

MASTER MEEF SECOND DEGRÉS MATHÉMATIQUES

Co-construction des définitions du parallélogramme en classe de sixième

Mots clés : Co-construction, définition, géométrie, parallélogramme

Mémoire de Master

Axel DUPERRAY

Sous la direction de Renaud CHORLAY

Année universitaire 2024 – 2025

Remerciements

Je tiens à remercier :

- *Renaud Chorlay* pour ses conseils et son expertise.
- *Adam Magne* et sa classe de 6^{ème} pour leur participation et leur confiance.
- *Charles Desrayaud* pour son aide précieuse lors de mon expérimentation et sa relecture de ce mémoire.
- *Iness Khachroub* pour son soutien sans faille, ses nombreuses relectures et ses conseils précieux.
- *Odile et Patrick Duperray* pour leur soutien.

Résumé :

Dans ce mémoire nous nous proposons de répondre à la question suivante : La co-construction peut-elle favoriser un concept image solide au sens de Schlomo Vinner, et un ancrage solide des savoirs chez l'élève. Nous étudierons cette problématique, spécifiquement en classe de sixième, et co-construirons la définition du parallélogramme. Pour répondre à cette question nous effectuerons une expérimentation basée sur le tri. En effet les élèves devront retrouver un critère de tri à partir d'une classification de quadrilatères donnés. Cette classification est faite selon le critère suivant : "parallélogramme / non parallélogramme", en formulant ce critère les élèves construiront activement leur propre définition du parallélogramme.

Table des matières

1	Introduction	4
2	Cadre théorique	6
2.1	Shlomo vinner : <i>The Role of Definition in the Teaching and Learning of Mathematics</i>	6
2.2	Taro Fujita, Jonathan Doney et Rupert Wegerif : <i>Students' collaborative decision-making processes in defining and classifying quadrilaterals : a semiotic/ dialogic approach</i>	7
2.3	Cécile Ouvrier-buffet : <i>Construction de définitions / construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathématiques</i>	8
3	Description de l'expérimentation	10
3.1	Présentation des objectifs et mise en place de l'expérimentation	10
3.2	Cadre mathématique et didactique	11
3.3	Présentation des documents	13
3.4	Critères de validation	14
3.5	Analyse a priori de la séance	14
4	Analyse de l'expérimentation	17
4.1	Retranscription de la séance	17
4.2	Analyse de productions	23
4.3	Synthèse	27
5	Conclusion	28

Chapitre 1

Introduction

La définition occupe une place prépondérante en mathématiques et, en particulier, dans l'enseignement de cette discipline. Contrairement à une idée reçue, les définitions ne sont ni immuables ni absolues, et le choix de leur présentation ainsi que leur construction oriente la progression des apprentissages et le contenu des activités de classe. Selon le didacticien Shlomo Vinner : "*Definition creates a serious problem in mathematics learning. It represents, perhaps, more than anything else the conflict between the structure of mathematics, as conceived by professional mathematicians, and the cognitive processes of concept acquisition*"¹. Cette remarque soulève la question du mode de présentation et de la manière dont les définitions sont construites auprès des élèves. .

La construction des définitions occupe une place fondamentale en didactique. Paradoxalement, peu de chercheurs se sont penchés sur cette problématique. Parmi les rares qui l'ont abordée, Cécile Ouvrier-Buffet, dans sa thèse consacrée à l'édification des concepts et des définitions (notamment autour des notions d'arbres, de droites discrètes et de déplacements sur un quadrillage), a montré combien cette démarche de formalisation progressive est essentielle à la compréhension des objets mathématiques. Ses travaux constituent un apport précieux pour ce mémoire, car ils confortent l'idée selon laquelle la définition doit émerger d'un processus actif de réflexion et d'échanges. Shlomo Vinner, dans le chapitre du livre *Advanced Mathematical Thinking* nommé "*The Role of Definition in the Teaching and Learning of Mathematics*", aborde également la définition en tant qu'objet conceptuel et s'intéresse aux processus de formation des concepts chez les élèves. Il souligne, entre autres, la tension entre la forme formelle d'une définition (telle que la conçoivent les mathématiciens) et la manière dont les apprenants se l'approprient. Cet article apporte un éclairage sur la construction de concepts chez les élèves et analyse le rôle que joue la définition dans ce processus. Dans son ouvrage, le psychologue et pédagogue russe Lev Vygotsky développe l'idée selon laquelle les élèves doivent adopter un rôle actif dans la construction de leurs savoirs, notamment grâce à la co-construction et à l'échange avec l'enseignant. Cette approche, désignée sous le nom de socio-constructivisme, met ainsi l'accent sur l'importance cruciale des interactions sociales dans le développement cognitif. Cette approche de la didactique occupera une place centrale dans ce mémoire.

Dans le souci d'aborder ce problème sous cet angle, il est apparu essentiel de mettre en place une méthodologie où l'élève participe activement à la création de son savoir. La

1. SHLOMO, Vinner. Rôle of définitions in the teaching and learning of mathematics In TALL, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht : Springer, 2002. p. 65.

co-construction s'est alors imposée comme une voie privilégiée et ludique pour atteindre cet objectif. Michel Foudriat définit la co-construction comme : "*un processus par lequel des acteurs différents confrontent leurs points de vue et s'engagent dans une transformation de ceux-ci jusqu'au moment où ils s'accordent sur des traductions qu'ils ne perçoivent plus comme incompatibles.*"². Selon le Larousse, la définition est le "*fait de déterminer les caractéristiques d'un concept, d'un mot, d'un objet, etc., ensemble des propriétés essentielles de quelque chose*"³. Cette conception met en lumière un aspect fondamental : une définition n'est pas nécessairement unique. Cela est d'autant plus vrai en mathématiques, où un même objet peut être caractérisé par plusieurs propriétés distinctes, chacune pouvant faire l'objet d'une définition rigoureuse. L'enseignant se trouve ainsi confronté à un choix didactique important : celui de la définition la plus pertinente à mobiliser en fonction des objectifs pédagogiques visés et du niveau des élèves. Ce choix n'est pas neutre, car il influence directement l'image conceptuelle que les élèves se construisent de l'objet mathématique en question, et donc leur compréhension à long terme. Après mûre réflexion, le cas du parallélogramme s'est révélé particulièrement pertinent : il en existe plusieurs définitions, et il est ainsi d'autant plus intéressant d'observer laquelle les élèves construiront .

Dans le prolongement de cette réflexion sur la place et la nature de la définition en mathématiques, nous chercherons à déterminer en quoi la co-construction d'une définition, ici celle du parallélogramme dans une classe de Sixième, peut favoriser chez les élèves une meilleure compréhension conceptuelle et un ancrage plus solide des savoirs. Dans le cadre de cette expérimentation, le choix d'une classe de 6^{ème} s'avère pertinent. En effet, à ce niveau, les élèves sont encore relativement libres dans leur rapport à la notion de définition, et la majorité d'entre eux ne possède pas de connaissance formelle sur le parallélogramme. Ce contexte facilite la mise en place d'une séance de co-construction, car les représentations mentales des élèves peuvent être mobilisées sans être trop influencées par des connaissances antérieures .

Nous verrons dans un premier temps une description du cadre théorique et de la méthode employée lors de l'expérimentation. Dans un second temps, nous proposerons une analyse détaillée de la séance d'expérimentation avant de conclure sur une synthèse des résultats obtenus.

2. FOUURIAT, Michel. La co-construction : Une alternative managériale. Rennes : Presses de l'EHESCP, 2019. p 15.

3. LAROUSSE. Définition [en ligne]. Consulté le 02/04/2025.
<https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/définition/22700>

Chapitre 2

Cadre théorique

2.1 Shlomo vinner : *The Role of Definition in the Teaching and Learning of Mathematics*

Dans son article de , Shlomo Vinner (1991) étudie spécifiquement le rôle que jouent les définitions dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Sa problématique centrale concerne le conflit entre la structure formelle des mathématiques, telle que conçue par les mathématiciens professionnels, et les processus cognitifs réels impliqués dans l'acquisition des concepts par les élèves. Selon Vinner, la place accordée aux définitions dans les cours de mathématiques ne reflète souvent pas les mécanismes naturels par lesquels les élèves acquièrent réellement les concepts mathématiques.

Vinner critique ainsi plusieurs postulats implicites communément adoptés en pédagogie des mathématiques : que les concepts sont principalement acquis à travers leurs définitions, que les élèves utilisent systématiquement ces définitions pour résoudre des problèmes ou démontrer des théorèmes, que les définitions doivent être minimales et élégantes, et enfin, que les définitions mathématiques sont arbitraires et purement conventionnelles.

Afin d'explorer empiriquement ces postulats, Vinner mène plusieurs expérimentations auprès d'élèves et étudiants. Par exemple, concernant la notion de fonction, il observe que bien qu'une majorité d'élèves soient capables d'énoncer correctement la définition formelle (une correspondance entre deux ensembles qui associe à chaque élément du premier ensemble exactement un élément du second ensemble), leur concept-image—c'est-à-dire la représentation mentale spontanée évoquée par le terme—reste souvent en décalage avec cette définition formelle. Ainsi, confrontés à des situations non typiques ou atypiques (comme une fonction définie par une correspondance arbitraire à un seul point), de nombreux élèves ne reconnaissent plus l'objet comme une « véritable » fonction.

Ces observations l'amènent à distinguer clairement deux entités cognitives distinctes : le « concept-définition » et le « concept-image ». Pour Vinner, le concept-image, constitué de représentations mentales, d'expériences visuelles ou empiriques, domine fréquemment le raisonnement spontané des élèves, particulièrement dans des situations nouvelles ou complexes. Dans la pratique courante, les élèves mobilisent rarement spontanément les définitions formelles pour valider leurs réponses, sauf lorsqu'ils y sont explicitement contraints par la situation ou par une prise de conscience pédagogique induite par l'enseignant.

