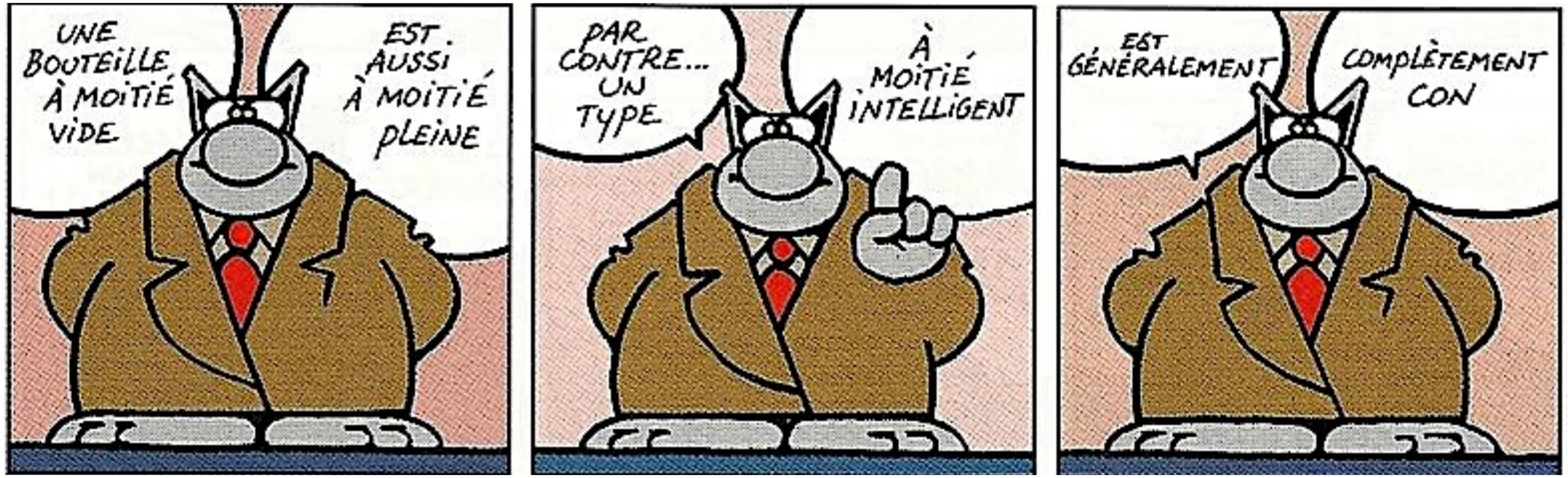
$0,999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Enseigner la proportionnalité



$\frac{a}{10^n}$

et la non-proportionnalité

guillaume.didier@inspe-paris.fr

0,999… = 1

7 × … = 1

Liste non exhaustive de documents de référence sur la proportionnalité

Documents d'accompagnement du cycle 3 et du cycle 4 :

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 4

Articles issus de la revue petit'x :

SIMARD A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. Petit x, n°89, p. 51-63. IREM de Grenoble

SIMARD A. (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième. Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

$\frac{a}{10^n}$

Article issu de la revue Au fil des maths :

PERRIN D. et M.-J. (2021). « Proportionnalité et fonction linéaire ». APMEP *Au fil des maths*. N° 540.

Conférence :

SIMARD.A (2017), La proportionnalité, ESEN de Besançon.

$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

Plan de la séance 1 sur la proportionnalité

- Les différentes notions liées à la proportionnalité aux cycles 3 et 4
- Les différentes procédures de calcul et de rapports
- Les différentes variables didactiques liées à la proportionnalité
- Progression recommandée de l'enseignement de la proportionnalité
- Enseigner les situations de non proportionnalité
- Tableaux de proportionnalité et coefficients de proportionnalité

$\frac{a}{10^n}$

$0{,}999\ldots = 1$

Définition(s) de la proportionnalité

$7 \times \ldots = 1$

Approche recommandée pour introduire la proportionnalité au cycle 3

<u>Définition 1 :</u>

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles ou en situation de proportionnalité lorsque pour chaque valeur de l'une de ces deux grandeurs, toute multiplication (ou division) par un nombre non nul engendre la même multiplication (ou division) sur la valeur correspondante de l'autre grandeur.

