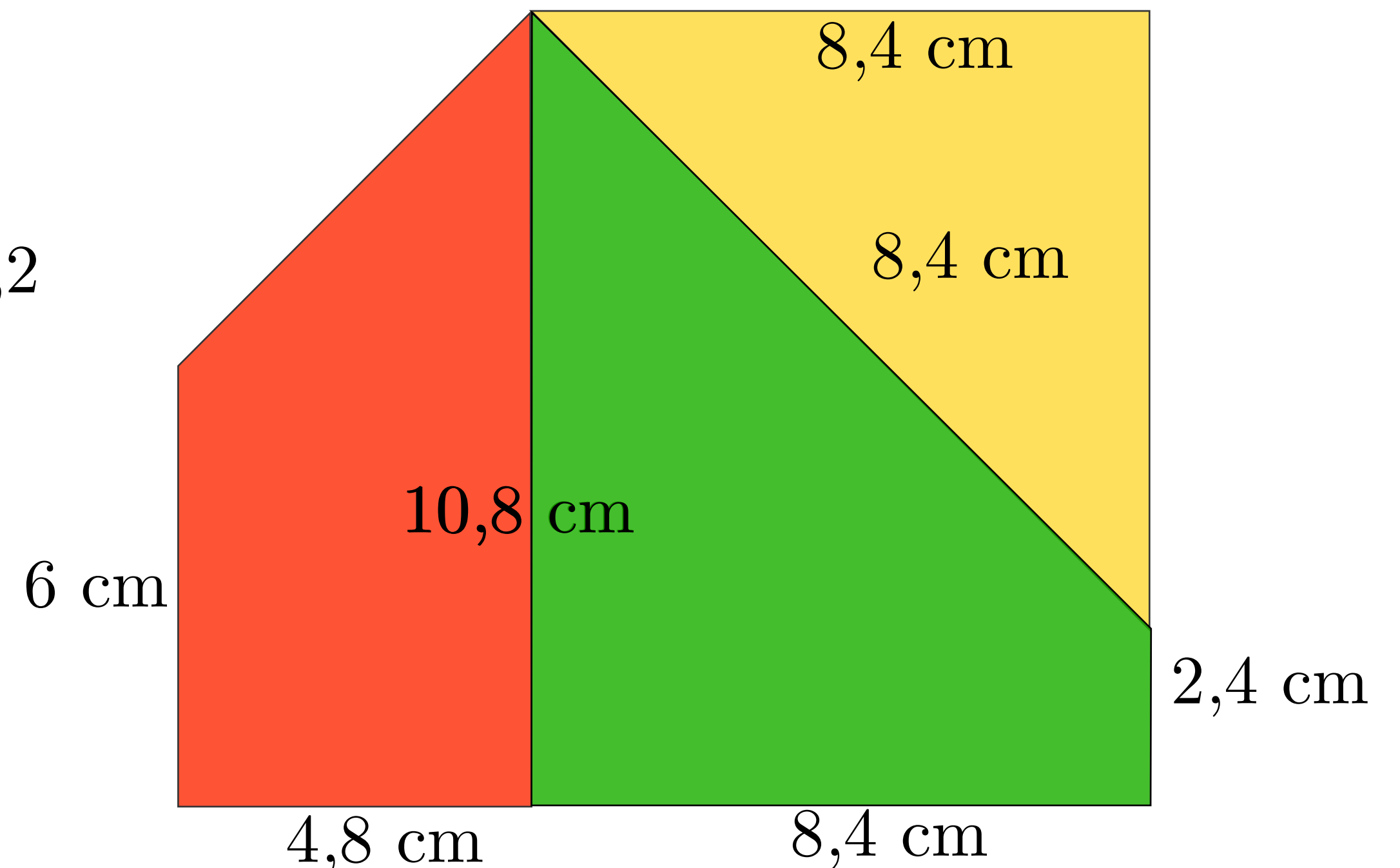
2 cm devient $2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$

