

DU Maths 2nd degré

TD 1 SUR LA PROPORTIONALITÉ

Définition (dans le cadre des grandeurs) n°1 :

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles ou en situation de proportionnalité lorsque pour chaque valeur de l'une de ces deux grandeurs, toute multiplication (ou division) par un nombre non nul d'une engendre la même multiplication (ou division) sur la valeur correspondante de l'autre grandeur.

Définition (dans le cadre des grandeurs) n°2 :

On dit que ces deux grandeurs sont proportionnelles ou en situation de proportionnalité, lorsqu'il existe un nombre non nul qui multiplié par les valeurs d'une grandeur permet d'obtenir les valeurs de l'autre grandeur.

Un tel nombre est appelé un coefficient de proportionnalité.

Consigne 1 :

Dans le document d'accompagnement du cycle 4 « Résoudre des problèmes de proportionnalité » sur Eduscol, il est écrit que la proportionnalité est une notion autour de laquelle peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages.

Quels sont les nombreux apprentissages auxquels ce document fait référence ?

Différents types de procédures et de rapports

Consigne n°2 :

<p><u>Problème 1 :</u> 6 stylos identiques coûtent 14 euros et 40 centimes. 11 stylos identiques coûtent 26 euros et 40 centimes. Combien coûtent 17 stylos ?</p>	
<p><u>Problème 2 :</u> 6 bonbons coûtent 3 euros, combien coûtent 24 bonbons ?</p>	
<p><u>Problème 3 :</u> 4 bonbons coûtent 5 euros, combien coûtent 12 bonbons ?</p>	
<p><u>Problème 4 :</u> 12 bonbons coûtent 4 euros, combien coûtent 27 bonbons ?</p>	
<p><u>Problème 5 :</u> 8 bonbons coûtent 5 euros et 60 centimes, combien coûtent 11 bonbons ?</p>	

Consigne n°3 :

Démontrer l'égalité du produit en croix.



Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Objectifs

L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir en fonction des nombres en jeu dans le problème à résoudre. L'enseignant permet aux élèves de dégager les avantages et inconvénients de différentes procédures possibles mais ne les présente pas comme les seules procédures attendues lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité.

Lors des mises en commun et des corrections collectives, la comparaison de différentes procédures doit permettre aux élèves d'acquérir ces différentes procédures et de prendre conscience qu'en fonction des nombres en jeu dans un problème, certaines sont plus efficaces que d'autres : demandant moins de calculs, ou faisant appel à des calculs plus simples, elles permettent de gagner en rapidité et de diminuer le risque d'erreurs.

Variables didactiques



Différenciation

Parmi les variables didactiques sur lesquelles on peut jouer dans le cadre d'une différenciation pédagogique, on peut citer la nature des nombres entrant en jeu ou leur rapport, le nombre de couples proposés, les situations et les contextes, ou encore l'échelle d'agrandissement ou de réduction (les grandes échelles étant plus faciles à utiliser que les petites).

l'enseignant analyse la nature des erreurs commises par les élèves pour les aider à les surmonter. Il peut faire évoluer un certain nombre de variables didactiques en liaison avec les difficultés éventuellement rencontrées : identification des grandeurs, identification d'une situation de proportionnalité ou non¹, choix de la procédure de résolution, mise en œuvre de cette procédure ;

l'enseignant confronte les élèves à des situations relevant de cadres et de contextes différents.

Analyser les procédures

Consigne 4 :

Voici plusieurs productions d'élèves.

Pour chaque copie, identifier si c'est possible la procédure utilisée par l'élève.

Lorsque la procédure utilisée comporte une erreur, formuler une hypothèse sur son origine.

Problème 1 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.

Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

0 personne

5 personnes 10 personnes 15 personnes 20 personnes

+ 2 citrons + 2 citrons + 2 citrons + 2 citrons

$2 + 2 + 2 + 2 = 8$ citrons.

Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

$\times \frac{2}{5}$ $\times \frac{5}{20}$ il faut 8 œufs pour 20 personnes

$\frac{4}{8}$ $\frac{4}{20}$

$20 \times \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8$ Il faut 8 citrons pour personnes.

$\frac{20}{5} = 4$ il faut pour 1 personne 20 citrons.

$\times 0,4$

$\frac{20}{5} = 4$ il faut pour 1 personne 20 citrons.

$\times 0,4$

$\frac{80}{+ 000}$

$\frac{080}{\dots}$

Il faut 8 citrons.

Problème 2 :

Pour faire une mousse au chocolat, Tom a trouvé une recette pour quatre coupes.

Il faut : 2 œufs, 100g de chocolat et 30 g de sucre.

Calcule les quantités de chacun des ingrédients pour faire dix coupes.

Explique ton raisonnement :

~~J'ai déjà fait pour 5 personnes
sa faisait 3 œufs 150g 35g et après
j'ai fait le double de 5 et j'ai
trouvé que sa faisait
6 œufs, 300g de chocolats, 70g de sucres.~~

Fais les calculs ici	Pour 10 personnes
Pour 5 personnes 3 œufs 150 g chocolats 35 g sucres	6 œufs 300 g de chocolats 70 g de sucres

Anticiper les procédures

Consigne 5 :

Un.e enseignant.e propose le problème suivant à des élèves de cycle 3 :

Nicolas a acheté 8kg de pommes et a payé 10€.

Léo a acheté 12 kg de la même variété de pommes dans le même magasin.

Combien a-t-il payé ?

Classer par ordre décroissant les procédures liées à la proportionnalité que les élèves vont utiliser. Justifier votre classement.

Influencer les procédures

Consigne 6 :

On considère la situation suivante :

Un sac contient des billes identiques.

La masse de six billes est égale à 90g.

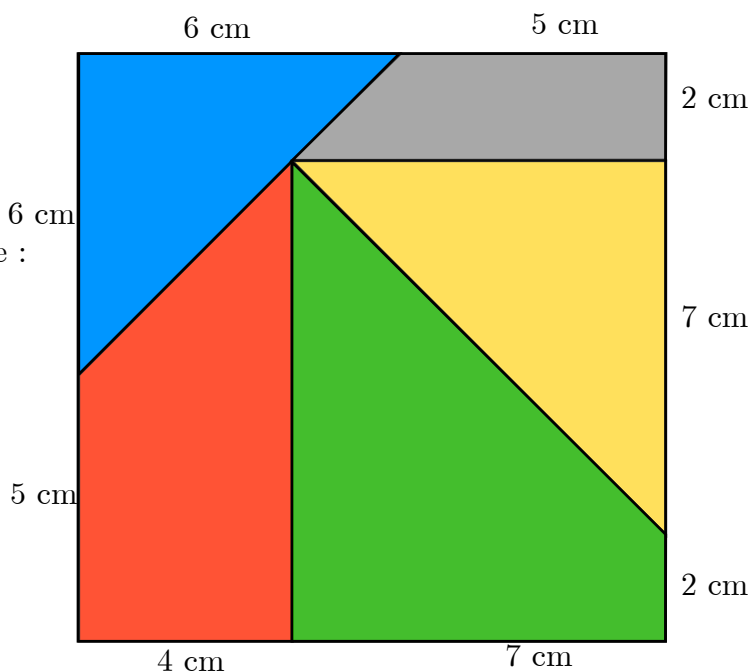
- 1) Ecrire une question afin d'inciter les élèves utiliser la linéarité additive.
- 2) Ecrire une question afin d'inciter les élèves utiliser la linéarité multiplicative.
- 3) Ecrire une question afin d'inciter les élèves utiliser le retour à l'unité.
- 4) Ecrire une question afin d'inciter les élèves utiliser un coefficient de proportionnalité.