$\dfrac{a}{10^n}$

Théorie des proportions

<u>Définition 2 :</u>

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles ou en situation de proportionnalité lorsqu'il existe un nombre non nul qui multiplié par les valeurs de l'une de ces deux grandeurs permet d'obtenir les valeurs de l'autre grandeur.
Un tel nombre est appelé un coefficient de proportionnalité.

Fonction linéaire

$0{,}999\ldots = 1$

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE, DE
L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR ET DE
LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Organisation et gestion de données, fonctions

$7 \times \ldots = 1$

$\frac{a}{10^n}$

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Objectifs

La proportionnalité est une notion autour de laquelle peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Sa maîtrise est essentielle pour un usage dans la vie courante, dans diverses disciplines ou dans le cadre professionnel. Son apprentissage s'inscrit dans la durée.

Consigne 1 :

Quels sont les nombreux apprentissages auxquels ce document fait référence ?

$0{,}999\ldots = 1$

Notions mathématiques et proportionnalité

$7 \times \ldots = 1$

<u>Notions au programme des cycles 3 et 4 en lien avec la proportionnalité :</u>

- Proportions, ratios
- Agrandir ou réduire une figure
- Échelles d'une représentation
- Pourcentages
- Mouvement uniforme (vitesse, débit)
- Diagrammes circulaires
- Volume, aire et périmètre (formules)

$\frac{a}{10^n}$

- Théorème de Thales
- Triangles semblables
- Homothéties
- Lignes trigonométriques (définitions)
- Fonctions linéaires
- Fonctions affines
- Nombre π

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 1 :</u>

6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes.
11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes.
Combien coûtent 17 stylos ?

Différents types de procédures et de rapports

Problème 1 :

6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes.
11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes.
Combien coûtent 17 stylos ?

Nombre de stylos	6	11	17
Prix en euros	14,4	26,4	?

$0{,}999\ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

$7 \times \ldots = 1$

<u>Problème 1 :</u>

6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes.
11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes.
Combien coûtent 17 stylos ?

Nombre de stylos	6	11	17
Prix en euros	14,4	26,4	?

$\frac{a}{10^n}$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 1 :</u>

6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes.
11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes.
Combien coûtent 17 stylos ?

Nombre de stylos	6	11	17
Prix en euros	14,4	26,4	?

<u>Traitement mathématique **(linéarité additive)** :</u>

prix de 17 stylos = prix de 6 stylos + prix de 11 stylos
C'est-à-dire prix 14,4 € + 26,4 € = 40,8 €

Différents types de procédures et de rapports

Problème 1 :

6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes.
11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes.
Combien coûtent 17 stylos ?

Nombre de stylos	6	11	17
Prix en euros	14,4	26,4	?

Linéarité additive
Il faut disposer d'au moins de deux couples de valeurs.

Traitement mathématique **(linéarité additive)** :
prix de 17 stylos = prix de 6 stylos + prix de 11 stylos
C'est-à-dire prix 14,4 € + 26,4 € = 40,8 €

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 2 :</u>

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 2 :</u>

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

$\times\ 4$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

$\times\ 4$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 2 :</u>

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

$\boxed{\times 4}$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

$\boxed{\times 4}$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

<u>Linéarité multiplicative</u>

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération × 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

Différents types de procédures et de rapports

Problème 2 :

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

$$\times 4$$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

$$\times 4$$

Linéarité multiplicative

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération × 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

Traitement mathématique **(linéarité multiplicative)** :

prix de 24 bonbons = prix de 6 bonbons × 4

= 3 € × 4 = 12 €

Différents types de procédures et de rapports

Problème 2 :

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

Linéarité multiplicative

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération × 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 2 :</u>

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

$6 \xrightarrow{\times 4} 24$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

$3 \xrightarrow{\times 4} ?$

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

$\times 2$

<u>Linéarité multiplicative</u>

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération $\times$ 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

Différents types de procédures et de rapports

Problème 2 :

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

× 2

Linéarité multiplicative

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération × 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

Coefficient de proportionnalité

2 est un rapport externe simple.