En définitive, Vinner conclut que les définitions doivent jouer un rôle adapté aux objectifs pédagogiques visés. Pour des élèves destinés à des études mathématiques avancées, un entraînement spécifique à l'utilisation explicite des définitions formelles est indispensable. En revanche, pour d'autres profils d'élèves, il est souvent préférable de privilégier l'approche par concept-image, plus intuitive, et de réserver les confrontations avec les définitions formelles à des moments où celles-ci peuvent être explicitement utiles ou nécessaires à la résolution de tâches mathématiques particulières.

Ainsi, la réflexion théorique et expérimentale de Vinner sur le rôle des définitions en mathématiques met en lumière l'importance de tenir compte des processus cognitifs réels des élèves dans la construction pédagogique des savoirs mathématiques. Elle souligne la nécessité d'une approche différenciée et réfléchie du rôle accordé aux définitions selon les contextes d'enseignement et les objectifs poursuivis. C'est pour cette raison que, dans notre étude portant sur la co-construction des définitions du parallélogramme en classe de 6ème, l'objectif principal sera précisément de bâtir ce concept-image en dépassant la présentation habituelle et purement formelle des définitions.

2.2 Taro Fujita, Jonathan Doney et Rupert Wegerif : *Students' collaborative decision-making processes in defining and classifying quadrilaterals : a semiotic/ dialogic approach*

Fujita, Doney et Wegerif (2019) étudient les processus de prise de décision collaboratifs chez des élèves âgés de 12 à 13 ans lorsqu'ils définissent et classifient des quadrilatères. Adoptant une approche à la fois sémiotique et dialogique, leur problématique centrale est d'analyser comment les représentations initiales, souvent personnelles et informelles des élèves, peuvent évoluer vers des représentations institutionnelles et collectivement partagées à travers une interaction de groupe structurée.

L'objectif principal de leur expérimentation était d'examiner les processus cognitifs et sociaux impliqués lorsque les élèves élaborent collectivement des définitions hiérarchiques des quadrilatères. Pour ce faire, Fujita et ses collaborateurs ont observé des groupes d'élèves dans des situations de résolution collective de problèmes portant sur les parallélogrammes et le tri de quadrilatères. À l'aide d'une analyse qualitative fine des interactions verbales et des représentations mobilisées par les élèves, les chercheurs ont pu identifier les obstacles majeurs rencontrés par ces derniers.

L'un des résultats notables de cette étude est la mise en évidence d'une difficulté centrale chez les élèves : leur incapacité fréquente à adopter véritablement la perspective de leurs pairs. En effet, malgré une interaction intense, les élèves ne parvenaient souvent pas à établir une réelle inter-animation dialogique de leurs points de vue respectifs. Ce constat montre que la difficulté essentielle dans la co-construction des définitions géométriques réside moins dans la compréhension individuelle des concepts que dans la capacité collective à fusionner et articuler ces compréhensions variées au sein du groupe.

En conclusion, Fujita et ses collègues (2019) soulignent l'importance cruciale d'une interaction dialogique authentique, c'est-à-dire la capacité pour chaque élève de percevoir

le problème à travers les yeux d'un autre, afin de permettre l'émergence de définitions géométriques véritablement partagées et institutionnellement valides.

Cette réflexion a directement inspiré notre expérimentation en classe de 6ème sur la co-construction des définitions du parallélogramme. Notre démarche consistera à proposer aux élèves de créer les définitions du parallélogramme par la description d'un critère de tri spécifique. Les élèves seront invités à expliciter leurs critères de sélection et à les justifier verbalement devant leurs pairs, créant ainsi une dynamique de dialogue authentique. En tenant compte des obstacles identifiés par Fujita et ses collaborateurs, nous mettrons tout particulièrement l'accent sur l'établissement d'un dialogue constructif et concret entre les élèves, afin de permettre aux représentations personnelles initiales d'évoluer vers une définition institutionnelle rigoureuse et partagée. Cette méthodologie vise à dépasser les difficultés identifiées, notamment en encourageant explicitement les élèves à adopter la perspective d'autrui, facilitant ainsi l'émergence d'une image exacte et partagée du concept de parallélogramme.

2.3 Cécile Ouvrier-buffet : *Construction de définitions / construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathématiques*

Les travaux de Cécile Ouvrier-Buffet (2003) sur la construction de définitions mathématiques constituent un cadre théorique précieux pour notre expérimentation en classe de 6ième. Dans sa thèse, elle explore les situations où les élèves peuvent élaborer eux-mêmes des définitions à partir d'activités mathématiques, en particulier des tâches de tri ou de classification.

Notre dispositif s'inspire de trois conclusions principales de cette recherche. Tout d'abord, l'auteure montre que les échanges collectifs sont indispensables pour stabiliser une définition au sein du groupe. Cette discussion finale permet aux élèves de confronter leurs formulations, de clarifier leurs critères et d'aboutir à une définition institutionnalisée. Ensuite, elle met en avant l'intérêt des situations de tri d'exemples et de contre-exemples, dans lesquelles les élèves sont amenés à repérer des invariants et à identifier ce qui caractérise un objet mathématique donné. Enfin, elle insiste sur la nécessité de conférer un véritable statut aux productions des élèves : les définitions issues de ces situations doivent être discutées, affinées et validées en classe pour être reconnues comme base de travail.

Dans notre expérimentation, nous réinvestissons ces conclusions en proposant aux élèves de construire eux-mêmes plusieurs définitions du parallélogramme à partir d'une activité de tri de figures. Les élèves sont invités à justifier leurs choix, à formuler une règle de tri, puis à transformer cette règle en une définition qui sera discutée collectivement. Le rôle de l'enseignant est ici d'orchestrer le débat, de mettre en évidence les propriétés essentielles, et d'accompagner les élèves dans la reformulation progressive de leur définition.

En parallèle, nous cherchons à anticiper plusieurs difficultés identifiées par Ouvrier-Buffet. La première concerne la confusion fréquente entre propriétés nécessaires et suffi-

santes. Les élèves, en particulier les plus jeunes, ont tendance à accumuler des propriétés sans en distinguer le rôle logique. Pour éviter cela, nous utiliserons des contre-exemples ciblés qui mettront en défaut certaines définitions proposées. La seconde difficulté porte sur le manque d'autonomie initiale dans la formulation d'une définition : les élèves n'ont pas spontanément les réflexes logiques et linguistiques nécessaires. C'est pourquoi nous structurons fortement l'activité, en fournissant des outils concrets (cartes de figures, questions-guides) et en accompagnant étroitement la phase de formulation. Enfin, nous faisons en sorte que l'enjeu institutionnel soit explicite : il s'agit bien de produire une définition utilisable en cours, et non d'une simple activité d'expression libre.

Ainsi, bien que le niveau des élèves soit différent, notre expérimentation reprend les éléments essentiels des situations de définition analysées par Ouvrier-Bufferet : activité de tri, discussion collective, statut fort donné aux productions des élèves, et vigilance face aux écueils logiques. Ce cadre nous permet de structurer un travail de co-construction réaliste et exigeant autour de la définition du parallélogramme.

Chapitre 3

Description de l'expérimentation

3.1 Présentation des objectifs et mise en place de l'expérimentation

Notre expérimentation se déroulera au cours d'une séance d'une heure, avec une classe de 6^{ème}. Cette séance a pour objectif principal d'amener les élèves à co-construire avec l'enseignant présent une définition du parallélogramme et à développer un concept-image précis et solide de cette figure géométrique.

L'expérimentation est structurée en deux parties distinctes.

La première partie vise à familiariser les élèves avec les notions de critère de tri et de classification. Pour ce faire, l'enseignant présentera à l'ensemble de la classe une collection de figures géométriques variées. Il effectuera devant les élèves un tri explicite, en deux groupes, en précisant clairement le critère utilisé. Suite à cette démonstration, les élèves seront invités à reproduire ce processus avec au maximum trois critères de tri de leur choix, afin de bien maîtriser cette notion qui sera absolument nécessaire pour la deuxième phase de l'expérimentation.

Dans un second temps, le processus sera "inversé". L'enseignant proposera à nouveau une collection de figures divisée en deux groupes mais, cette fois, sans préciser le critère de tri employé. Ce critère, en réalité « parallélogramme » et « non-parallélogramme », sera à découvrir par les élèves eux-mêmes. Par un débat structuré et des échanges argumentés, les élèves devront identifier les propriétés caractéristiques permettant de justifier ce classement. À l'issue de cette phase de recherche, les élèves seront amenés à formuler explicitement un ou plusieurs critères de tri justifiant ce classement. Cette étape permettra notamment de mettre en lumière le fait qu'il existe plusieurs définitions possibles pour une même figure, en fonction des critères choisis.

Enfin, pour évaluer l'efficacité de la démarche et la solidité du concept-image développé, une brève phase de test sera proposée en fin de séance. L'enseignant présentera rapidement plusieurs figures, demandant aux élèves de déterminer par un vote à main levée si ces dernières sont ou non des parallélogrammes. Ce moment permettra d'évaluer immédiatement la pertinence des définitions co-construites et d'identifier d'éventuelles difficultés persistantes dans la perception du concept.

Cette expérimentation vise ainsi non seulement la construction active par les élèves

d'une définition rigoureuse et partagée du parallélogramme, mais également à leur faire prendre conscience de la pluralité possible des approches définitoires en mathématiques.