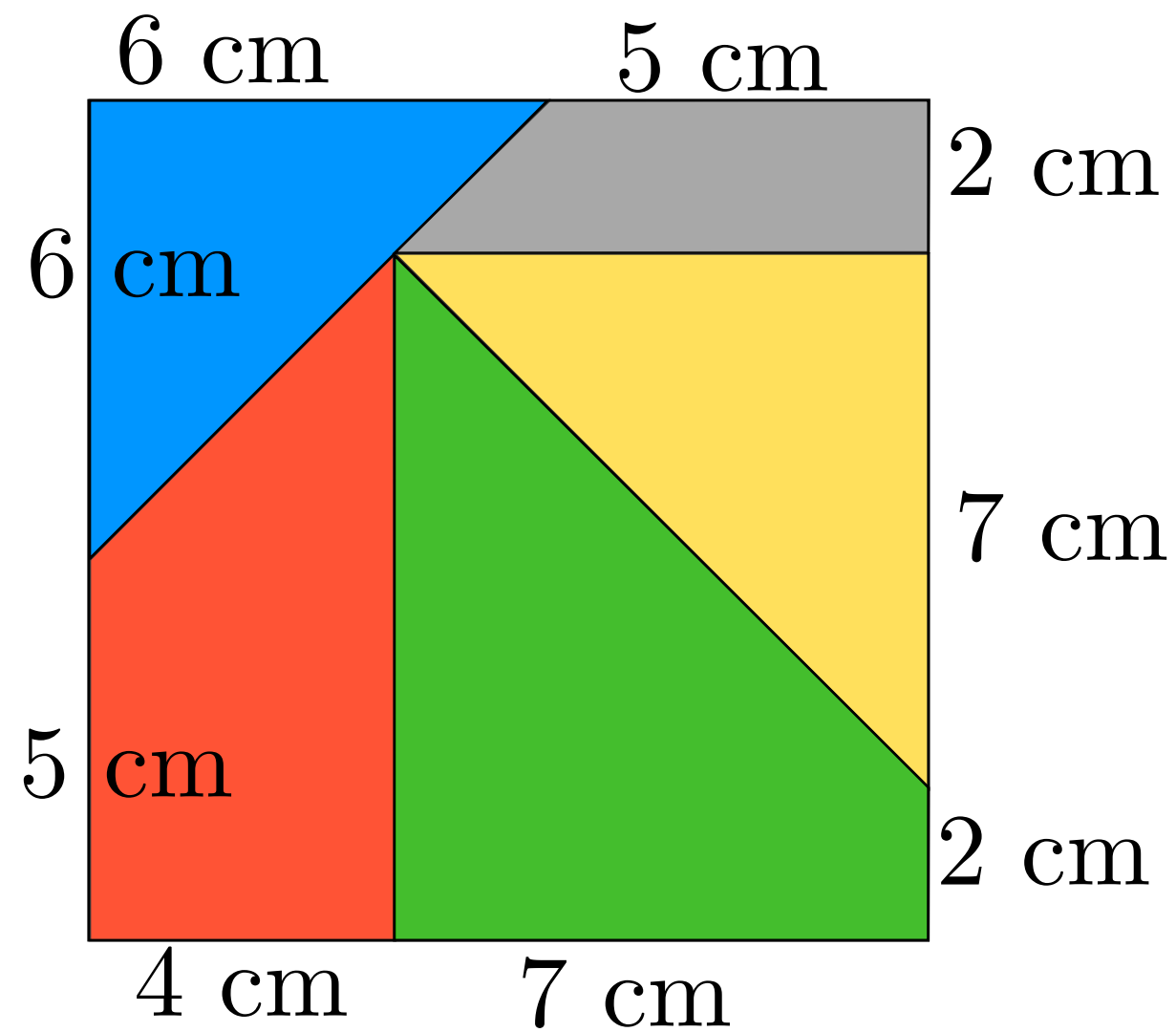
9 cm devient $9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$



0,999... = 1

Différenciation

7 × ... = 1



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

coefficient de proportionnalité = $6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$