Différenciation

.Voici un puzzle :

On donne aux élèves la consigne suivante :

Construire ce puzzle en respectant le principe suivant :
une longueur initiale de 5 cm devient 6 cm dans le puzzle construit



Consigne 7 :

- 1) Quelles démarches pensez-vous que les élèves de 6^e vont-ils mettre en œuvre ?
- 2) Analyser la pertinence (éventuelle) de cette activité pour réactiver (ou introduire) la proportionnalité avec des élèves ?
- 3a) Identifier les variables didactiques de cette activité.
- 3b) Imaginer un scénario pour faire de la différenciation avec cette activité.

Situations de non proportionnalité

Consigne 8 :

Voici une série de problèmes.

Pour chaque problème, comment expliqueriez-vous à des élèves s'il relève ou non d'une situation de proportionnalité ?

Problème 1 :

Est-il vrai que la note obtenue est proportionnelle au temps passé à travailler ?

Problème 2 :

Est-il vrai que la valeur des pièces de monnaie est proportionnelle à leur taille ?

Problème 3 :

Le prix à payer pour des oranges est-il proportionnel à la masse d'oranges achetées ?

Problème 4 :

Pour fabriquer une tarte au citron pour 6 personnes, il faut 3 citrons.
Le nombre de citron est-il proportionnel au nombre de personnes ?

Problème 5 :

La taille d'un enfant entre 5 et 15 ans est-elle proportionnelle à l'âge ?

Tableaux de proportionnalité

86

Organisation et gestion de données

La proportionnalité



Activité de découverte
Calculer le prix de 2, 3, 4, 5 ou 10 articles identiques dont le prix à l'unité est un nombre entier.

Compétences et connaissances associées : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

Je m'entraîne

1 Problème

a. **Observe** le tableau suivant et **réponds** :

Par quel nombre faut-il multiplier la première colonne (le nombre de paquets) pour obtenir le résultat dans la deuxième colonne (le nombre de biscuits) ?

b. **Complète** le tableau, puis réponds :

- Combien de biscuits y a-t-il dans 4 paquets ?
- Combien de paquets faut-il pour avoir 35 biscuits ?

Paquets	Biscuits
6	42
4	...
...	35

2 Problème

Margot a acheté 3 jeux de cartes pour 24 €.

Recopie et **complète** le tableau pour répondre aux questions suivantes.

- Combien Margot paiera-t-elle pour 4 jeux de cartes ?
- Axel a payé 40 €. Combien de jeux de cartes a-t-il achetés ?

Quantité	Prix (€)
3	24
4	...
...	40

Je m'entraîne

3 Problème

La voiture de M. Vroum consomme 6 L d'essence tous les 100 km.

a. **Observe** le tableau suivant.

b. **Calcule** les nombres à mettre dans la case verte, la case jaune et la case bleue.

c. **Complète** les deux colonnes du tableau et **réponds** :

- Quelle distance M. Vroum peut-il parcourir avec 12 L d'essence ? avec 3 L ?
- Quelle quantité d'essence lui faut-il pour parcourir 300 km ?

Essence (en L)	Distance (en km)
3	...
6	100
12	...
...	300

4 Problème

En appuyant 5 secondes sur le bouton « Marche », la voiture télécommandée avance de 2 m.

Combien de temps faut-il appuyer pour la faire avancer de 16 m ?

Recopie et **complète** le tableau suivant puis **réponds**.

Durée	Distance
5 s	2 m
...	...

Consigne 9 :

Faire une analyse critique de cet extrait de manuel.

Le cours

1 Tableau de proportionnalité

a Reconnaissance d'un tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS Il y a proportionnalité dans un tableau de nombres à deux lignes lorsque les membres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première **par un même nombre**.
Ce nombre est appelé **le coefficient de proportionnalité**.

■ **Exemple:** Le prix des cerises vendues 2,70 € le kilogramme est proportionnel à leur masse.