On dit externe car l'opération × 2 traduit le lien entre le nombre de stylos et le prix en euros.

$0{,}999\ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

$7 \times \ldots = 1$

<u>Problème 2 :</u>

6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

× 4

Nombre de bonbons	6	24
Prix en euros	3	?

× 2

Linéarité multiplicative

4 est un rapport interne simple.

On dit interne car l'opération × 4 est interne à chaque grandeur (nombre de bonbons ; prix en euros).

$\frac{a}{10^n}$

Coefficient de proportionnalité

2 est un rapport externe simple.

On dit externe car l'opération × 2 traduit le lien entre le nombre de stylos et le prix en euros.

Traitement mathématique **(coefficient)** :

prix de 24 bonbons = 24b : 2b/€ = 12 €

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 3 :</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 3 :</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 3 :</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est simple (3).

Différents types de procédures et de rapports

Problème 3 :

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est simple (3).

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

Traitement mathématique **(linéarité multiplicative)** :

$$\text{prix de 12 bonbons} = \text{prix de 4 bonbons} \times 3$$
$$= 5\ € \times 3 = 15\ €$$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 3 :</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est simple (3).

Différents types de procédures et de rapports

Problème 3 :

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

× 3

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

× 3

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

× 1,25

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est simple (3).

$0{,}999\ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

$7 \times \ldots = 1$

<u>Problème 3 :</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est simple (3).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 1{,}25$

<u>Coefficient de proportionnalité</u>

Le rapport externe est complexe (1,25).

Différents types de procédures et de rapports

<u>**Problème 3 :**</u>

4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?

$\times 3$

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 3$

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est simple (3).

Nombre de bonbons	4	12
Prix en euros	5	?

$\times 1{,}25$

Coefficient de proportionnalité

Le rapport externe est complexe (1,25).

<u>Traitement mathématique **(coefficient)** :</u>

prix de 12 bonbons = 12b × 1,25€/b = 15 €

Différents types de procédures et de rapports

Problème 4 :

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 4 :</u>

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times\ 2{,}25$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times\ 2{,}25$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 4 :</u>

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times$ 2,25

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est complexe (2,25).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

Différents types de procédures et de rapports

$0{,}999\ldots = 1$ $\qquad 7 \times \ldots = 1$ $\qquad \frac{a}{10^n}$

Problème 4 :

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est complexe (2,25).

Traitement mathématique **(linéarité multiplicative)** :

$$\text{prix de 27 bonbons} = \text{prix de 12 bonbons} \times 2{,}25$$
$$= 4\text{ €} \times 2{,}25 = 9\text{ €}$$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 4 :</u>

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times 2{,}25$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times 2{,}25$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

<u>Linéarité multiplicative</u>
Le rapport interne est complexe (2,25).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 4 :</u>

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

$\times$ 3

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est complexe (2,25).

$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 4 :</u>

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times$ 2,25

<u>Linéarité multiplicative</u>
Le rapport interne est complexe (2,25).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

$\times$ 3

<u>Coefficient de proportionnalité</u>
Le rapport externe est simple (3).

$0,999... = 1$ $7 \times ... = 1$

Différents types de procédures et de rapports

Problème 4 :

12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?

$\times$ 2,25

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros	4	?

$\times$ 2,25

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est complexe (2,25).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	12	27
Prix en euros		?

$\times$ 3

Coefficient de proportionnalité

Le rapport externe est simple (3).