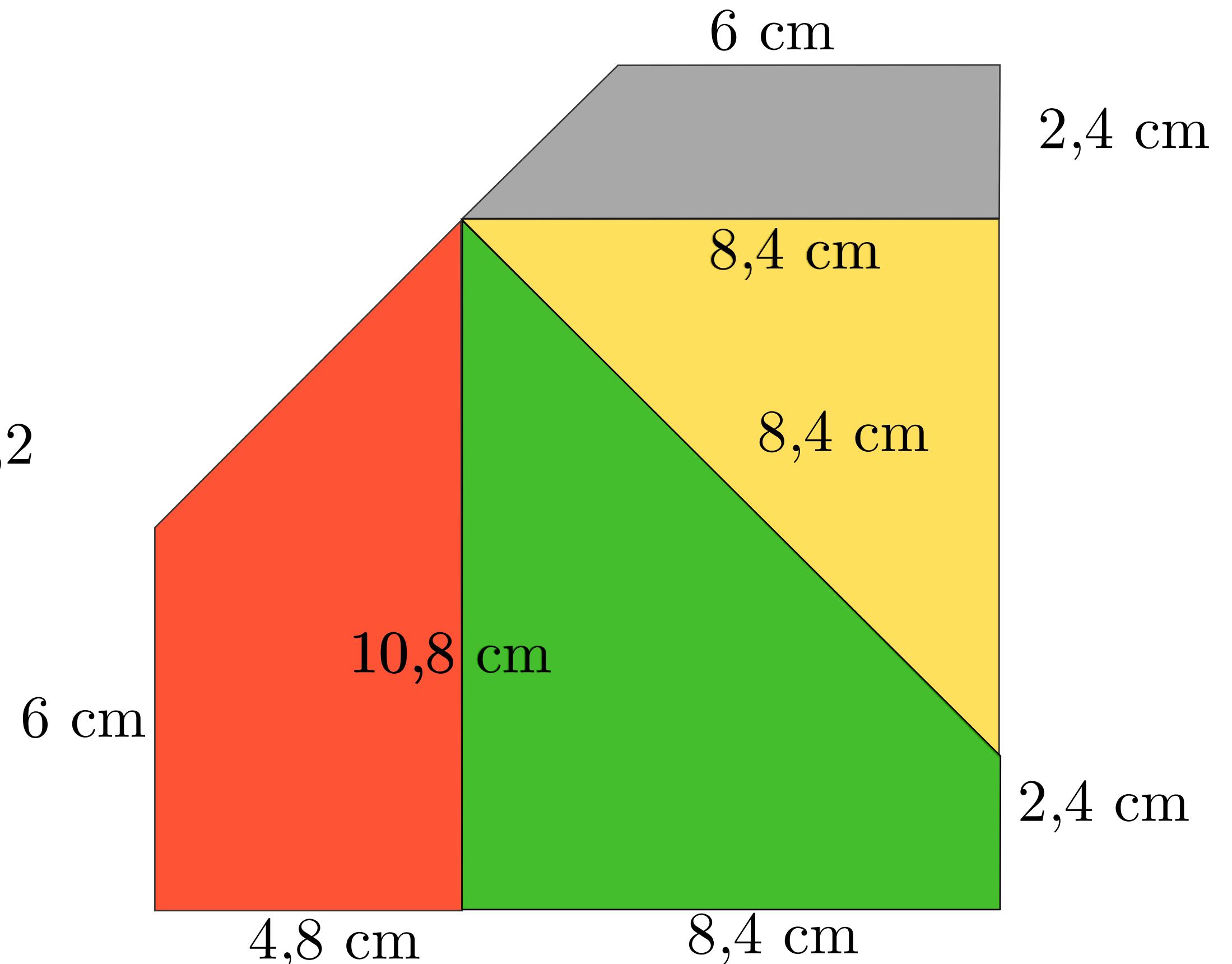
2 cm devient $2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$

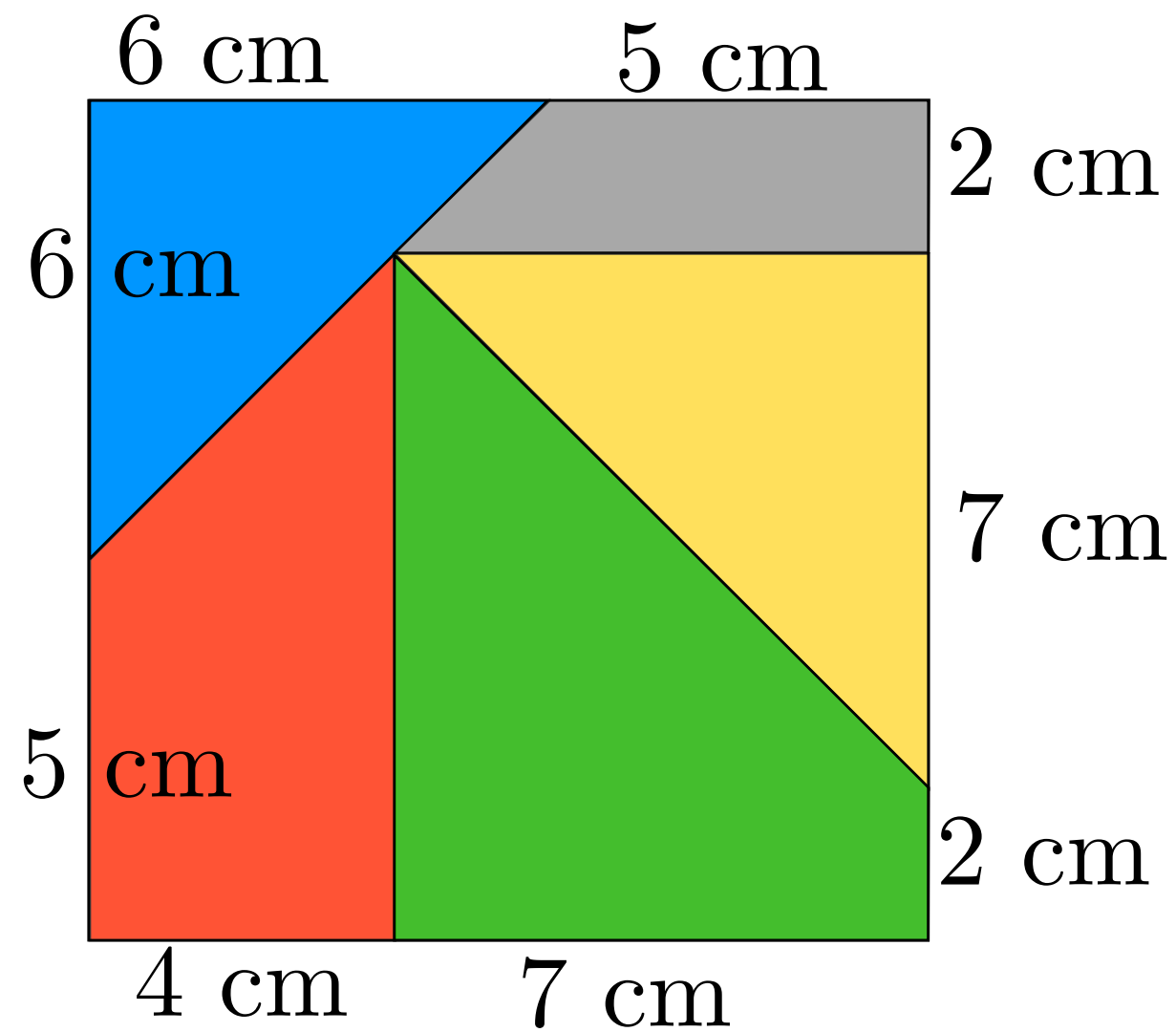
9 cm devient $9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$