3.2 Cadre mathématique et didactique

En mathématiques, une définition est l'énonciation d'un ensemble de propriétés caractéristiques vérifiées exclusivement par une seule classe d'objets. On peut proposer plusieurs définitions pour un même concept, pourvu qu'elles soient mutuellement équivalentes, c'est-à-dire qu'elles caractérisent exactement le même ensemble d'objets. Le parallélogramme, abordé ici en classe de sixième, se caractérise classiquement par l'une des quatre propriétés suivantes, toutes équivalentes sur l'ensemble des quadrilatères :

1. deux paires de côtés opposés parallèles ;
2. deux paires de côtés opposés de même longueur ;
3. deux paires d'angles opposés de même mesure ;
4. des diagonales se coupant en leur milieu.

La maîtrise de ces définitions est essentielle pour développer une rigueur géométrique et prépare directement l'approche vectorielle du parallélogramme en classe de seconde. Notre dispositif de tri invite les élèves à découvrir, pour chaque propriété, qu'elle est à la fois nécessaire et suffisante : les cas critiques sélectionnés excluent tout critère trop lâche (p. ex. « deux côtés de même longueur » sans précision « opposés ») et garantissent l'exclusivité du tri. En identifiant intuitivement ces critères valides, les élèves perçoivent une « pseudo-démonstration » de l'équivalence des définitions et intègrent intuitivement la notion de « si et seulement si ». Cela valide la construction co-élaborée d'une définition rigoureuse et partagée du parallélogramme. De plus, à ce stade scolaire, le concept de parallélogramme est encore peu familier à la majorité des élèves de 6ème. Certains peuvent cependant avoir déjà rencontré cette notion grâce à un enseignement antérieur spécifique. Pour la plupart des élèves ayant étudié ce concept, le parallélogramme est intuitivement perçu comme un "carré penché" ou un "rectangle penché". Notre expérimentation vise à dépasser cette représentation simplifiée en établissant un cadre mathématique précis et en construisant un concept-image rigoureux du parallélogramme. Le choix des figures n'est pas anodin et nous allons expliciter cela ci-dessous :

Description des figures et intérêts didactiques

Pour cette séance, nous utiliserons un ensemble de figures diversifiées dont voici la description et l'intérêt didactique :

- **Figure 1 :**
Un carré classique.
- **Figure 2 :**
Losange très étiré.
- **Figure 3 :**
Un parallélogramme quelconque.
- **Figure 4 :**
Un Losange classique dont la forme sera familière aux élèves.
- **Figure 5 :**
Un second carré mais cette fois ci-dans une orientation différente.

- **Figure 6 :**
Quadrilatère sans aucune paire de côtés parallèles, mais possède deux paires de côtés de même longueur.
- **Figure 7 :**
Rectangle placé verticalement.
- **Figure 8 :**
Trapèze ayant une seule paire de côtés parallèles, et deux côtés de même longueur.
- **Figure 9 :**
Trapèze classique.
- **Figure 10 :**
Quadrilatère quelconque possédant un angle droit et deux côtés de même longueur.
- **Figure 11 :**
Aucune propriété, angles et côtés de mesures différentes.
- **Figure 12 :**
Losange classique.
- **Figure 13 :**
Un deuxième parallélogramme quelconque.
- **Figure 14 :**
Un cerf-volant, deux paires de côtés adjacents égaux mais non parallèles.

- **Intérêt didactique : Figures 1, 2, 4, 5, 7, 12** Ces figures représentent des formes géométriques bien connues des élèves de cet âge : carrés, rectangles et losanges. Leur présence dans cette collection a une finalité didactique précise. En effet, les élèves considèrent souvent ces familles de figures comme strictement distinctes et cloisonnées ; par exemple, un carré n'est généralement pas perçu par eux comme étant simultanément un rectangle et un losange. Il est donc fondamental d'aider les élèves à intégrer les relations d'inclusion existantes entre ces familles, soulignant ainsi que certains quadrilatères appartiennent simultanément à plusieurs catégories géométriques. Cela favorisera une conceptualisation solide et précise du parallélogramme, tout en évitant la simplification excessive consistant à identifier ce dernier simplement comme un « carré penché » ou un « rectangle penché ».

- **Intérêt didactique : Figures 3, 13** Les autres figures proposées sont des parallélogrammes quelconques. Elles viennent compléter et enrichir la conception mentale de cet objet géométrique chez les élèves, en diversifiant les représentations qu'ils peuvent en avoir et en leur permettant d'ajouter des formes de parallélogrammes plus générales à leur répertoire intellectuel.

- **Intérêt didactique : Figures 6, 8, 9, 10, 14** Ce groupe de figures possède certaines propriétés communes avec les parallélogrammes, mais pas suffisamment pour être classées comme telles. L'objectif est de permettre aux élèves d'affiner leur critère de tri et donc leur définition. En effet, en constatant par exemple que certaines figures (comme les trapèzes) possèdent une unique paire de côtés parallèles sans pour autant être des parallélogrammes, les élèves comprendront que le critère initialement intuitif « avoir des côtés parallèles » est insuffisant. Ils seront ainsi amenés à rechercher et à préciser un critère nécessaire et suffisant pour définir rigoureusement un parallélogramme.

- **Intérêt didactique : Figure 11** Enfin, nous présentons ce quadrilatère quelconque, ne vérifiant aucune des propriétés habituelles des figures spécifiques précédentes. Cette figure permet d'illustrer clairement une classe distincte : les « quadrilatères quelconques ». Leur intérêt didactique est de bien marquer la frontière entre les parallélogrammes et ces figures plus générales, en montrant explicitement aux élèves que les quadrilatères quelconques ne peuvent être classifiés comme des parallélogrammes.

Définitions attendues du parallélogramme

À partir des observations des élèves et des échanges en classe, plusieurs définitions du parallélogramme pourront émerger naturellement. Les principales attendues sont les suivantes :

1. **Définition par côtés parallèles** : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.
2. **Définition par côtés égaux** : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux deux à deux.
3. **Définition par diagonales** : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.
4. **Définition par angles** : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux.

Le choix didactique de privilégier initialement la définition par côtés parallèles est motivé par son aspect intuitif et concret, permettant aux élèves de franchir plus facilement le passage entre concept-image et concept-définition.

3.3 Présentation des documents

Le premier document, présenté en annexe 1, sera utilisé durant la première partie de la séance. Il s'agit d'une feuille sur laquelle les élèves devront inscrire leur nom, car elle sera récupérée à la fin de l'activité. Ce document comporte un espace clairement identifié permettant aux élèves de décrire trois tris différents ainsi que leurs critères associés. L'objectif de ce support est de recueillir des informations précises sur les choix réalisés par les élèves et d'évaluer la justesse et la pertinence des critères proposés par ces derniers.

Le deuxième document, figurant en annexe 2, constitue le verso du premier. Il est dédié à la seconde partie de la séance. Cette partie de la feuille inclut un espace intitulé « espace de réflexion » où les élèves peuvent librement noter leurs idées concernant le critère de tri. Ensuite, les élèves devront écrire précisément le critère de tri correspondant au tri effectué par le professeur lors de la deuxième partie de la séance.

En annexe 3 se trouve la collection complète des figures géométriques utilisées lors de la séance. Ces figures sont volontairement présentées sans carreaux, afin d'éviter tout biais dans l'identification spontanée des propriétés du parallélogramme, notamment la longueur égale des côtés opposés. L'absence de quadrillage pousse ainsi les élèves à formuler des critères précis à partir de leur observation. Chaque figure est numérotée de 1 à 14, avec ces numéros placés dans un cercle pour faciliter la communication et la précision dans les descriptions et les tris effectués par les élèves. Ce document est conçu pour être distribué

afin que les élèves puissent manipuler directement les figures et mieux s'en approprier les propriétés.

L'annexe 4 présente le tri réalisé par le professeur au début de la séance, fondé sur le critère suivant : « Quadrilatères ayant tous leurs côtés de même longueur ». Ce document n'est pas destiné à être distribué mais sera projeté devant la classe pour servir d'exemple clair et explicite de la manière dont les élèves doivent formuler un tri ainsi que le critère associé.

Enfin, le dernier document correspond au tri réalisé selon le critère non explicité « parallélogrammes ». Ce document sera distribué au début de la deuxième partie de la séance pour permettre aux élèves de bien observer les figures concernées, d'en analyser précisément les propriétés, et ainsi de faciliter la formulation collective du critère de tri recherché.

3.4 Critères de validation

Dans le cadre de notre problématique, nous devons donc identifier clairement des critères permettant d'évaluer la réussite ou l'échec de notre expérimentation. Nos objectifs principaux sont les suivants : introduire le parallélogramme en co-construisant avec les élèves le plus grand nombre possible de définitions de cette figure géométrique, ce qui les amènera à déduire plusieurs de ses caractéristiques, et construire chez eux un concept-image solide du parallélogramme.

Le critère principal de réussite sera la diversité et la pertinence des critères de tri proposés par les élèves lors de la deuxième partie de la séance. Si une majorité d'élèves parvient à formuler un grand nombre de critères de tri variés et corrects, nous pourrions conclure que l'objectif de co-construction aura été atteint avec succès.

Pour ce qui concerne le concept-image, une évaluation exhaustive demanderait un suivi plus approfondi et prolongé de la classe. Toutefois, dans le cadre limité de cette séance, nous procéderons à un test rapide consistant à présenter quatre figures spécifiques aux élèves : deux parallélogrammes et deux figures n'en étant pas. Les élèves exprimeront par un vote à main levée leur avis quant à l'appartenance ou non de ces figures à la famille des parallélogrammes. Les figures choisies seront volontairement des cas critiques et particuliers, destinés à tester précisément la robustesse du concept-image construit par les élèves. La justesse des réponses obtenues lors de ce vote servira ainsi de critère immédiat pour évaluer la réussite ou non de l'objectif lié à la solidité du concept-image du parallélogramme chez les élèves.