Le tableau ci-dessous donne le prix à payer selon la masse de cerises achetées :

Masse de cerises (en kg)	0,5	1	2	5
Prix (en €)	1,35	2,70	5,40	13,50

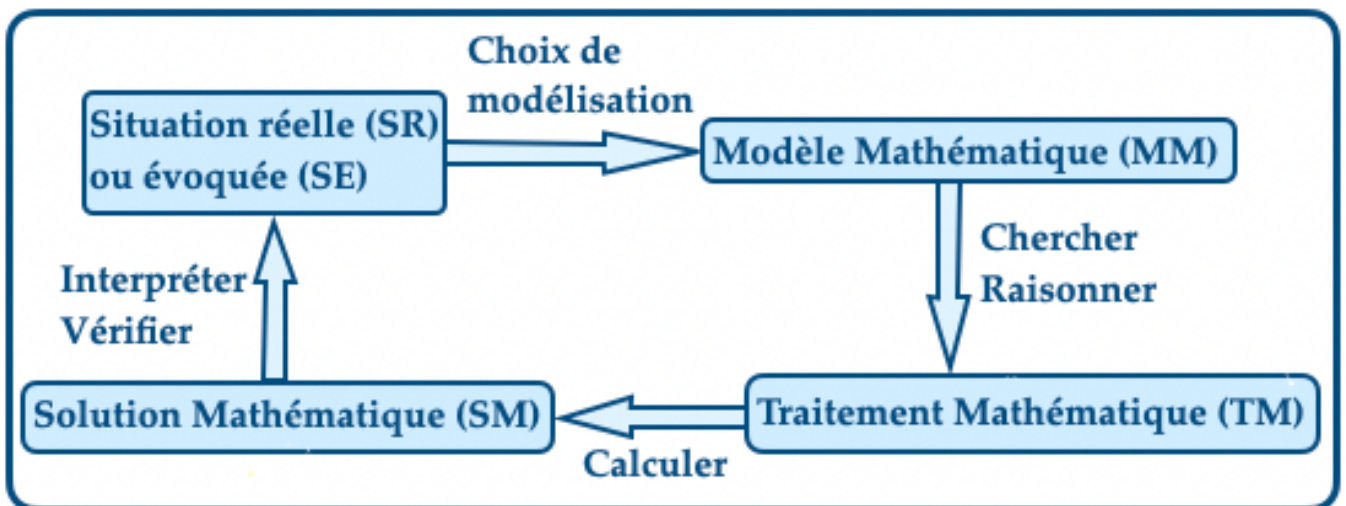
$\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5} = 2,70.$

Les pourcentages

Consigne 10 :