$$0,999... = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$



Conception potentielle :

Les longueurs initiales sont proportionnelles aux longueurs agrandies.

Calcul des nouvelles longueurs :

coefficient de proportionnalité = $6 \text{ cm} : 5 \text{ cm} = 1,2$

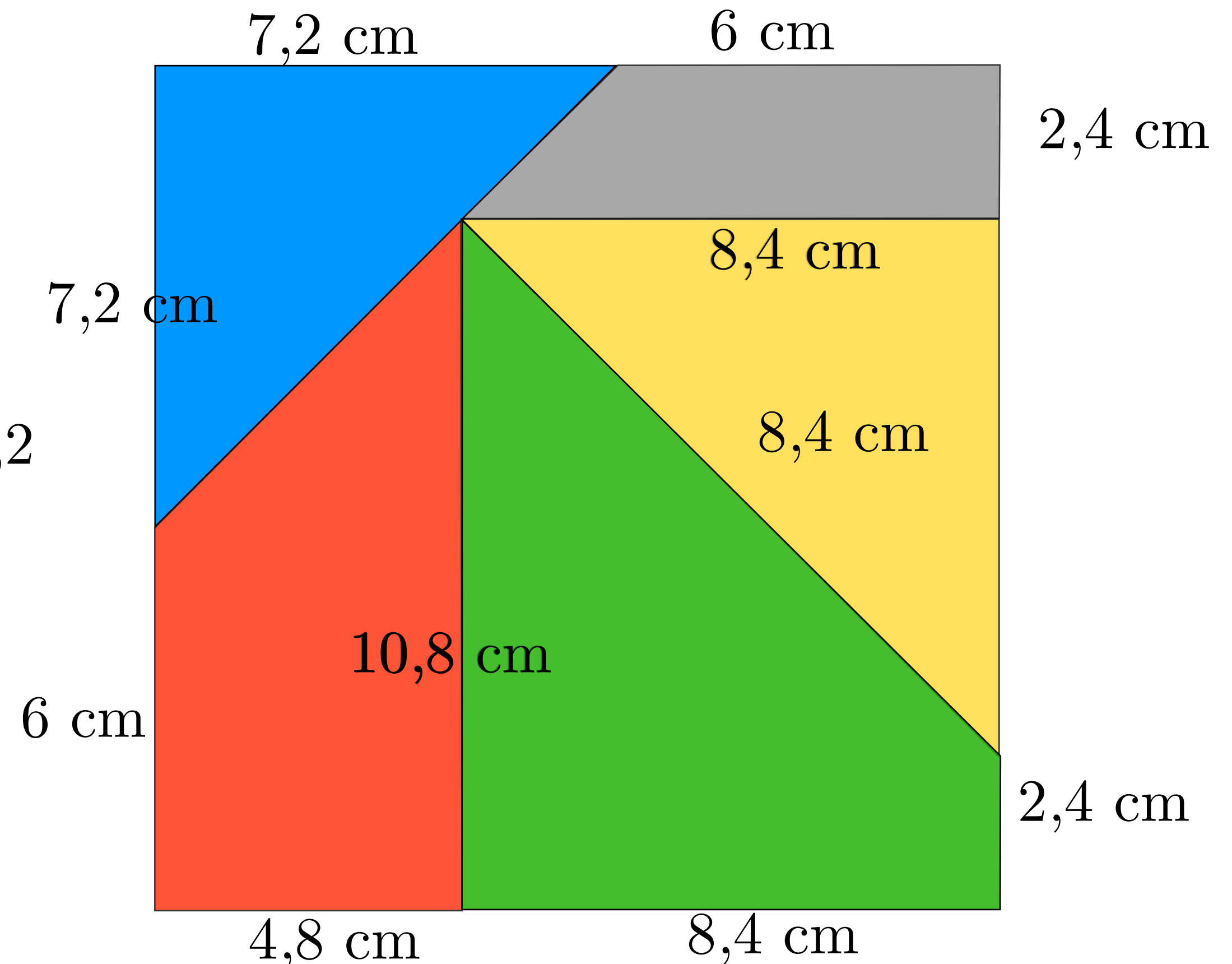
2 cm devient $2 \text{ cm} \times 1,2 = 2,4 \text{ cm}$

