$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a+b) = ka + kb$$

CALCUL LITTÉRAL

$$x^2 = -1$$

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Plan du bloc «calcul littéral»

$k(a+b) = ka + kb$

Séance 1

- **Tâches liées (relief) au calcul littéral au cycle 4**
- **Le programme de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4**
- **Les obstacles liés à l'enseignement du calcul littéral**
- **Situations d'introduction pour le calcul littéral**

Séance 2

- **Trace écrite de cours**
- **Aides potentielles pour les élèves**
- **Classe de problèmes**

$x^2 = -1$

Liste non exhaustive de documents de référence sur le calcul littéral au cycle 4

Document d'accompagnement du cycle 4 « Utiliser le calcul littéral », Éduscol (2016)

Document d'accompagnement « Du numérique au calcul littéral », Éduscol (2008)

COMBIER.G-PRESSIAT.A-GUILLAUME.J-C Les débuts de l'algèbre au collège. INRP (1996)

COPPÉ.S-GRUGEON.B Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ? Actes de la CORFEM 2009

CHAACHOUA.H-FERRATON.G Rapport institutionnel au calcul littéral au collège. État des lieux et perspectives, Petit'x n°91

COPPÉ.S Étude des processus de vérifications mis en œuvre par les élèves, Bulletin APMEP n°411 1997

VLASSIS.J-DEMONTY.I-SQUALLI.H Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs, NCRE vol 20 n°3 (2017)

Les traces écrites

<u>Consigne 4 :</u>

À chaque fois, écrire la consigne que vous donneriez dans votre classe.

a) Pour trouver $x+5$ à partir de l'expression $5x+2-(4x-3)$

b) Pour trouver $5x^2-3x+6$ à partir de l'expression $10+3x+5x^2-4-6x$

c) Pour trouver $20x^2$ à partir de l'expression $-5x^2\times(-4)$

d) Pour trouver $2x^2-6x$ à partir de l'expression $-x+x(2x-5)$

1 Allez sur wooclap.com

2 Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

Code d'événement **POTNSR**

Activer les réponses par SMS

Les traces écrites

Écrire la consigne que vous donneriez dans votre classe.

a) Pour trouver $x+5$ à partir de l'expression $5x+2-(4x-3)$.

Voici des productions obtenues lors de stages de formation continue :

réduire - enlever les parenthèses en respectant les règles - supprimer les parenthèses - écrire avec le moins de signes possibles - réduire et ordonner - développe et réduit - Calculer - simplifier - simplifier l'expression - développe, réduit et ordonne - effectue et réduit - soustrait le polynôme - effectuer

Les traces écrites

Écrire la consigne que vous donneriez dans votre classe.

b) Pour trouver $5x^2 - 3x + 6$ à partir de l'expression $10 + 3x + 5x^2 - 4 - 6x$.

Voici des productions obtenues lors de stages de formation continue :

Réduire - simplifier - simplifier au maximum - Réduit et ordonne

Les traces écrites

Écrire la consigne que vous donneriez dans votre classe.

c) Pour trouver $20x^2$ à partir de l'expression $-5x^2 \times (-4)$.

Voici des productions obtenues lors de stages de formation continue :

Réduire - simplifier - simplifier au maximum - Simplifie l'écriture - Multiplie - exprimer le plus simplement possible

Les traces écrites

Écrire la consigne que vous donneriez dans votre classe.

d) Pour trouver $2x^2 - 6x$ à partir de l'expression $-x + x(2x - 5)$.

Voici des productions obtenues lors de stages de formation continue :

développe et réduit et ordonne - effectuer - réduit et ordonne -
effectue le produit puis réduit - utilise la distributivité - simplifier - réduire

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Les traces écrites

$k(a + b) = ka + kb$

Trois types de consignes :

Consignes qui précisent (ou pas…) la nature du calcul à faire

calculer/effectuer/ effectue et réduit/ développe, réduit et ordonne/ développer / développe et réduit / réduire/ réduire et ordonner / réduit

Consignes qui portent sur la forme de l'expression à obtenir

supprimer les parenthèses / simplifier / simplifier au maximum / écrire avec le moins de signes possibles / simplifier l'expression / exprimer le plus simplement possible / simplifie l'écriture

$x^2 = -1$

Consignes qui indiquent ce qu'il faut faire

multiplie/ soustrait le polynôme / effectue le produit puis réduit/ utilise la distributivité / enlever les parenthèses en respectant les règles

Les traces écrites

CONSTATS :

- Grande diversité dans les productions à toutes les formations ; diversité que rencontrent les élèves au cours de leur scolarité…

- Discussions autour de l'écriture des consignes pour ce type de tâche (Une seule consigne ou plusieurs ? Laquelle ou lesquelles ?
  Faut-il se mettre d'accord entre enseignants ?
  Faut-il donner une définition des mots utilisés dans les consignes ?)