3.5 Analyse a priori de la séance

Introduction (5 minutes)

La séance débutera par un échange introductif bref destiné à mobiliser les connaissances des élèves. Quelques questions simples telles que « Qu'est-ce qu'un tri ? » ou « Qu'est-ce qu'un quadrilatère ? » permettront de vérifier la maîtrise du vocabulaire nécessaire à la compréhension de la tâche et d'engager une première réflexion sur les concepts centraux

abordés. En cas de réponses approximatives ou incorrectes, une reformulation immédiate ou un rappel succinct des définitions sera réalisé afin d'assurer une base commune de compréhension. Si des difficultés persistent, un moment complémentaire sera consacré à renforcer ces connaissances fondamentales. Cette approche initiale s'inscrit dans les préconisations de Wiener concernant la mobilisation efficace des préconceptions afin de structurer clairement le concept-image futur.

Première partie : Découverte et familiarisation avec le tri (25 minutes)

Durant cette première phase, l'enseignant présentera explicitement une collection variée de figures géométriques à l'ensemble des élèves. Un tri selon un critère donné — en l'occurrence, « quadrilatères ayant tous leurs côtés de même longueur » — sera effectué devant la classe. La modélisation sera explicite : chaque figure sera identifiée par un numéro inscrit dans un cercle, et les deux catégories obtenues seront séparées visuellement par un trait vertical. L'objectif de cette démonstration est d'explicitier clairement la démarche de tri ainsi que la façon attendue d'énoncer un critère pertinent.

Cette phase sera également l'occasion de préciser que seuls des critères géométriques, donc mathématiquement valides, seront acceptés. Les tris subjectifs (par exemple, « figures esthétiques ») ou non géométriques (« numéros pairs ou impairs des figures ») seront exclus, afin que les élèves se concentrent exclusivement sur l'aspect géométrique des figures présentée.

Suite à cette présentation, les élèves réaliseront individuellement un tri similaire sur la feuille qui leur sera distribuée, tout en pouvant échanger avec leurs pairs. Il leur sera demandé de reprendre la démarche observée pour formuler clairement leurs propres critères géométriques. En cas de difficultés, un guidage adapté à travers des questions ciblées sera proposé, sans toutefois fournir directement les réponses. L'objectif est de favoriser progressivement l'autonomie des élèves dans la formulation des critères. En clôture de cette étape, un échange collectif sera organisé afin de discuter des critères proposés, d'en évaluer la pertinence et d'initier une réflexion critique sur la rigueur des classements effectués. Cette étape s'inscrit dans les recommandations issues des travaux de Fujita et ses collaborateurs, qui mettent en évidence la difficulté pour les élèves à parvenir à un consensus et à accepter des définitions proposées par leurs pairs. Les réponses attendues seront les critères de tri suivant :

- Présence ou absence d'axes de symétrie.
- Présence ou absence d'angles droits.
- Présence ou absence de côtés parallèles.

qui seront selon moi le plus commun. Je m'attends également à trouver des critères non pertinent, que j'essairais de supprimer des feuilles des élèves en faisant un tour des productions régulièrement en classe. De plus je veindrais poser des questions au élèves les plus calmes afin qu'il font plus que réécrire les résultats de leur collègues et qu'ils ne sortent pas de l'expérimentation.

Deuxième partie : Construction de la définition du parallélogramme (25 minutes)

Dans cette seconde partie, la démarche sera inversée. Une nouvelle collection de figures, déjà réparties en deux groupes distincts selon un critère implicite correspondant à la distinction entre parallélogrammes et non-parallélogrammes, sera présentée aux élèves. L'objectif sera alors que les élèves infèrent eux-mêmes ce critère à travers l'observation et l'échange d'idées.

La multiplicité des critères possibles ne sera introduite par l'enseignant qu'après identification d'un premier critère pertinent par les élèves. Cette stratégie permettra aux élèves de découvrir par eux-mêmes qu'il existe plusieurs définitions valides du parallélogramme, enrichissant ainsi leur conceptualisation. Je m'attends à toute sorte de réponse, bonne comme mauvaise. Pour les bonnes je m'attends à voir tout les critères énumérés plus haut :

- Côtés opposés de même longueur.
- Côtés opposés parallèles.
- Diagonales se coupant en leurs milieux.
- Angles opposés de même mesure.

Pour les erreurs possible je vois bien des critères de tri incomplets ou faux tels que :

- Quatre côtés de même longueur.
- Diagonales se coupants en angles droits.
- Présence de deux angles droits.

Ces erreurs seront pointées en montrant à l'élève concerné en trouvant une figure servant de contre exemple. Par exemple le losange ne possède pas deux angles droits mais fait partie de la famille vérifiant le critère de tri, ainsi l'élève comprendra son erreur. Des critères incomplets et proche d'une solution peuvent également apparaître comme "Deux paires de côtés de même longueur", il faudra dans ce faire comprendre la subtilité à l'élève tout en lui faisant comprendre qu'il est sur la bonne voie. Grâce à des questions ouverte et des contre-exemple si le problème persiste.

Une mise en commun sera effectuée, rassemblant les différentes formulations proposées par les élèves. En cas de difficultés, l'enseignant interviendra ponctuellement par des questions ouvertes afin de stimuler sans diriger excessivement les réflexions. À l'issue de cette phase, les critères identifiés seront notés au tableau et classés selon leur fréquence d'apparition. Une discussion sur la validité mathématique de chaque critère permettra de confirmer leur pertinence. Finalement, plusieurs définitions correctes du parallélogramme émergeront : côtés opposés parallèles, côtés opposés égaux, diagonales qui se coupent en leur milieu, angles opposés égaux. Si certaines de ces propriétés venaient à manquer, l'enseignant les introduira via des exemples et des vérifications collectives. La notion géométrique sous-jacente (le « parallélogramme ») sera alors explicitement nommée, permettant aux élèves de comprendre qu'ils viennent de co-construire rigoureusement sa définition.

Pour évaluer brièvement la solidité du concept-image construit, une activité rapide de validation sera mise en place. Quatre figures spécifiques, dont deux parallélogrammes et deux non-parallélogrammes, seront présentées aux élèves, qui devront se prononcer par vote à main levée sur l'appartenance ou non de chaque figure à la famille des parallélogrammes. Ces figures auront été choisies intentionnellement pour leur caractère non prototypique, permettant ainsi d'éprouver réellement la robustesse des représentations mentales construites. En cas de résultats hétérogènes ou d'erreurs notables, un retour collectif précis sur les difficultés rencontrées sera mené afin de consolider définitivement la compréhension du concept, soulignant l'importance pédagogique de l'exploitation constructive des erreurs.

Chapitre 4

Analyse de l'expérimentation

4.1 Retranscription de la séance

Précisions méthodologiques préalables

La séance analysée ci-dessous a été intégralement enregistrée afin de garantir la fidélité de la retranscription des échanges. Pour des raisons éthiques d'anonymisation, les élèves seront désignés par « Élève 1 », « Élève 2 », etc., tandis que le professeur sera désigné par la lettre « P ».

Après l'installation des élèves, la séance commence par les questions introductives prévues dans l'analyse a priori. Voici la retranscription exacte des premiers échanges :

P : Est-ce que vous savez ce qu'est un tri ?

Élève 1 : Oui, c'est quand on sépare les choses.

P : C'est-à-dire ?

Élève 1 : C'est quand on décide de mettre quelque chose d'un côté et quelque chose de l'autre.

P : Très bien, mais peut-on être plus précis ? Quand on trie, est-ce qu'on range ces choses de façon aléatoire sans raison particulière ?

Élève 1 : Non, en général on suit quelque chose.

P : Effectivement, lorsqu'on effectue un tri, c'est selon un critère, et c'est très important.

Cet échange introductif est pertinent car il me permet de vérifier rapidement que les élèves possèdent une base intuitive mais correcte du concept de tri. Bien qu'encore générale, la réponse de l'élève 1 démontre une bonne compréhension intuitive, me permettant ainsi d'apporter une définition plus précise sur laquelle ils pourront s'appuyer pour la suite.

P : Qu'est-ce qu'un quadrilatère ?

Élève 2 : C'est une figure à quatre côtés.

P : Excellent, j'espère que tout le monde a bien retenu ces définitions.

Cet échange indique clairement que la notion élémentaire de quadrilatère est maîtrisée par cet élève et permet également d'effectuer un rappel auprès du reste de la classe, constituant ainsi une base solide pour la suite des activités.

À l'issue de cette introduction, les élèves reçoivent les feuilles d'activités sur lesquelles ils doivent inscrire leur nom. La collection d'objets géométriques leur est distribuée puis projetée au tableau. J'explique alors clairement que ces objets sont exclusivement des quadrilatères. Pour modéliser précisément la démarche attendue, j'effectue devant eux un tri selon un critère spécifique : quadrilatères ayant tous les côtés de même longueur.

P : Est-il possible de séparer cette famille en trois parties avec un seul critère ?

Élève 3 : Oui.

P : Pourquoi ?

Élève 3 : On peut très bien ranger les figures en trois parties.

P : Si je range dans une partie les figures vérifiant ce critère et dans l'autre celles ne le vérifiant pas, que met-t-on dans cette troisième partie ?

Élève 3 : Ah non, on ne peut pas.

Cette question avait pour but précis de vérifier si les élèves avaient bien saisi la notion essentielle de caractérisation selon un critère unique : distinction nette entre figures vérifiant une propriété donnée et celles ne la vérifiant pas. Cette compréhension est fondamentale pour la suite de l'activité.