4 cm devient $4 \text{ cm} \times 1,2 = 4,8 \text{ cm}$

6 cm devient $6 \text{ cm} \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$

7 cm devient $7 \text{ cm} \times 1,2 = 8,4 \text{ cm}$

9 cm devient $9 \text{ cm} \times 1,2 = 10,8 \text{ cm}$



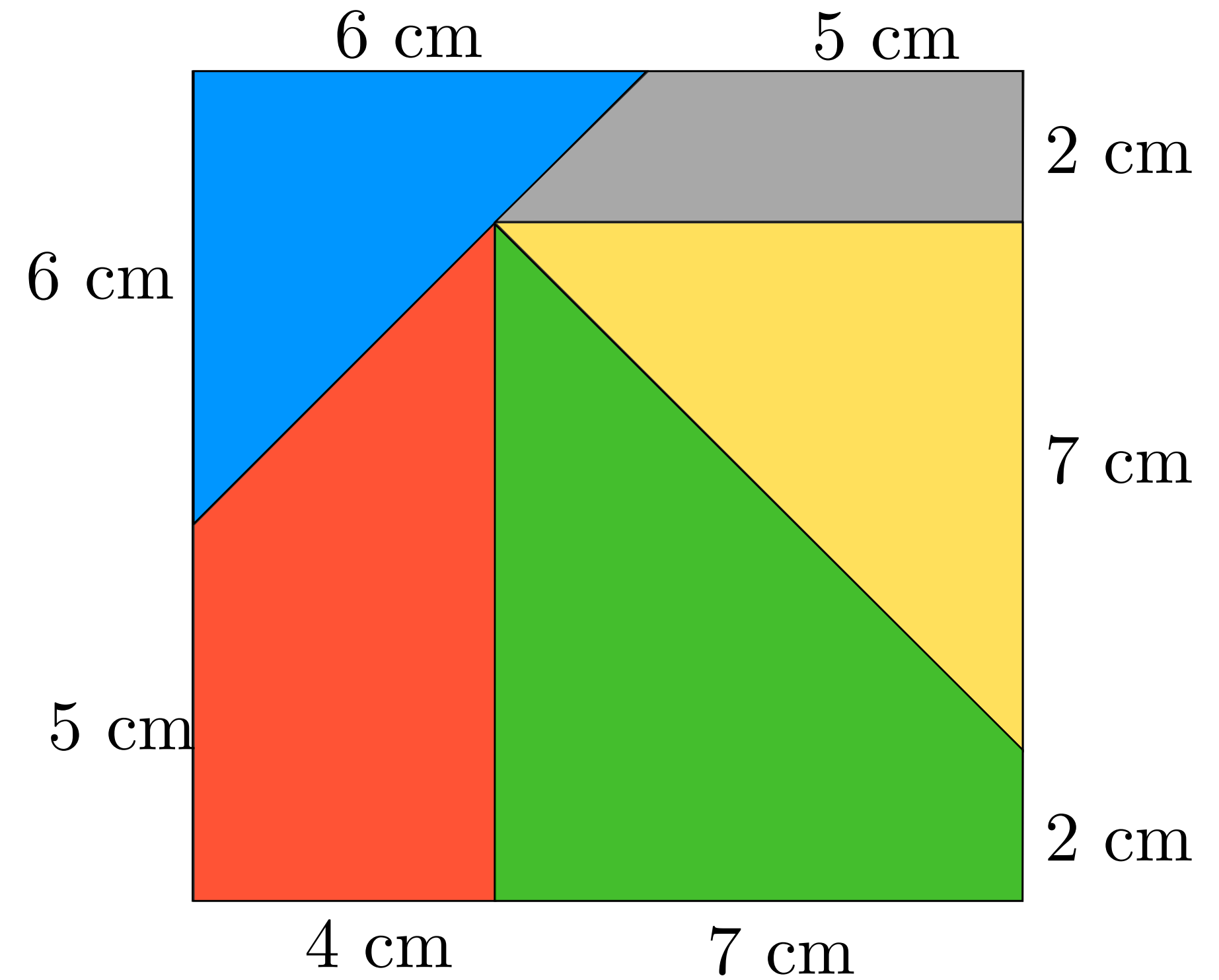
$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$

Consigne 7 :

- 2) Analyser la pertinence éventuelle de cette activité pour introduire ou réactiver la proportionnalité avec des élèves de 6ème ?