Enquête PRAESCO

62 % des enseignants choisissent la définition
« Réduire une expression littérale, c'est regrouper les termes par famille »
72 % des enseignants choisissent la définition,
« Réduire une expression littérale revient à l'écrire avec le moins de termes possible »

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Les traces écrites

$k(a+b) = ka + kb$

Consigne 5 :

Analyser cette trace écrite de cours extraite d'un manuel de 4e

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018

Extrait de l'introduction du programme du cycle 4

Une trace de cours claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. [...] la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées. Ne se limitant pas à un catalogue de recettes, mais explicitant les objectifs et les liens, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il pourra se tourner autant que de besoin et tout au long du cycle. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mise en mémoire et le développement de compétences.

Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique, rédactionnelle) des traces figurant au tableau ou dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de distinguer le statut des énoncés (définition, propriété – admise ou démontrée –, conjecture, démonstration, théorème) et de respecter les enchaînements logiques.

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

2 Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : $A = 3(x + 7)$.

Correction

$A = 3(x + 7)$

$A = 3 \times (x + 7)$

$A = 3 \times x + 3 \times 7$

$A = 3x + 21$

Énoncé

Développe : $C = -3{,}5(x - 2)$.

Correction

$C = -3{,}5(x - 2)$

$C = -3{,}5 \times (x - 2)$

$C = (-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

$C = -3{,}5x + 7$

$x^2 = -1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Les traces écrites

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : A = $3(x+7)$.

Correction

A = $3(x+7)$

A = $3 \times (x+7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x-2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x-2)$

C = $-3{,}5 \times (x-2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

$x^2 = -1$

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4e

2 Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : $A = 3(x + 7)$.

Correction

$A = 3(x + 7)$

$A = 3 \times (x + 7)$

$A = 3 \times x + 3 \times 7$

$A = 3x + 21$

Énoncé

Développe : $C = -3{,}5(x - 2)$.

Correction

$C = -3{,}5(x - 2)$

$C = -3{,}5 \times (x - 2)$

$C = (-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

$C = -3{,}5x + 7$

$x^2 = -1$

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4^e

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Pas de référence à la structure de l'expression

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : A = $3(x + 7)$.

Correction

A = $3(x + 7)$

A = $3 \times (x + 7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x - 2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x - 2)$

C = $-3{,}5 \times (x - 2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

$x^2 = -1$

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Implicite sur les quantificateurs

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4e

Pas de référence à la structure de l'expression

Pas de référence à la structure de l'expression

Cours et méthodes

2 Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : A = $3(x+7)$.

Correction

A = $3(x+7)$

A = $3 \times (x+7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x-2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x-2)$

C = $-3{,}5 \times (x-2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

$x^2 = -1$

Les traces écrites

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Soient k, a et b trois nombres.

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4^e

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Pas de référence à la structure de l'expression

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Ostensif

Pas de référence à la propriété

Énoncé

Développe : A = $3(x + 7)$.

Correction

A = $3(x + 7)$

A = $3 \times (x + 7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Pas de référence à la structure de l'expression

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x - 2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x - 2)$

C = $-3{,}5 \times (x - 2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4^e

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Pas de référence à la structure de l'expression

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Ostensif
Pas de référence à la propriété

■ **Énoncé**

Développe : A = $3(x+7)$.

Correction

A = $3(x+7)$
A = $3 \times (x+7)$
A = $3 \times x + 3 \times 7$
A = $3x + 21$

Pas de référence à
la structure de l'expression

■ **Énoncé**

Développe : C = $-3{,}5(x-2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x-2)$
C = $-3{,}5 \times (x-2)$
C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$
C = $-3{,}5x + 7$

Pas de monôme de degré 1
pour le nombre k

$x^2 = -1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Les traces écrites

$k(a + b) = ka + kb$

Cours et méthodes

2) Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Énoncé

Développe : A = $3(x + 7)$.