Par la suite, les élèves sont invités à effectuer individuellement leurs propres tris en formulant leurs propres critères géométriques. Malgré la précision des consignes, quelques élèves demandent encore s'ils peuvent effectuer des tris basés sur des critères non géométriques, par exemple le classement par numéros pairs ou impairs. Je leur rappelle alors explicitement l'importance de ne retenir que des critères géométriques en accord avec les objectifs fixés.

Voici le tableau indiquant le nombre de tri et les fréquences d'apparition des critères géométriques retenus par les élèves :

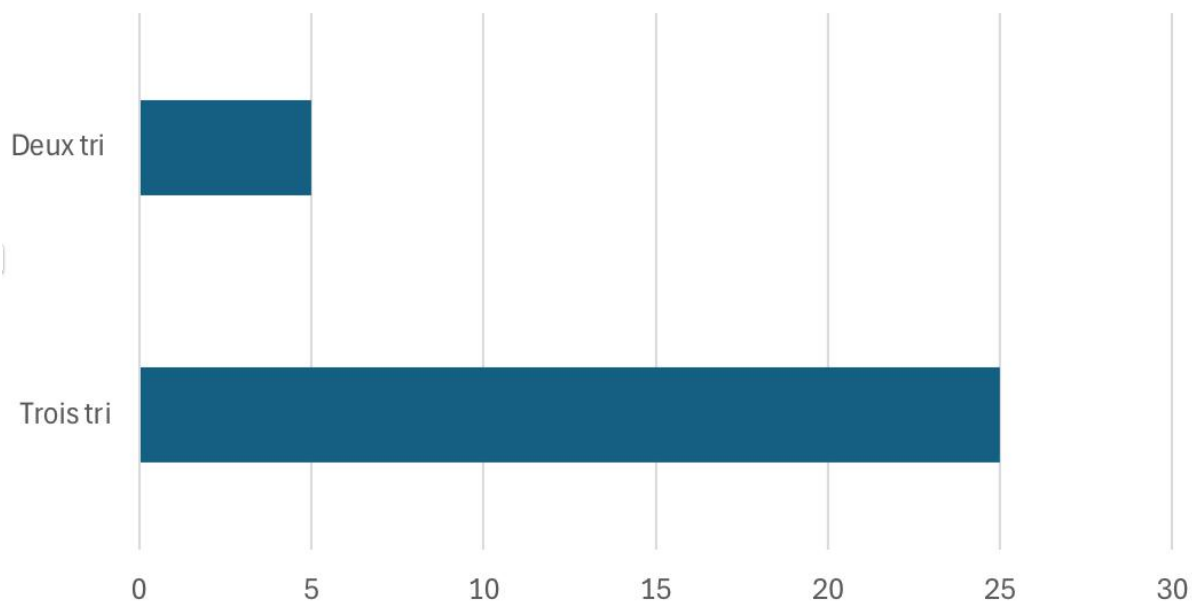


FIGURE 4.1 – Diagramme donnant le nombres de tri par élèves

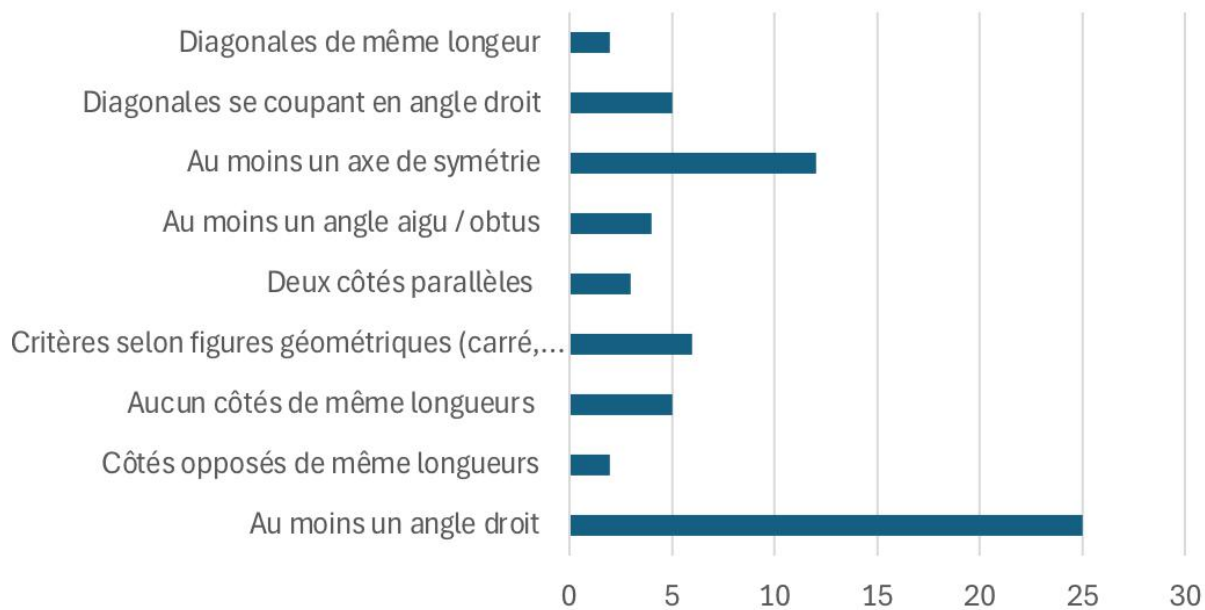


FIGURE 4.2 – Diagramme donnant le nombres d'apparition des différents critère trouvés par les élèves

Ces résultats indique que la majorité des élèves ont formulé trois critères géométriques, ce qui confirme la pertinence pédagogique de la première partie de la séance. On remarque la grande diversité de ceux-ci, ce qui est signe d'une certaine créativité et d'un maîtrise des savoirs géométriques vus juste ici. Nous pouvons considérer que cette première phase est un succès, et suite à un échange avec la classe, afin de les féliciter pour leur travail

et de parler des différents critères de tri vu à travers la classe, nous pouvons passer à la suite de l'expérimentation.

Deuxième partie : Construction de la définition

Dans cette seconde phase, une collection préalablement triée selon la catégorie des parallélogrammes et non-parallélogrammes est présentée, sans mentionner explicitement le terme « parallélogramme » ni même de critère précis. L'objectif est d'éviter tout biais lié au terme « parallèle », pouvant influencer les réponses des élèves. L'idée est donc de les conduire à formuler eux-mêmes plusieurs critères valides définissant cette famille de figures.

Certains élèves trouvent spontanément plusieurs critères valides, d'autres en trouvent un seul. Voici un échange significatif illustrant cette situation :

P : Très bon travail, félicitations. Ton critère est excellent, mais sache qu'il y en a d'autres.

Élève 4 : Comment ça ?

P : Oui, il y a plusieurs manières d'expliquer ce tri.

Élève 4 : Ah d'accord, c'est bizarre..

Ce dialogue montre explicitement les difficultés rencontrées par les élèves à accepter la pluralité des définitions possibles pour une même famille géométrique, difficulté identifiée dans les recherches de Fujita et ses collaborateurs.

Un autre élève rencontre des difficultés en explorant exclusivement la caractéristique des diagonales :

P : Alors, ça avance ?

Élève 5 : Non, j'y arrive pas.

P : Je vois que tu as dessiné les diagonales, tu es sur la bonne voie.

Élève 5 : Oui, mais je ne comprends pas le rapport.

P : Observe attentivement, utilise ta règle, fais quelques mesures.

Élève 5 : Est-ce que c'est parce que les diagonales forment un angle droit ?