$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

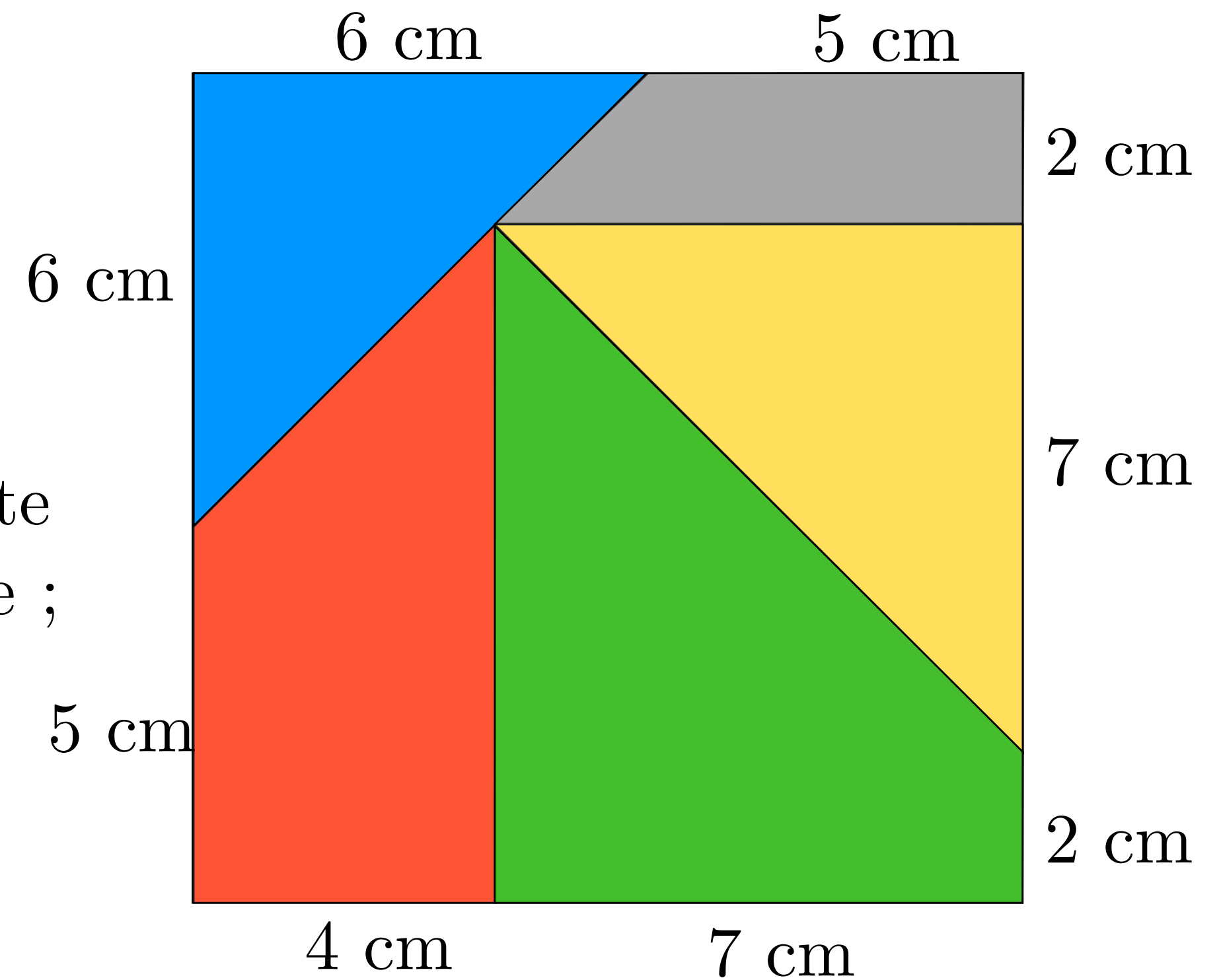
$$7 \times \dots = 1$$

Consigne 7 :

- 2) Analyser la pertinence éventuelle de cette activité pour introduire ou réactiver la proportionnalité avec des élèves de 6ème ?

Cette activité permet aux élèves de se rendre compte si leur solution du problème est bonne ou incorrecte ; et donc de déconstruire les conceptions erronées. Elle permet aux élèves d'être autonomes dans la recherche d'une solution.