Correction

A = $3(x + 7)$

A = $3 \times (x + 7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x - 2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x - 2)$

C = $-3{,}5 \times (x - 2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

Implicite sur les quantificateurs

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4e

Pas de référence à la structure de l'expression

Ostensif
Pas de référence à la propriété

Pas de référence à
la structure de l'expression

Pourquoi on s'arrête ?

Pas de monôme de degré 1
pour le nombre k

$x^2 = -1$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

Les traces écrites

$k(a+b)=ka+kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4e

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Pas de référence à la structure de l'expression

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

Ostensif

Pas de référence à la propriété

Énoncé

Développe : $A = 3(x+7)$.

Correction

$A = 3(x+7)$

$A = 3 \times (x+7)$

$A = 3 \times x + 3 \times 7$

$A = 3x + 21$

Pas de référence à la structure de l'expression

Pourquoi on s'arrête ?

$x^2 = -1$

Énoncé

Développe : $C = -3{,}5(x-2)$.

Correction

$C = -3{,}5(x-2)$

$C = -3{,}5 \times (x-2)$

$C = (-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

$C = -3{,}5x + 7$

Pas de monôme de degré 1 pour le nombre k

N'utilise pas l'égalité de la propriété

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Cours et méthodes

Implicite sur les quantificateurs

2) Développer

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Distinction qui n'a plus lieu d'être en 4e

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

Pas de référence à la structure de l'expression

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

■ **Énoncé**

Développe : $A = 3(x+7)$.

Correction

$A = 3(x+7)$

$A = 3 \times (x+7)$

$A = 3 \times x + 3 \times 7$

$A = 3x + 21$

Ostensif
Pas de référence à la propriété

Pas de moyen de contrôle

Pas de référence à
la structure de l'expression

Pourquoi on s'arrête ?

■ **Énoncé**

Développe : $C = -3{,}5(x-2)$.

Correction

$C = -3{,}5(x-2)$

$C = -3{,}5 \times (x-2)$

$C = (-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

$C = -3{,}5x + 7$

Pas de monôme de degré 1
pour le nombre k

N'utilise pas l'égalité
de la propriété

$x^2 = -1$

Les traces écrites

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

46 % des enseignants sont d'accord

Développer un produit de facteurs

Définition : développer un produit de facteurs

Développer un produit de facteurs, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence de termes en utilisant la distributivité de la multiplication et en simplifiant.

Exemple :

A = 4(3x + 2) ← 4 est le facteur commun

A = 4 x 3x + 4 x 2 ← On développe le produit.

A = 12x + 8 ← On simplifie l'écriture.

86% des enseignants sont d'accord

Développer un produit avec la distributivité

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme ou différence.

Règle

k, a et b désignent des nombres.

k(a + b) = ka + kb

k(a – b) = ka – kb

Exemple :

A = 4(3x + 2)

A = 4 x 3x + 4 x 2

A = 12x + 8

Exemple :

A = 5(2x – 4)

A = 5 x 2x – 5 x 4

A = 10x – 20

50 % des enseignants sont d'accord

Développer des expressions littérales

Distributivité

Propriété

Pour tous nombres a, b et k, on a k(a + b) = ka + kb

Définition

Développer une expression littérale, c'est utiliser la distributivité pour transformer un produit en somme (ou en différence).

Exemple :

A = 4(3x + 2)