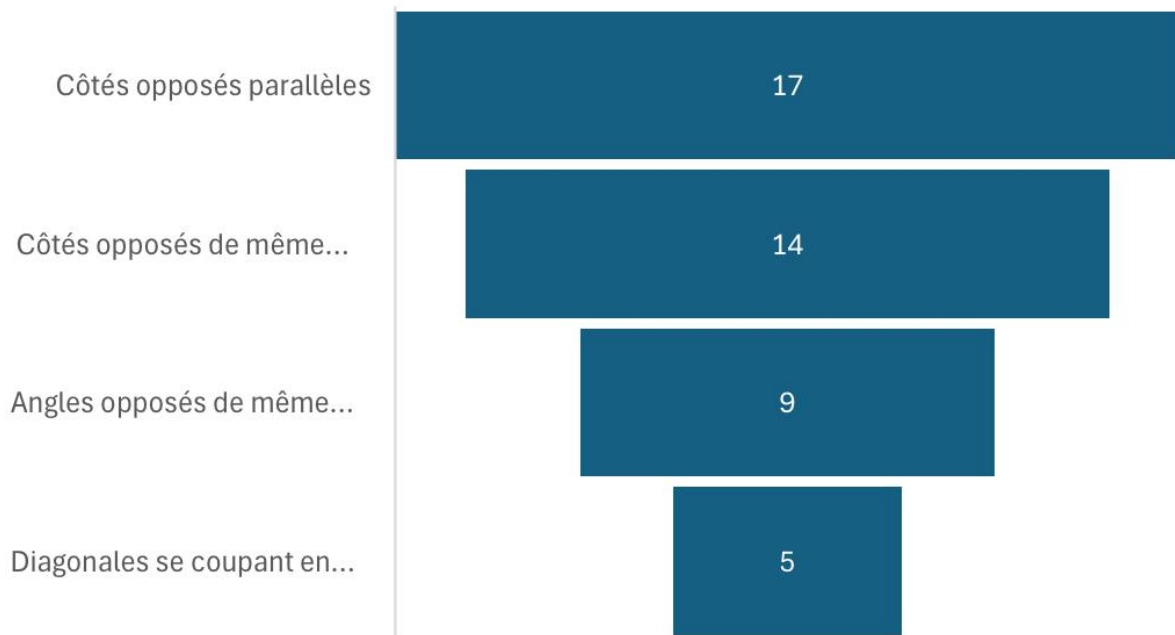
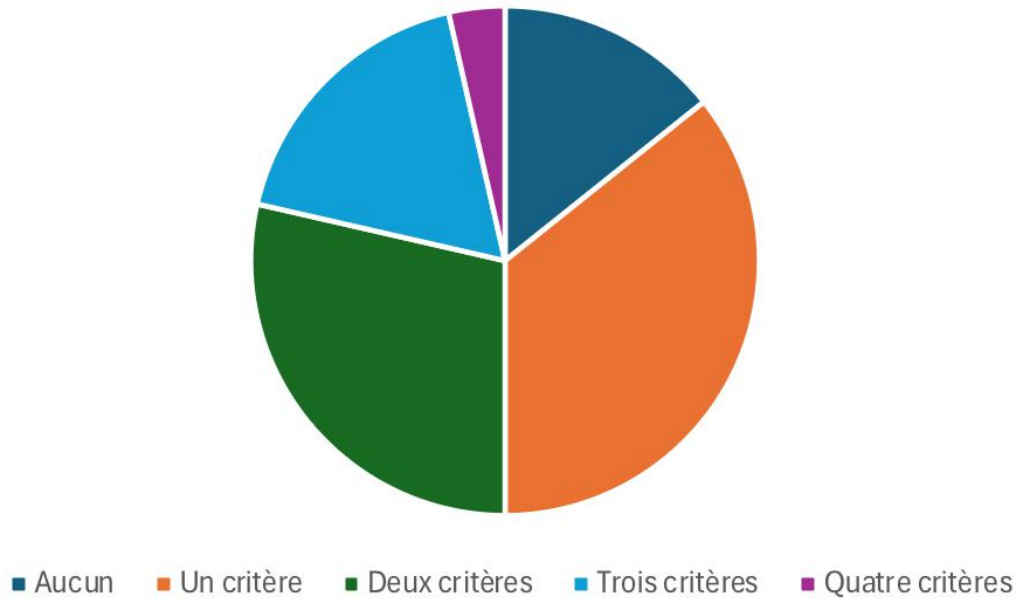
P : Non, regarde ce cerf-volant, ses diagonales ne sont pas perpendiculaires, pourtant il n'est pas dans la même catégorie. Mais effectivement, les diagonales jouent un rôle précis, continue à chercher.

Ce passage est révélateur des conceptions variées des élèves en géométrie et montre que certains s'appuient naturellement sur des éléments spécifiques (ici les diagonales) plutôt que sur des critères plus fréquents comme les côtés opposés parallèles ou égaux. De plus cet échange illustre le processus prévu lors de l'analyse a priori permettant aux élèves d'être guidé vers un critère correct.

10 minutes avant la fin de l'heure je rassemble la classe pour effectuer une synthèse collective.

Cet échange est important car il révèle que certains élèves avaient déjà rencontré le concept de parallélogramme, au moins partiellement, au primaire. Bien que le terme exact n'ait pas été parfaitement retenu, cette préconnaissance leur permet d'ancrer davantage le concept-image élaboré au cours de la séance.

Voici deux diagrammes, présentant le nombre de bons critères trouvés par chaque élève ainsi que l'apparition des critères dans le travail des élèves.



Je présente alors à l'ensemble des élèves les différentes définitions trouvées, en explicitant clairement chaque critère. Les deux critères les plus fréquents (côtés opposés parallèles et côtés opposés de même longueur) ainsi que celui portant sur les angles opposés égaux sont rapidement acceptés par les élèves, car ils correspondent à des propriétés facilement observables visuellement. Cependant, la propriété des diagonales se coupant en leur milieu suscite une certaine réticence.

Afin de lever ce doute, j'effectue alors au tableau une démonstration explicite, en choisissant deux figures spécifiques sur lesquelles je trace précisément les diagonales à l'aide d'une règle. En montrant concrètement que ces diagonales se coupent effectivement en leur milieu, j'insiste sur la validité de ce critère. Cette démonstration explicite au tableau permet ainsi une acceptation plus aisée par la classe, même si une pratique individuelle aurait été souhaitable si le temps l'avait permis.

Ainsi pour finir je leur précise qu'ils viennent de construire la définition d'une famille de quadrilatères particuliers qu'ils étudieront plus en profondeur l'année prochaine. Cet échange a lieu juste avant de leur donner le nom de cette dite famille :

P : Bonjour à tous, félicitations pour votre travail. Vous avez réussi à construire une famille d'objets bien particuliers. Est-ce que certains d'entre vous connaissent déjà le nom de ces figures, ou en ont entendu parler à l'école primaire ?

Élève 6 : Oui monsieur, je crois que ce sont des parallélogrammes.

P : Presque ! Quelqu'un d'autre a une idée ? **Élève 7** : Ce sont des parallélogrammes monsieur.

Finalement, j'annonce aux élèves que le critère que nous retiendrons comme définition principale, du fait de sa fréquence et de sa simplicité visuelle, est celui des côtés opposés parallèles. J'insiste toutefois sur le fait que les trois autres critères trouvés par les élèves restent totalement corrects et valides.

Pour conclure la séance, un rapide test collectif est réalisé afin d'évaluer la solidité du concept-image construit chez les élèves. Je dessine à main levée quatre figures particulières au tableau (voir annexe), puis leur demande collectivement si ces figures correspondent ou non à des parallélogrammes. Les réponses majoritairement correctes montrent que le concept est globalement bien assimilé par les élèves à l'issue de cette expérimentation.

La séance décrite précédemment s'est déroulée dans une atmosphère positive et dynamique. Les élèves ont semblé particulièrement intéressés par les activités proposées et ont activement participé aux échanges et aux débats collectifs. Tout au long de la séance, la communication entre élèves a été riche et constructive, ce qui leur a permis de construire ensemble les définitions attendues. De mon point de vue d'enseignant, cette expérimentation m'a permis d'atteindre les objectifs que je m'étais fixés initialement, et le ressenti global des élèves a paru particulièrement favorable.

4.2 Analyse de productions

Première production

Exercice de tri sur les quadrilatères

ÉTAPE 1

Tri 1 :

②	③	⑥	⑭
④	⑦	⑨	⑬
①	②	⑩	
⑤	⑧	⑪	

Critère 1 : ils sont un axe de symétrie

Tri 2 :

①	⑤	⑩	⑦	②	③	⑨
				④	⑥	⑧
				⑬	⑭	⑫
						⑪

Critère 2 : On au moins 1 angle droit

Tri 3 :

①	②	④	⑤	⑥	⑧	⑦	⑨	⑬	⑪
⑫									

Critère 3 : Quand les diagonales forme un angle droit

1

La première production analysée révèle que l'élève a proposé trois critères de tri extrêmement pertinents : l'existence ou non d'axes de symétrie, la présence ou non d'angles droits, et le croisement des diagonales en angles droit. Ces critères montrent que l'élève a pleinement compris la consigne donnée, qui consistait à sélectionner des critères géométriques pour catégoriser des quadrilatères. Sa capacité à choisir des critères géométriquement significatifs révèle une bonne maîtrise du vocabulaire et des notions géométriques mobilisées. On peut affirmer que l'élève possède un concept-image robuste des propriétés géométriques fondamentales. Cela se traduit concrètement par sa facilité à visualiser et à identifier clairement des propriétés structurantes chez ces figures géométriques. Son aisance à formuler et à justifier ces critères traduit une compréhension approfondie des objectifs didactiques fixés par l'enseignant.

Deuxième production

Exercice de tri sur les quadrilatères

ÉTAPE 1

Tri 1 : $\begin{array}{c|c} 1/4 & 1/3 \\ 5/12 & 6/7/8/9/10/11/13/14 \\ 2 & \end{array}$

Critère 1 : *J'ai classé les figures qui ont quatre côtés de même longueur, et j'ai séparé les autres*