Le problème à résoudre est motivant et permet d'enrôler les élèves dans la tâche mathématique.



$$\frac{a}{10^n}$$

$$0,999\dots = 1$$

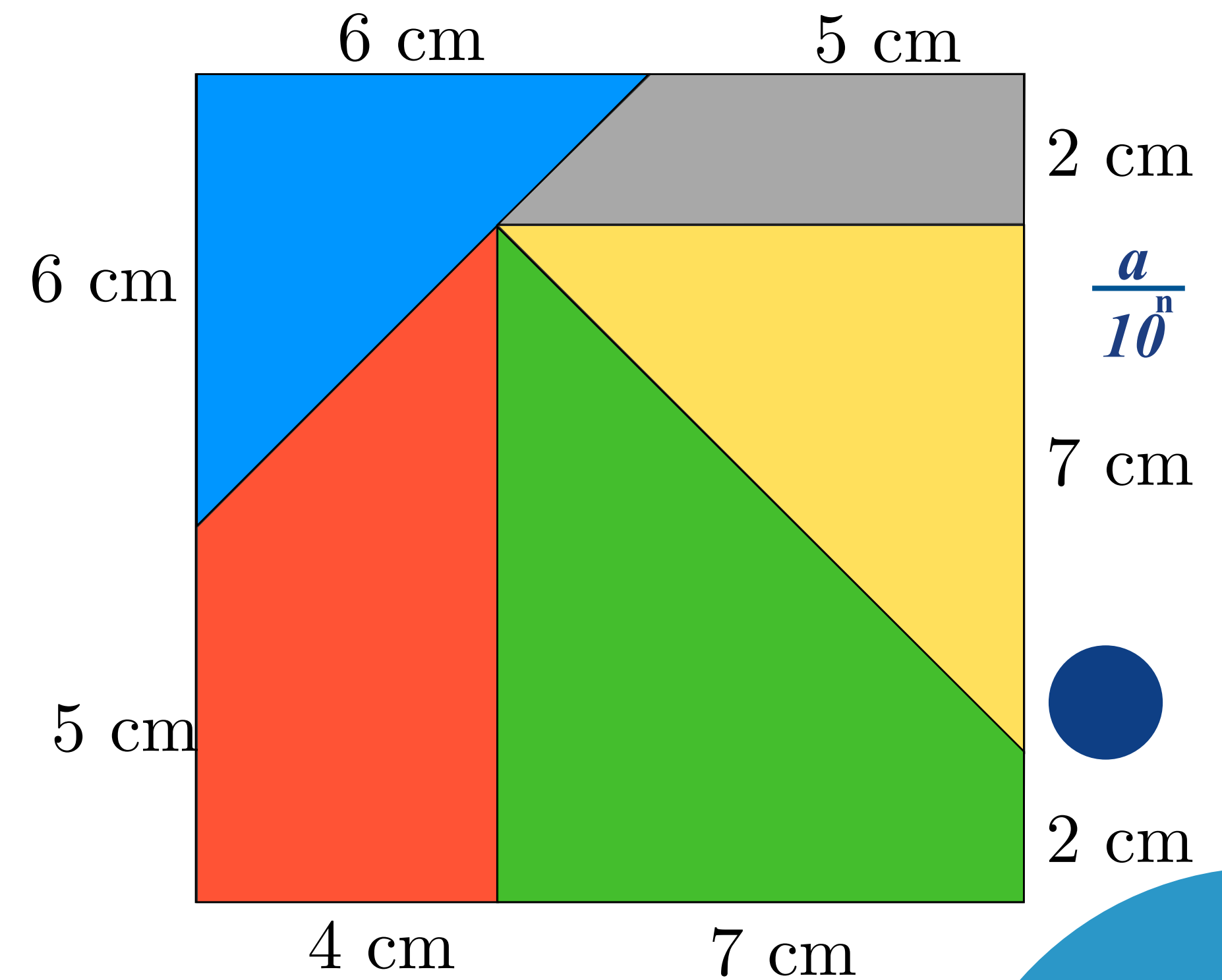
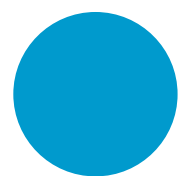
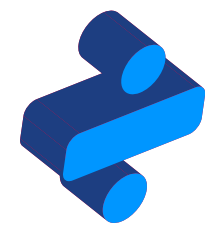
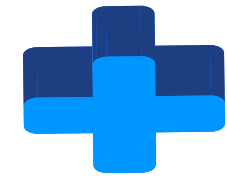
Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$

Consigne 7 :

3) Identifier les variables didactiques de cette activité.

Imaginer un scénario pour faire de la différenciation avec cette activité ?