A = 4 x 3x + 4 x 2

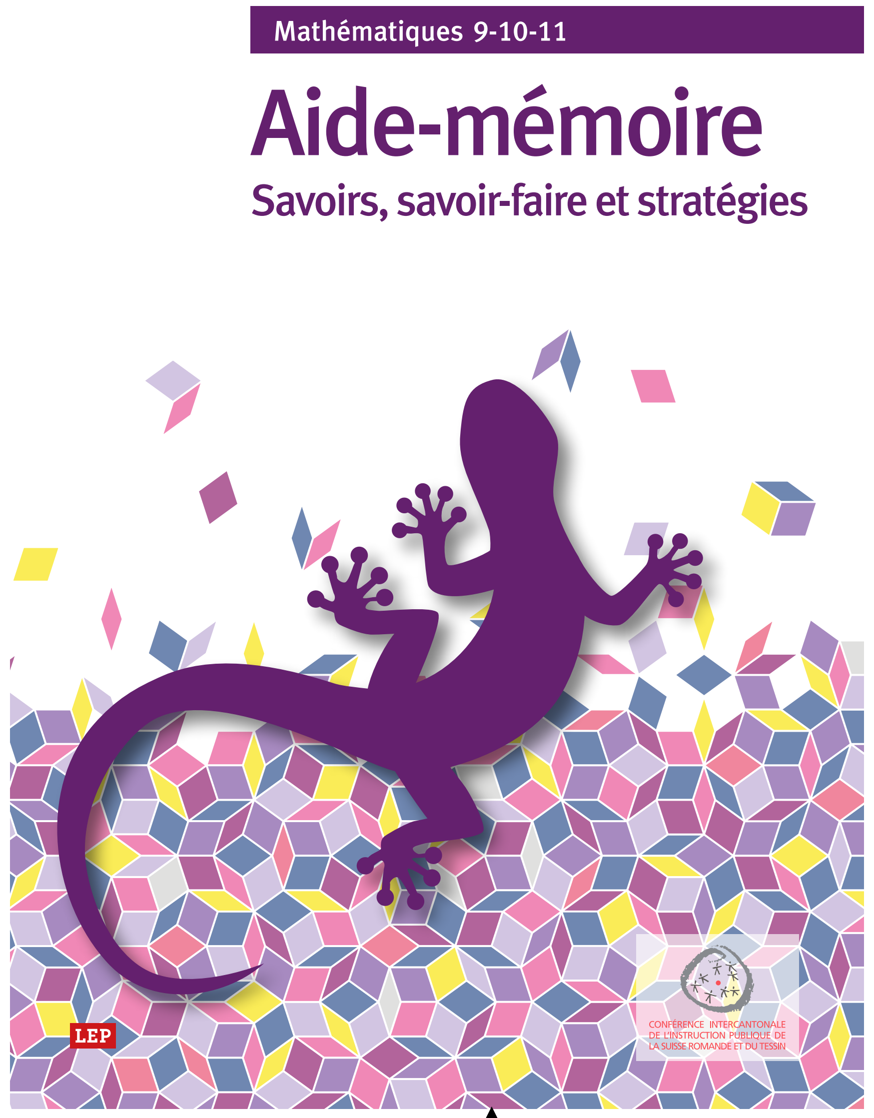
A = 12x + 8

Résultats de PRAESCO 2019

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

La trace écrite de cours

$k(a + b) = ka + kb$



En Suisse romande

Egalité de deux expressions littérales

Définition

Deux expressions littérales sont égales si elles donnent le même résultat quelle que soit la valeur numérique attribuée à chacune des lettres qui figurent dans ces deux expressions.

Conséquences

- Pour prouver que deux expressions littérales sont égales, on les réduit à l'aide des propriétés des opérations et des règles de priorité jusqu'à obtenir des expressions littérales identiques.

Monôme

Définitions

- Un **monôme** est une expression littérale qui est égale au produit d'un nombre réel par une ou des lettres dont le ou les exposants sont des entiers naturels.
- Le nombre est appelé **coefficient du monôme**.
- Le produit des lettres est appelé **partie littérale du monôme**.

$x^2 = -1$

Degré d'un monôme

Définition

Le **degré d'un monôme** est égal à la somme des exposants de sa partie littérale.

Exemples

Le degré du monôme $5x^2$ est 2.

Le degré du monôme 7 est 0 ; en effet, $7 = 7x^0$, par exemple.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

La trace écrite de cours

$k(a+b) = ka + kb$

Définition :

On dit que deux expressions littérales sont égales si **pour tous les nombres**, les valeurs de ces expressions littérales relatives à ces nombres sont égales.

Exemples :

1) Calculer la valeur de l'expression littérale $A = 3 + 2x$ pour $x = 4$.

$A = 3 + 2x = 3 + 2 \times 4 = 3 + 8 = 11$

11 est la valeur de l'expression littérale $3 + 2x$ relative au nombre 4.

2) Calculer la valeur de l'expression littérale $B = 5x$ pour $x = 4$.

$B = 5x = 5 \times 4 = 20$

20 est la valeur de l'expression littérale $5x$ relative au nombre 4.