Tri 2 : $\begin{array}{c|c} 1/7/15 & 2/3/4/6/8/9/10/11/12/13/14 \end{array}$

Critère 2 : *Ceux qui ont des angles droits et tout les autres*

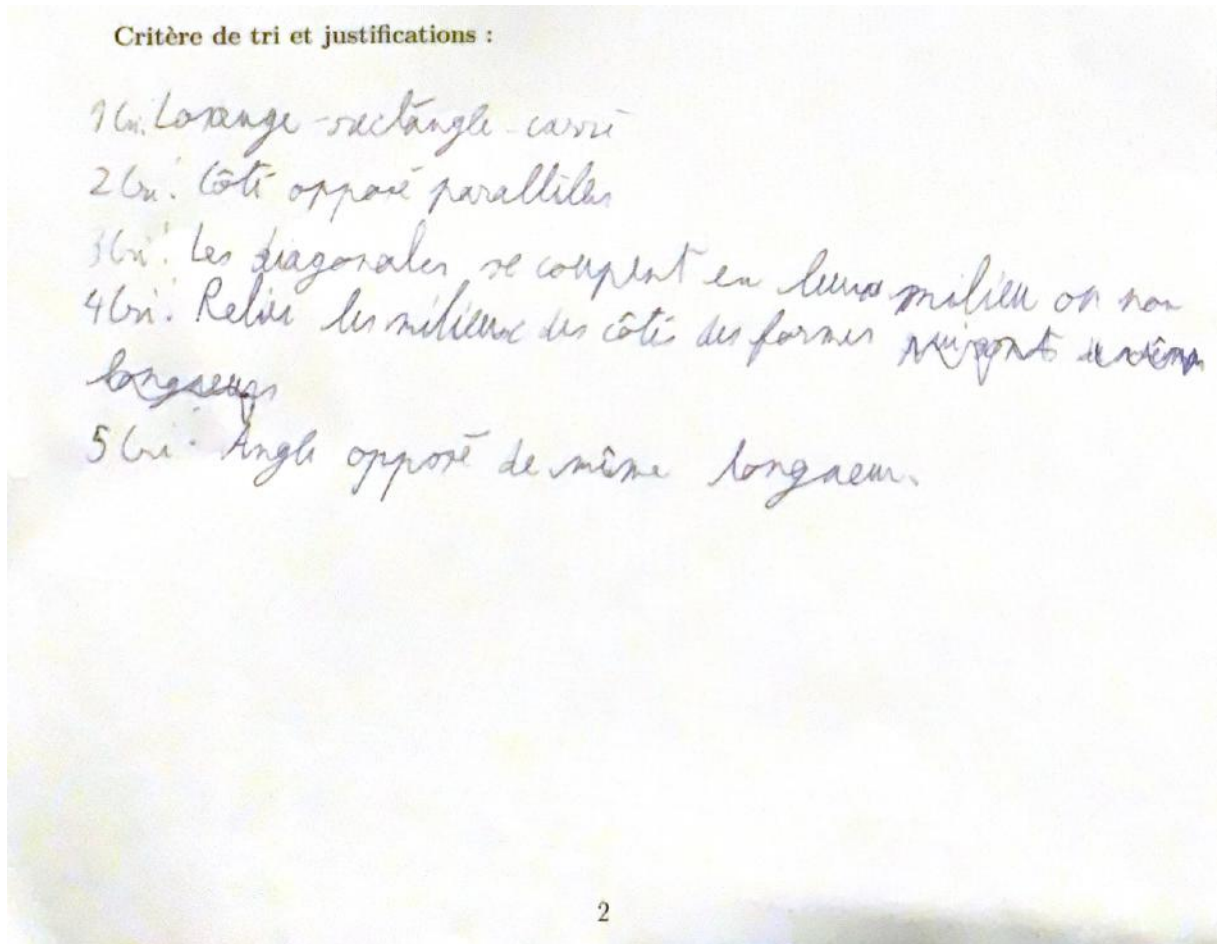
Tri 3 : $\begin{array}{c|c} 1/2/3/4 & 6/7/9/10/11/14 \\ 5/8/19 & \\ 12/13 & \end{array}$

Critère 3 : *les parallèles*

1

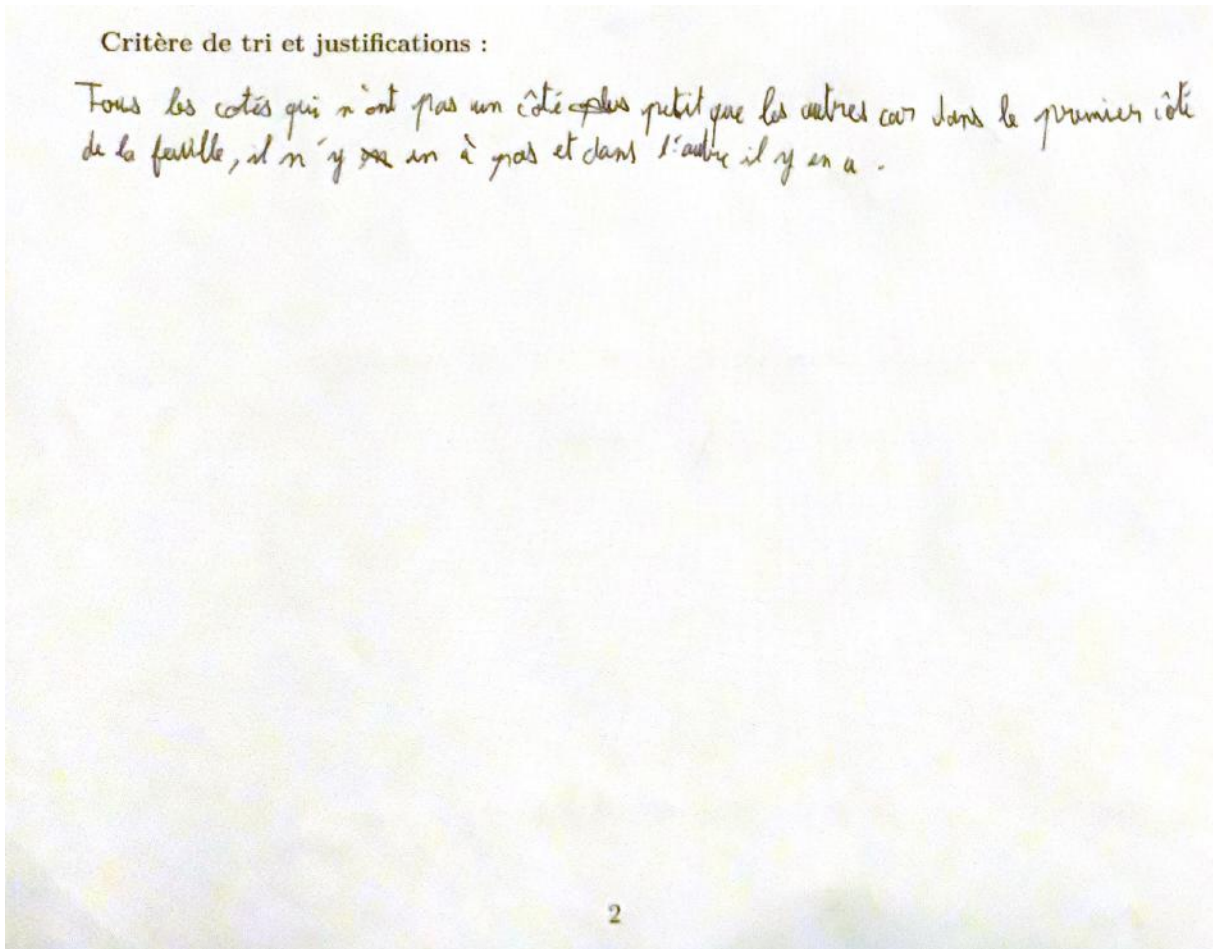
L'élève a proposé trois critères de tri tout à fait pertinents, ce qui montre qu'il a saisi l'importance de la consigne. Cependant, la formulation de ces critères reste trop floue et inexacte, entraînant des tris comportant des erreurs concrètes. Cette discordance entre l'idée correcte qui se dessine dans son esprit et la façon dont il l'exprime révèle une fragilité de son concept-image, au sens de Vinner, et une maîtrise partielle des notions de base. Il sera donc nécessaire d'organiser un entretien didactique ciblé pour l'aider à préciser son vocabulaire géométrique, vérifier sa compréhension des propriétés et consolider son repérage des figures avant de poursuivre la séquence.

Troisième production



La troisième production se distingue par la créativité et la rigueur apparente de l'élève, qui propose trois critères de définition du parallélogramme rédigés de façon soignée. Toutefois, l'analyse précise révèle que deux critères de plus ne caractérisent pas véritablement le parallélogramme : l'un est formulé de manière incompréhensible, manquant de précision, et l'autre s'avère faux, comme peut être démontré par un contre-exemple élémentaire. Ces deux erreurs signalent un concept-image encore perfectible, malgré la qualité générale de la production. Un entretien didactique permettra de clarifier l'énoncé mal rédigé et de présenter le contre-exemple démontrant la fausseté de l'autre critère, renforçant ainsi définitivement la structuration de ses représentations géométriques.

Quatrième production



L'élève formule le critère ainsi : « Tous les côtés qui n'ont pas un côté plus petit que les autres, car dans le premier côté de la feuille, il n'y en a pas, et dans l'autre, il y en a. » Cette énonciation incompréhensible révèle sa tentative de décrire une propriété géométrique, mais son concept-image demeure trop fragile pour organiser clairement ses idées. L'imprécision lexicale et logique empêche toute analyse opératoire des figures et rend impossible l'élaboration d'un critère de définition correct. Il conviendra donc de proposer à cet élève un accompagnement ciblé portant d'abord sur la verbalisation précise des notions (longueur relative des côtés, parallélisme, etc.), puis sur la mise en pratique de ces repères afin de consolider son concept-image et lui permettre de formuler un critère fiable.“

4.3 Synthèse

Comme le montrent les statistiques recueillies lors de l'expérimentation, la première phase de tri a conduit la majorité des élèves à proposer plus de trois critères variés, attestant d'une forte implication et d'une riche diversité de concept-images mobilisées. Les profils observés sont hétérogènes : certains élèves ont formulé des tris géométriquement solides dès la première étape, tandis que d'autres ont rencontré des difficultés de précision terminologique, nécessitant un accompagnement ciblé. Lors de la seconde phase, la plupart des élèves a identifié un ou deux critères corrects pour caractériser les parallélogrammes, avec une prédominance nette pour le parallélisme des côtés et l'égalité des longueurs opposées. Ces résultats suggèrent que la démarche de co-construction a permis à la majorité des apprenants de consolider un concept-image pertinent et opérationnel du parallélogramme, même si quelques cas isolés requièrent encore un travail de renforcement pour parfaire la rigueur géométrique.

Chapitre 5

Conclusion

Ce mémoire s'est donné pour objectif d'examiner en quoi une approche socio-constructiviste de la définition, fondée sur la co-construction, permet d'améliorer le concept-image et la conceptualisation du parallélogramme chez des élèves de sixième. À travers une revue théorique et une expérimentation en classe, plusieurs enseignements se dégagent.