Traitement mathématique **(coefficient)** :

prix de 27 bonbons = 27b : 3b/€ = 9 €

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$0{,}999\ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

$7 \times \ldots = 1$

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\boxed{\times\ 1{,}375}$

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\boxed{\times\ 1{,}375}$

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\frac{a}{10^n}$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

<u>Linéarité multiplicative</u>
Le rapport interne est complexe (1,375).

$0{,}999\ldots = 1$

Différents types de procédures et de rapports

$7 \times \ldots = 1$

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\times\ 1{,}375$

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times\ 1{,}375$

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est complexe (1,375).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

<u>Traitement mathématique **(linéarité multiplicative)** :</u>

$$\begin{aligned} \text{prix de 11 bonbons} &= \text{prix de 8 bonbons} \times 1{,}375 \\ &= 5{,}6\ € \times 1{,}375 = 7{,}7\ € \end{aligned}$$

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est complexe (1,375).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

× 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

× 1,375

<u>Linéarité multiplicative</u>

Le rapport interne est complexe (1,375).

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

× 0,7

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 1,375

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est complexe (1,375).

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 0,7

Coefficient de proportionnalité

Le rapport externe est complexe (0,7).

Différents types de procédures et de rapports

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$\times$ 1,375

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 1,375

Linéarité multiplicative

Le rapport interne est complexe (1,375).

$\frac{a}{10^n}$

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

$\times$ 0,7

Coefficient de proportionnalité

Le rapport externe est complexe (0,7).

Traitement mathématique **(coefficient)** :

prix de 11 bonbons = 11b × 0,7€/b = 7,7 €

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	?	??

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

: 8

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	?	??

: 8

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$$8 \xrightarrow{:\,8} 1 \xrightarrow{\times\, 11} 11$$

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	?	??

$$5{,}6 \xrightarrow{:\,8} ?? \xrightarrow{\times\, 11} ?$$

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

: 8

× 11

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	?	??

× 11

: 8

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>
Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$: 8$

$\times 11$

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	?	0,7

$\times 11$

$: 8$

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>

Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$: 8$

$\times 11$

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	7,7	0,7

$\times 11$

$: 8$

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>
Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	7,7	0,7

$8 \xrightarrow{:\,8} 1 \xrightarrow{\times 11} 11$

$5{,}6 \xrightarrow{:\,8} 0{,}7 \xrightarrow{\times 11} 7{,}7$

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>
Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

<u>Traitement mathématique **(retour à l'unité)** :</u>

prix de 1 bonbon = prix de 8 bonbons : 8
= 5,6€ : 8 = 0,7 €

prix de 11 bonbon = prix de 1 bonbon × 11
= 0,7€ × 11 = 7,7 €

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$$8 \xrightarrow{:8} 1 \xrightarrow{\times 11} 11$$

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	7,7	0,7

$$5{,}6 \xrightarrow{:8} 0{,}7 \xrightarrow{\times 11} 7{,}7$$

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>
Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

Différents types de procédures et de rapports

Le coefficient de proportionnalité et le retour à l'unité se différencient par les unités indiquées dans les calculs.

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

$: 8$ $\times 11$

Nombre de bonbons	8	11	1
Prix en euros	5,6	7,7	0,7

$\times 11$ $: 8$

<u>Retour à l'unité (ou règle de trois)</u>
Les deux rapports internes utilisés sont simples (8 et 11).

Différents types de procédures et de rapports

<u>Problème 5 :</u>

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Différents types de procédures et de rapports

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Égalité du produit en croix :

Soit a, b, c et d quatre nombres avec b et d non nuls.

Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$

Si $a \times d = b \times c$ alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

Différents types de procédures et de rapports

$0{,}999\ldots = 1$

$7 \times \ldots = 1$

$\frac{a}{10^n}$

Problème 5 :

8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?

Nombre de bonbons	8	11
Prix en euros	5,6	?