$x^2 = -1$

Les expressions littérales $5x$ et $3 + 2x$ ne sont pas égales car leurs valeurs relatives au nombre 4 sont différentes.

Par substitution, on peut uniquement montrer que deux expressions littérales sont différentes.

La trace écrite de cours

Définition :

On dit que deux expressions littérales sont égales si **pour tous les nombres**, les valeurs de ces expressions littérales relatives à ces nombres sont égales.

Sens du signe égal explicité

Exemples :

1) Calculer la valeur de l'expression littérale $A = 3+2x$ pour $x = 4$.

$A = 3+2x = 3+2\times4 = 3+8 = 11$

11 est la valeur de l'expression littérale $3+2x$ relative au nombre 4.

2) Calculer la valeur de l'expression littérale $B = 5x$ pour $x = 4$.

$B = 5x = 5\times4 = 20$

20 est la valeur de l'expression littérale $5x$ relative au nombre 4.

Les expressions littérales $5x$ et $3+2x$ ne sont pas égales car leurs valeurs relatives au nombre 4 sont différentes.

Par substitution, on peut uniquement montrer que deux expressions littérales sont différentes.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

La trace écrite de cours

$k(a+b) = ka + kb$

Définition :

On dit que deux expressions littérales sont égales si **pour tous les nombres**, les valeurs de ces expressions littérales relatives à ces nombres sont égales.

Sens du signe égal explicité

Exemples :

1) Calculer la valeur de l'expression littérale $A = 3 + 2x$ pour $x = 4$.

$A = 3 + 2x = 3 + 2 \times 4 = 3 + 8 = 11$

11 est la valeur de l'expression littérale $3 + 2x$ relative au nombre 4.

2) Calculer la valeur de l'expression littérale $B = 5x$ pour $x = 4$.

$B = 5x = 5 \times 4 = 20$

20 est la valeur de l'expression littérale $5x$ relative au nombre 4.

Moyen de contrôle
pour détecter des erreurs

$x^2 = -1$

Les expressions littérales $5x$ et $3 + 2x$ ne sont pas égales car leurs valeurs relatives au nombre 4 sont différentes.

Par substitution, on peut uniquement montrer que deux expressions littérales sont différentes.

La trace écrite de cours

C) Expression littérale réduite :

Définition :

Une expression littérale est dite réduite lorsque son écriture est une somme de monômes de différents degrés.

Exemples :

1) L'expression $x\left(4+3x^2\right)$ est formée des monômes x, 4 et $3x^2$.

Ce sont des monômes de degrés différents. Mais ce n'est pas une somme de monômes.

2) L'expression $10x+6x^2+3x$ est formée des monômes $10x$, $6x^2$ et $3x$.

C'est une somme de monômes. Mais ces monômes ne sont pas de degrés différents.

3) L'expression $-2x^2+5x-7$ est formée des monômes $-2x^2$, $5x$ et -7.

Ce sont des monômes de degrés différents. C'est une somme de monômes.

L'expression $-2x^2+5x-7$ est donc une expression réduite.

La trace écrite de cours

C) Expression littérale réduite :

Définition :

Une expression littérale est dite réduite lorsque son écriture est une somme de monômes de différents degrés.

Expliciter la définition en sollicitant les élèves

Exemples :

1) L'expression $x\left(4+3x^2\right)$ est formée des monômes x, 4 et $3x^2$.

Ce sont des monômes de degrés différents. Mais ce n'est pas une somme de monômes.

2) L'expression $10x+6x^2+3x$ est formée des monômes $10x$, $6x^2$ et $3x$.

C'est une somme de monômes. Mais ces monômes ne sont pas de degrés différents.

3) L'expression $-2x^2+5x-7$ est formée des monômes $-2x^2$, $5x$ et -7.

Ce sont des monômes de degrés différents. C'est une somme de monômes.

L'expression $-2x^2+5x-7$ est donc une expression réduite.

La trace écrite de cours

<u>Propriété</u> <u>(admise) **:**</u>

Toute expression littérale a une et une seule expression littérale réduite qui lui est égale.

<u>Méthode :</u>

Pour montrer que deux expressions littérales sont égales,
il suffit de montrer que leurs expressions réduites sont égales.