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

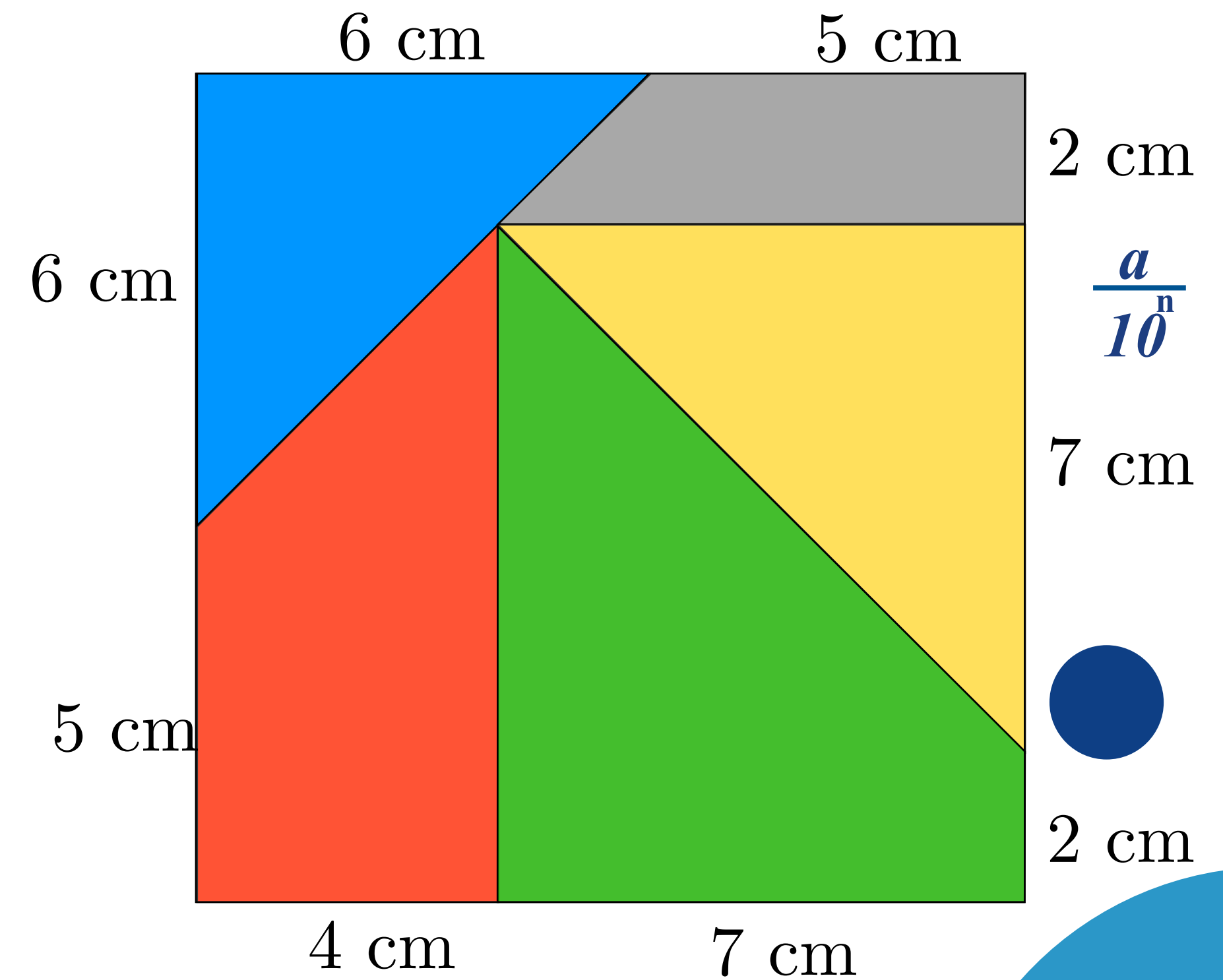
$$7 \times \dots = 1$$

Consigne 7 :

3) Identifier les variables didactiques de cette activité.

Imaginer un scénario pour faire de la différenciation avec cette activité ?

- Choix des longueurs initiales
- Choix des formes
- Nombres de pièces
- Choix de l'agrandissement ou de la réduction



$$0,999\dots = 1$$

Différenciation

$$7 \times \dots = 1$$

Consigne 7 :

3) Identifier les variables didactiques de cette activité.

Imaginer un scénario pour faire de la différenciation avec cette activité ?

- Choix des longueurs initiales
- Choix des formes
- Nombres de pièces
- Choix de l'agrandissement ou de la réduction
- Mettre les élèves par groupes de 3 ou 4 selon leur niveau en mathématique.
- Donner des coefficients d'agrandissement entiers pour les groupes constitués d'élèves les plus en difficultés
- Chaque groupe vient au tableau expliquer sa démarche.
- Débat avec la classe pour mettre en avant la proportionnalité
- Donner un nouvel agrandissement avec un coefficient complexe ; travail individuel afin d'évaluer le niveau de compréhension de chaque élève.