Premièrement, le cadre théorique a mis en évidence l'importance du concept-image tel que développé par Shlomo Vinner pour comprendre la manière dont les apprenants construisent et mobilisent leurs représentations mentales de notions géométriques. Les travaux de Fujita et de ses collaborateurs ont souligné les difficultés que rencontrent les élèves pour parvenir à un consensus et pour accepter les définitions proposées par leurs pairs. Quant à Cécile Ouvrier-Buffet, elle a insisté sur le rôle déterminant de l'interaction sociale dans la construction des savoirs mathématiques.

Deuxièmement, l'expérimentation a confirmé que la co-construction des définitions engage activement les élèves : dès la première phase de tri, les élèves ont montré leur capacité à formuler et justifier des critères géométriques pertinents, témoignant d'une appropriation solide du vocabulaire et des concepts initiaux. La deuxième phase, centrée sur la découverte des critères du parallélogramme, a révélé une diversité d'approches — côtés opposés parallèles, côtés opposés de même longueur, angles opposés égaux, diagonales se coupant en leur milieu — chacune renforçant le concept-image des apprenants. Les échanges, tant entre pairs qu'avec l'enseignant, ont permis de clarifier et d'enrichir ces différentes définitions, illustrant pleinement la démarche socio-constructiviste.

Troisièmement, l'analyse des productions d'élèves a montré que certains apprenants ont su se forger un concept-image bien structuré, tandis que d'autres nécessitent un guidage plus soutenu. Les interventions ciblées ont permis de consolider les représentations fragiles, notamment pour les propriétés liées aux diagonales. Cette progression confirme l'importance du questionnement guidé et de la négociation des significations en situation d'apprentissage.

Malgré la réussite globale de l'expérimentation, plusieurs limites méritent d'être mentionnées. Le contexte de laboratoire de classe unique, la possible influence mutuelle entre élèves et la brièveté de l'intervention constituent des facteurs susceptibles d'avoir biaisé les résultats. De plus, l'évaluation finale par vote à main levée ne permet pas de saisir entièrement la profondeur du concept-image individuel.

En perspective, il serait intéressant d'étendre cette démarche à d'autres figures géomé-

triques voir a d'autres concept et à d'autres niveaux scolaires, ainsi que de recourir à des évaluations plus fines (entretiens, tests écrits) pour analyser plus précisément l'évolution du concept-image. La co-construction des définitions apparaît néanmoins comme une voie prometteuse pour renforcer l'autonomie des élèves et leur compréhension conceptuelle.

En conclusion, ce mémoire illustre que la mise en place d'une approche socio-constructiviste de la définition en classe de sixième permet non seulement de dynamiser les apprentissages et l'engagement des élèves, mais aussi de développer des concept-images plus riches et plus solides du parallélogramme.

Bibliographie

- SHLOMO, Vinner. Rôle of définitions in the teaching and learning of mathematics
In TALL, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht : Springer, 2002.
p. 65-81.
- FOUURIAT, Michel. *La co-construction : Une alternative managériale*. Rennes :
Presses de l'EHESCP, 2019. p 15.
- LAROUSSE. Définition [en ligne]. Consulté le 02/04/2025.
<https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/définition/22700>
- OUVRIER-BUFFET, Cécile. *Construction de définitions / construction de concept :
vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathéma-
tiques*. Thèse d'état : didactique des mathématiques : Grenoble : Université Joseph
Fourier : 2004.
- Taro Fujita, Jonathan Doney et Rupert Wegerif. *Students' collaborative decision-
making processes in defining and classifying quadrilaterals : a semiotic/ dialogic
approach*. *Educational Studies In Mathematics*, Avril 2019, Volume 101, p.341-
356.

Annexe 1 : Feuille de la séance d'expérimentation recto

Nom :

Prénom :

Exercice de tri sur les quadrilatères

ÉTAPE 1

Tri 1 :

Critère 1 :

Tri 2 :

Critère 2 :

Tri 3 :

Critère 3 :

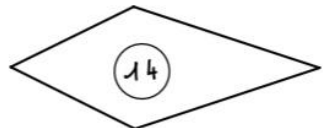
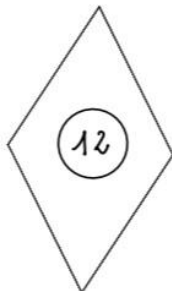
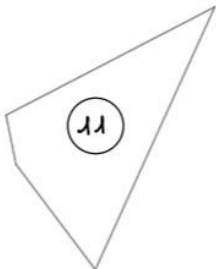
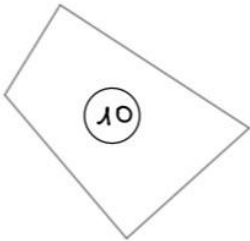
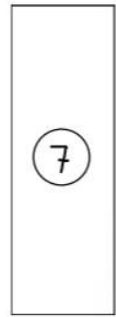
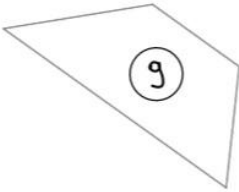
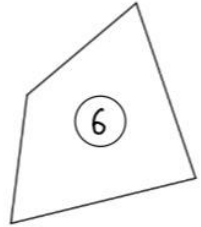
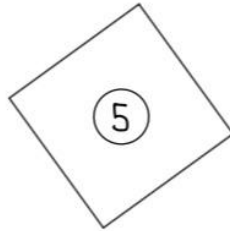
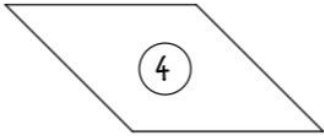
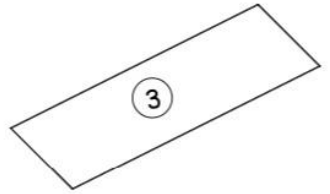
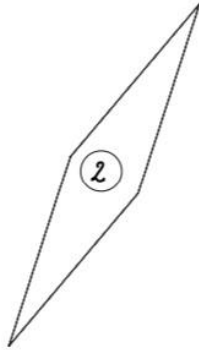
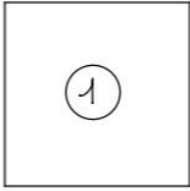
Annexe 2 : Feuille de la séance d'expérimentation verso

ÉTAPE 2

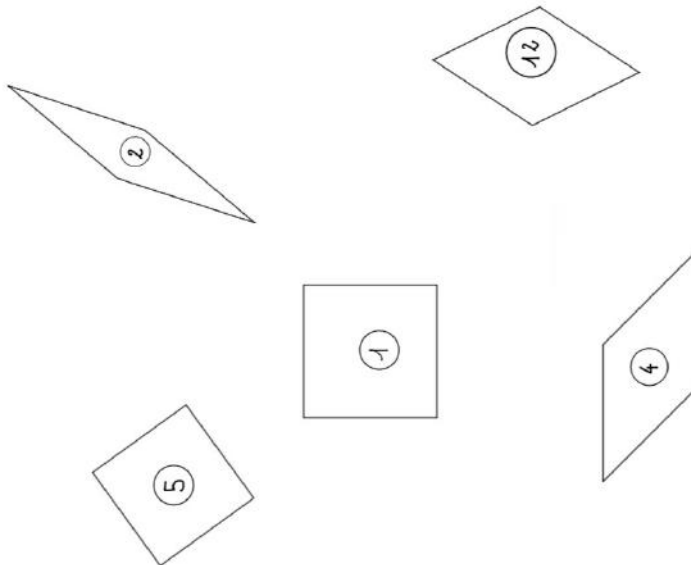
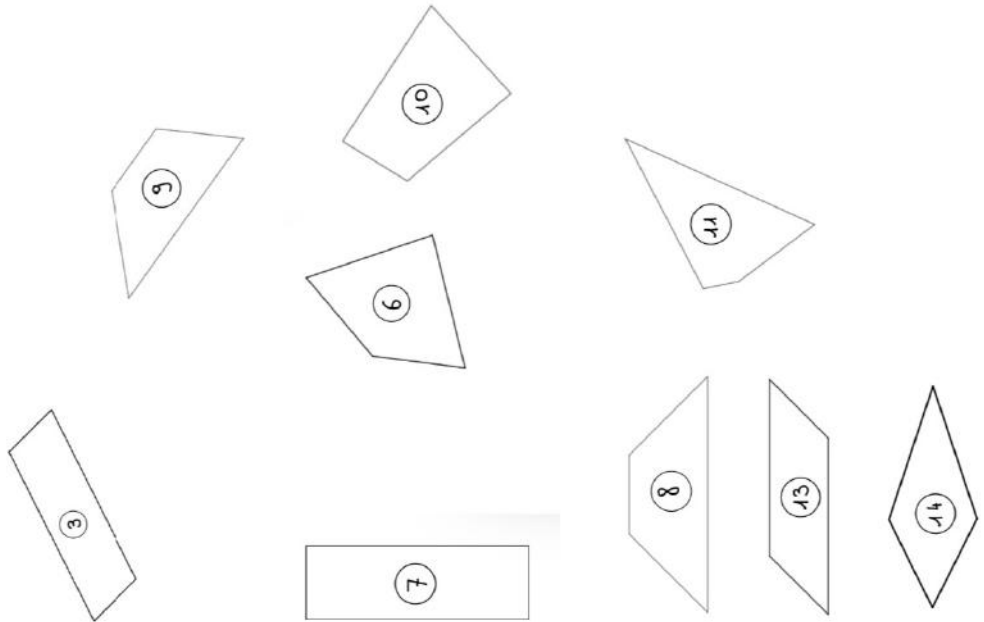
Espace de réflexion :

Critère de tri et justifications :

Annexe 3 : Collection de figures



Annexe 4 : Tri d'exemple



Annexe 5 : Tri parallélogramme / non parallélogramme