II) Déterminer l'expression réduite d'une expression littérale

A) La propriété de la distributivité :

<u>Propriété de la distributivité</u> <u>(admise) :</u>

Pour tous nombres a, b et k, on a :

$$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

La trace écrite de cours

$k(a+b) = ka + kb$

<u>Propriété</u> <u>(admise) **:**</u>

Toute expression littérale a une et une seule expression littérale réduite qui lui est égale.

<u>Méthode :</u>

Pour montrer que deux expressions littérales sont égales,
il suffit de montrer que leurs expressions réduites sont égales.

$x^2 = -1$

<u>II) Déterminer l'expression réduite d'une expression littérale</u>

<u>A) La propriété de la distributivité :</u>

<u>Propriété de la distributivité</u> <u>(admise) :</u>

Pour tous nombres a, b et k, on a :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Statut clair de la propriété de la distributivité

La trace écrite de cours

B) Expressions réduites d'expressions littérales usuelles

Exemple 1 :

Écrire l'expression réduite de $A = -4 \times (-3x)$ ← Associativité de la multiplication

$A = (-4) \times (-3) \times x$ ← Associativité de la multiplication

$A = 12x$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Exemple 2 :

Écrire l'expression réduite de $B = 8x \times (-5x)$ ← Associativité et commutativité de la multiplication

$B = 8 \times (-5) \times x \times x$ ← Associativité de la multiplication

$B = -40x^2$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

La trace écrite de cours

Explicite la propriété utilisée

B) Expressions réduites d'expressions littérales usuelles

Exemple 1 :

Écrire l'expression réduite de $A = -4 \times (-3x)$ — Associativité de la multiplication

$A = (-4) \times (-3) \times x$ — Associativité de la multiplication

$A = 12x$ — Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Exemple 2 :

Écrire l'expression réduite de $B = 8x \times (-5x)$ — Associativité et commutativité de la multiplication

$B = 8 \times (-5) \times x \times x$ — Associativité de la multiplication

$B = -40x^2$ — Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

La trace écrite de cours

Explicite la propriété utilisée

B) Expressions réduites d'expressions littérales usuelles

Exemple 1 :

Écrire l'expression réduite de $A=-4\times(-3x)$ ← Associativité de la multiplication

$A=(-4)\times(-3)\times x$ ← Associativité de la multiplication

$A=12x$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Exemple 2 :

Écrire l'expression réduite de $B=8x\times(-5x)$ ← Associativité et commutativité de la multiplication

$B=8\times(-5)\times x\times x$ ← Associativité de la multiplication

$B=-40x^2$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Explicite les propriétés utilisées

La trace écrite de cours

B) Expressions réduites d'expressions littérales usuelles

Explicite la propriété utilisée

Exemple 1 :

Écrire l'expression réduite de $A=-4\times(-3x)$ ← Associativité de la multiplication

$A=(-4)\times(-3)\times x$ ← Associativité de la multiplication

$A=12x$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Exemple 2 :

Écrire l'expression réduite de $B=8x\times(-5x)$ ← Associativité et commutativité de la multiplication

$B=8\times(-5)\times x\times x$ ← Associativité de la multiplication

$B=-40x^2$ ← Expression réduite (somme de monômes de degré différents)

Explicite la condition d'arrêt

Explicite les propriétés utilisées

La trace écrite de cours

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Exemple 3 :

Écrire l'expression réduite de $C = -5x(7-3x)$

$C = -5x(7+(-3x))$

Distributivité avec $k = -5x,\ a = 7$ et $b = -3x$

$C = (-5x)\times 7 + (-5x)\times(-3x)$

Produit de monômes

$C = -35x + 15x^2$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

Exemple 4 :

Écrire l'expression réduite de $D = 8x^2 + 6 - 12x - 3x^2 + 9x - 13$

Somme de monômes de même degré

$D = x^2 \times (8 + (-3)) + x \times (-12 + 9) + 6 - 13 = 5x^2 - 3x - 7$

Distributivité avec : $k = x^2,\ a = 8$ et $b = -3$

Distributivité avec : $k = x,\ a = -12$ et $b = 9$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

La trace écrite de cours

$k(a+b) = ka + kb$

Exemple 3 :

Écrire l'expression réduite de $C = -5x(7-3x)$

$C = -5x(7+(-3x))$

Distributivité avec $k = -5x,\ a = 7$ et $b = -3x$

Explicite l'utilisation de la propriété de la distributivité

$C = (-5x)\times 7 + (-5x)\times(-3x)$

Produit de monômes

$C = -35x + 15x^2$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

Exemple 4 :