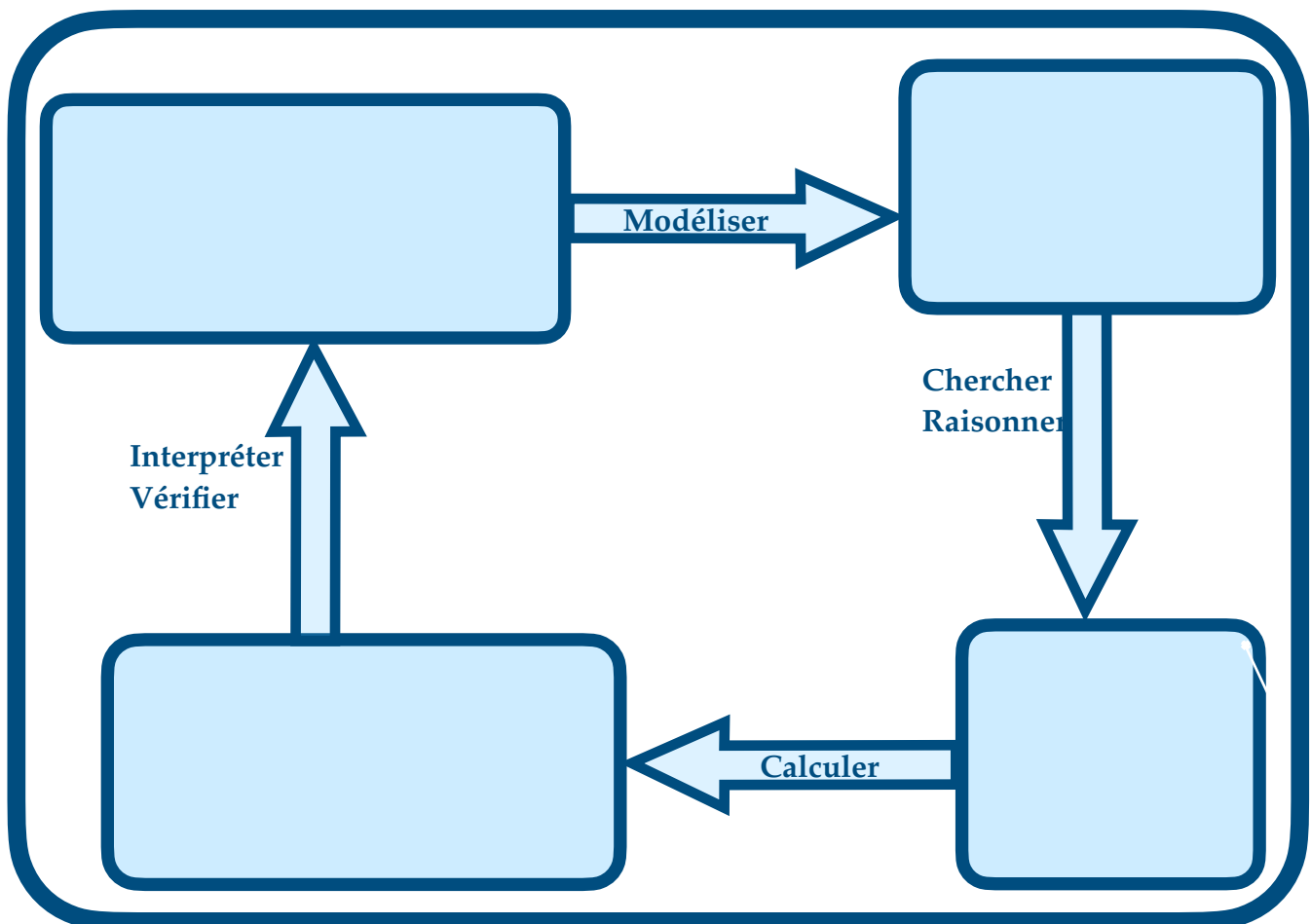
Faire une analyse critique de cet extrait de cette vidéo.

La compétence «modéliser»



D'après le cadre théorique de Blum et Leiss (2005)

Mise en fonctionnement du cycle de modélisation avec le puzzle



Consigne 11 :