Égalité du produit en croix :

Soit a, b, c et d quatre nombres avec b et d non nuls.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$

Si $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Traitement mathématique **(égalité du produit en croix) :**

$11 \times 5{,}6€ = 8 \times$ prix de 11 bonbons

$61{,}6€ = 8 \times$ prix de 11 bonbons

prix de 11 bonbons $= 61{,}6€ : 8 = 7{,}7$ €

Différents types de procédures et de rapports

Le choix des nombres influence l'utilisation des procédures de calcul.

Dans le cadre des grandeurs, un rapport interne est le rapport entre deux mesures d'une même grandeur exprimées dans la même unité.

Dans le cadre des grandeurs, le rapport externe est le rapport entre les mesures correspondantes de deux grandeurs.

	Rapport interne simple	Rapport interne complexe
Rapport externe simple	Linéarité multiplicative Coefficient de proportionnalité	Coefficient de proportionnalité (Retour à l'unité)
Rapport externe complexe	Linéarité multiplicative	Retour à l'unité Égalité du produit en croix

Analyser les rapports permet au professeur d'anticiper les procédures de calcul que les élèves vont majoritairement utiliser.

$0{,}999\ldots = 1$

Procédures ~~expertes ou~~ adaptées ?

$7 \times \ldots = 1$

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Objectifs

Un travail régulier par questions flash est pertinent pour atteindre cet objectif.

L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir en fonction des nombres en jeu dans le problème à résoudre.

L'enseignant permet aux élèves de dégager les avantages et inconvénients de différentes procédures possibles mais ne les présente pas comme les seules procédures attendues lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité.

Lors des mises en commun et des corrections collectives, la comparaison de différentes procédures doit permettre aux élèves d'acquérir ces différentes procédures et de prendre conscience qu'en fonction des nombres en jeu dans un problème, certaines sont plus efficaces que d'autres : demandant moins de calculs, ou faisant appel à des calculs plus simples, elles permettent de gagner en rapidité et de diminuer le risque d'erreurs.

Procédures expertes ou adaptées ?

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
Grandeurs et mesures

Grandeurs et mesures

Utilisation des unités dans les calculs

L'utilisation des unités dans les égalités et les calculs est légitime. Elle permet un contrôle de l'unité finale (évitant par exemple des confusions entre périmètre et aire ou des erreurs de formules dans le cadre des vitesses) ; elle peut aussi être une aide dans les changements d'unités. Un lien peut aussi être effectué entre les unités et les formules (par exemple entre l'unité km/h et la formule v=d/t) ou entre l'utilisation des unités dans les calculs et le calcul littéral (*cf. infra* pour le calcul d'aire). On privilégiera les écritures du type P = 2 × (3 cm + 5 cm) = 2 × 8 cm = 16 cm pour le calcul de la mesure d'un périmètre et $A = \frac{4\text{ cm} \times 6\text{ cm}}{2} = \frac{24\text{ cm}^2}{2} = 12\text{ cm}^2$ pour le calcul de la mesure d'une aire.

$0{,}999\ldots = 1$ $7 \times \ldots = 1$

Le produit en croix

Difficile à justifier ;
Difficile mentalement à mettre en œuvre ;
Induit une perte de sens s'il est introduit trop tôt.

<u>Consigne 3 :</u>

Démontrer l'égalité du produit en croix.

<u>Propriété :</u>

Pour tous nombres a, b, c et d avec b et d non nuls, on a : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \Longleftrightarrow a \times d = c \times b$

$\dfrac{a}{10^n}$

<u>Démonstration :</u>

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longleftrightarrow \frac{a}{b} \times (b \times d) = \frac{c}{d} \times (b \times d) \underset{\boxed{\text{Associativité et commutativité de la multiplication}}}{\Longleftrightarrow} \left(b \times \frac{a}{b}\right) \times d = \left(\frac{c}{d} \times d\right) \times b \underset{\boxed{\text{Définition d'un quotient}}}{\Longleftrightarrow} a \times d = c \times b$$