Écrire l'expression réduite de $D = 8x^2 + 6 - 12x - 3x^2 + 9x - 13$

Somme de monômes de même degré

$D = x^2 \times (8 + (-3)) + x \times (-12 + 9) + 6 - 13 = 5x^2 - 3x - 7$

Distributivité avec : $k = x^2,\ a = 8$ et $b = -3$

Distributivité avec : $k = x,\ a = -12$ et $b = 9$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

La trace écrite de cours

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $k(a+b) = ka + kb$

Exemple 3 :

Écrire l'expression réduite de $C = -5x(7-3x)$

$C = -5x(7+(-3x))$

Distributivité avec $k=-5x$, $a=7$ et $b=-3x$

Explicite l'utilisation de la propriété de la distributivité

$C = (-5x)\times 7 + (-5x)\times(-3x)$ Produit de monômes

$C = -35x + 15x^2$ Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

Exemple 4 :

Écrire l'expression réduite de $D = 8x^2 + 6 - 12x - 3x^2 + 9x - 13$

Explicite l'utilisation de la propriété de la distributivité

Somme de monômes de même degré

$D = x^2 \times (8+(-3)) + x \times (-12+9) + 6 - 13 = 5x^2 - 3x - 7$

Distributivité avec : $k = x^2$, $a = 8$ et $b = -3$

Distributivité avec : $k = x$, $a = -12$ et $b = 9$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

La trace écrite de cours

<u>Remarques pour la réduction de somme de monômes :</u>

L'addition et la soustraction des monômes de même degré peuvent être réduites (en utilisant la distributivité).

L'addition et la soustraction des monômes de différents degrés ne peuvent pas être réduites (on a déjà vu que $2+3x$ n'est pas égal à $5x$).

<u>Exemple 5 :</u>

Écrire l'expression réduite de $\mathrm{E}=5x^2+\left(7-9x^2\right)-2$

$\mathrm{E}=5x^2+1\times\left(7-9x^2\right)-2$

Distributivité avec

$k=1$, $a=7$ et $b=-9x^2$

$\mathrm{E}=5x^2+1\times 7+1\times\left(-9x^2\right)$

Produit de monômes

$\mathrm{E}=5x^2+7-9x^2-2$

Sommes de monômes de même degré

$\mathrm{E}=-4x^2+5$

Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

La trace écrite de cours

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Remarques pour la réduction de somme de monômes :

L'addition et la soustraction des monômes de même degré peuvent être réduites (en utilisant la distributivité).

Explicite l'utilisation de la propriété de la distributivité

L'addition et la soustraction des monômes de différents degrés ne peuvent pas être réduites (on a déjà vu que $2+3x$ n'est pas égal à $5x$).

Exemple 5 :

Écrire l'expression réduite de $\mathrm{E} = 5x^2 + (7 - 9x^2) - 2$

$\mathrm{E} = 5x^2 + 1 \times (7 - 9x^2) - 2$

Distributivité avec $k = 1$, $a = 7$ et $b = -9x^2$

$\mathrm{E} = 5x^2 + 1 \times 7 + 1 \times (-9x^2)$ ← Produit de monômes

$\mathrm{E} = 5x^2 + 7 - 9x^2 - 2$ ← Sommes de monômes de même degré

$\mathrm{E} = -4x^2 + 5$ ← Expression réduite (somme de monômes de degrés différents)

$x^2 = -1$

La trace écrite de cours

C) Résumé des propriétés pour écrire l'expression réduite d'une expression :

Structures d'expressions usuelles	Propriétés à utiliser
Produit de monômes (voir exemples 1 et 2)	Commutativité et associativité de la multiplication
Produit d'un monôme par une somme de deux monômes (voir exemple 3)	Distributivité
Somme de monômes de même degré, (voir exemple 4)	Factoriser les monômes de même degré
Additionner une somme de monômes de différents degrés (voir exemple 5)	Développer à l'aide de la distributivité avec k =1
Soustraire une somme de monômes de différents degrés (voir exemple 6)	Développer à l'aide de la distributivité avec k =-1
Produit d'une somme de deux monômes par une somme de deux monômes (voir exemple 7)	Double distributivité