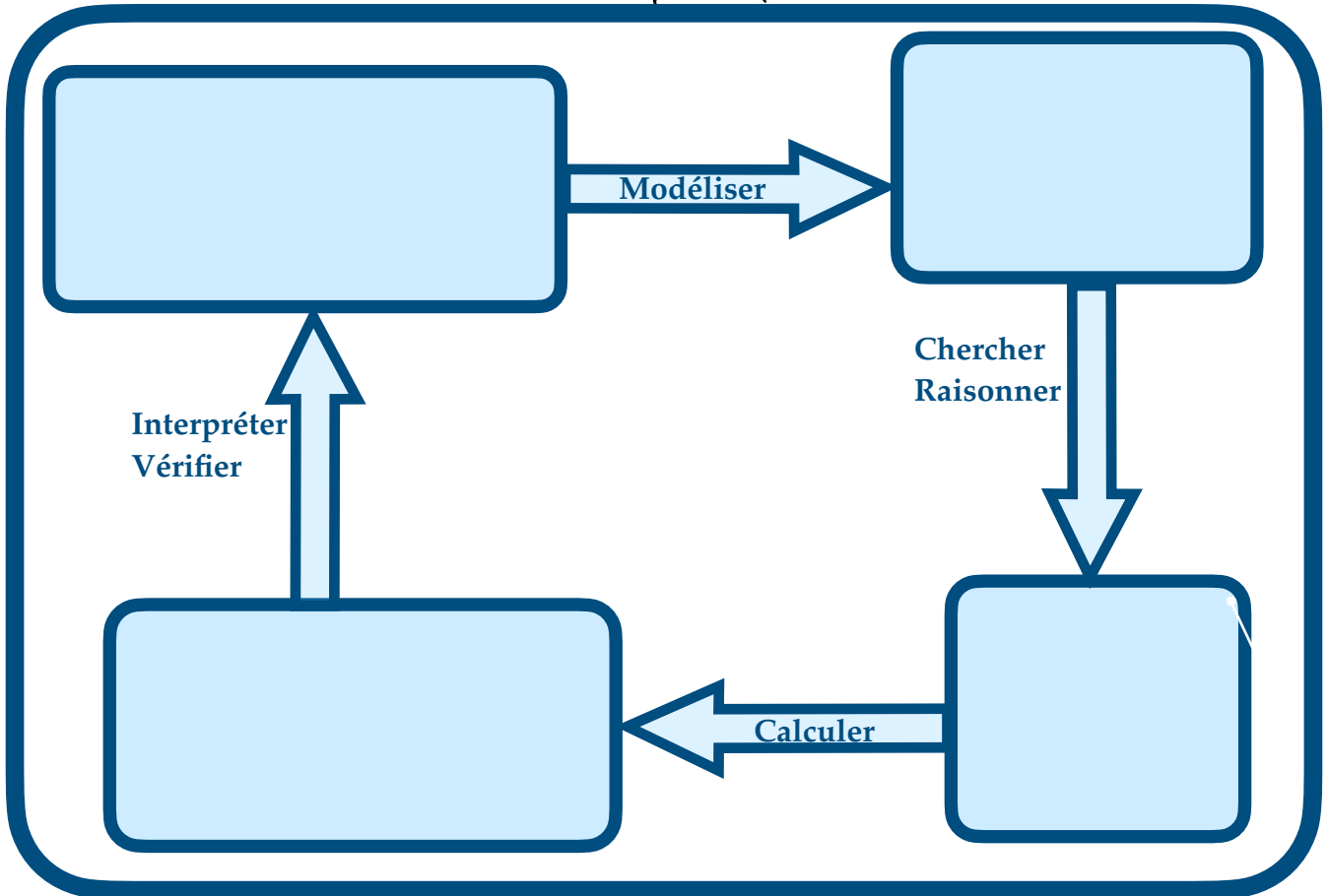
Problème :

Théo a 5 ans et mesure 110 centimètres.

Quelle sera sa taille à 10 ans ? Peut-on trouver la réponse ?

Identifier le cycle de modélisation suivi par cet élève.

~~OUI~~ $2 \times 110 = 220$ centimètres ce $2m20cm$
NON. ce n'est pas possible

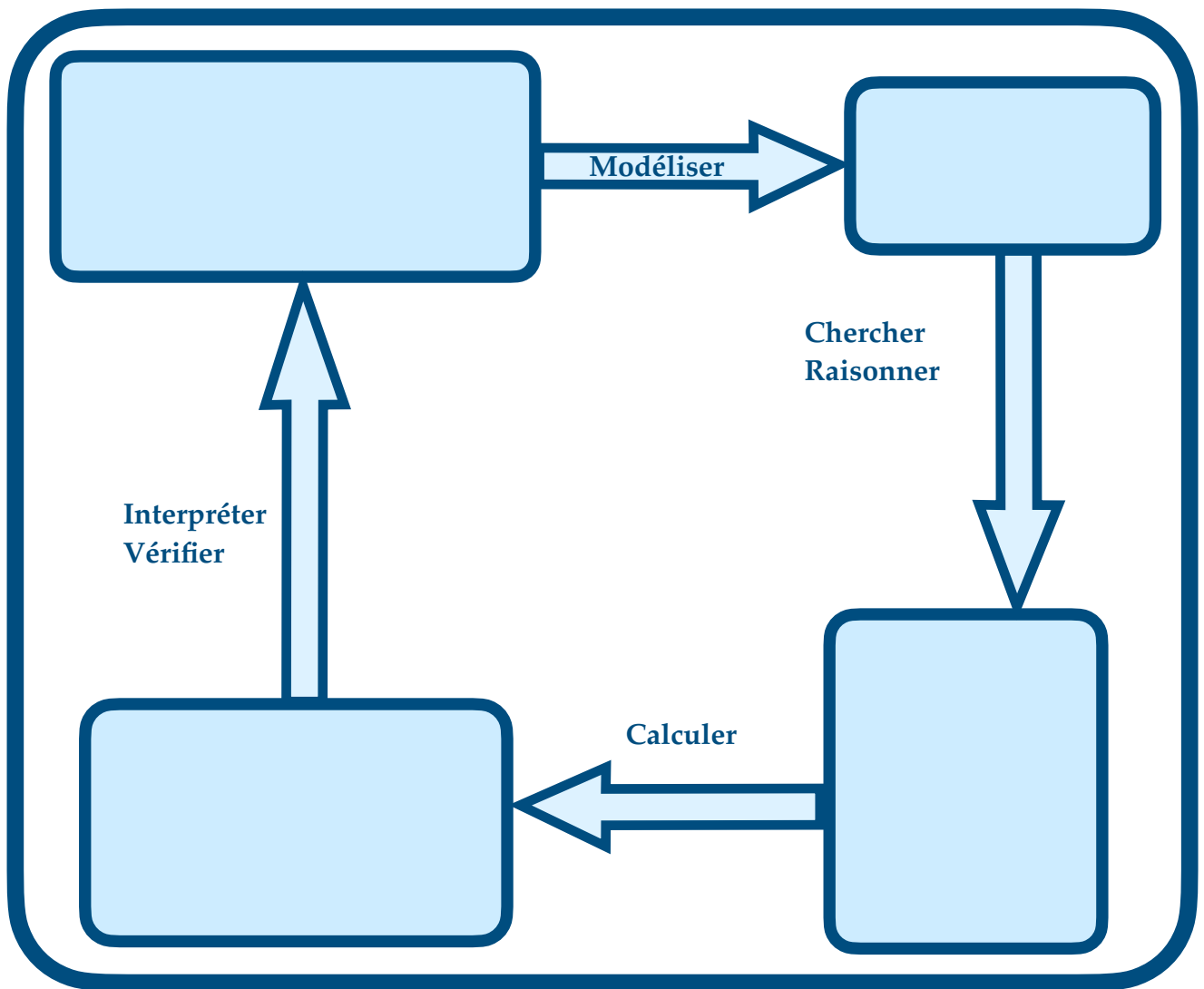


Consigne 12 :

A partir de la photo représentant la botte du Géant, estimer la taille du Géant.

Identifier votre cycle de modélisation.





Conseils pour enseigner la proportionnalité

Lors du travail préparatoire :

- Interroger les énoncés en se demandant quelle procédure est privilégiée (les modifier si besoin)
- Lister les implicites (en lever certains, en laisser d'autres)
- Préparer son argumentaire pour justifier qu'une situation est ou n'est pas une situation de proportionnalité

Lors de la séquence :

- Installer des raisonnements oralisés stables avant de proposer des tableaux
- Varier les types d'énoncés avec rapports internes simples pour repérer facilement les propriétés de linéarité et des rapports externes simples pour faciliter le retour à l'unité
- Amener les élèves pratiquer et maîtriser plusieurs procédures afin qu'ils choisissent la procédure la plus adaptée en fonction de la situation

Lors des séances :

- Relever la diversité des procédures chez les élèves
- Faire expliciter les procédures : importance de l'oral, raisonner par l'absurde
- Comparer les procédures (et donc repérer toutes les procédures)
N'en négliger aucune car c'est la comparaison qui va permettre à l'élève de repérer celle qui lui semble être la plus adaptée à la situation