$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

CALCUL LITTÉRAL

$x^2 = -1$

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Plan du bloc «calcul littéral»

$k(a+b) = ka + kb$

Relief (tâches liées) du calcul littéral au cycle 4

Le programme de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4

Les obstacles liés à l'enseignement du calcul littéral

Situations d'introduction pour le calcul littéral

Séance 1

$x^2 = -1$

Trace écrite de cours

Aides potentielles pour les élèves

Classe de problèmes

Séance 2

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Liste non exhaustive de documents de référence sur le calcul littéral au cycle 4

Document d'accompagnement du cycle 4 « Utiliser le calcul littéral », Éduscol (2016)

Document d'accompagnement « Du numérique au calcul littéral », Éduscol (2008)

COMBIER.G-PRESSIAT.A-GUILLAUME.J-C Les débuts de l'algèbre au collège. INRP (1996)

COPPÉ.S-GRUGEON.B Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ? Actes de la CORFEM 2009

CHAACHOUA.H-FERRATON.G Rapport institutionnel au calcul littéral au collège. État des lieux et perspectives, Petit'x n°91

COPPÉ.S Étude des processus de vérifications mis en œuvre par les élèves, Bulletin APMEP n°411 1997

VLASSIS.J-DEMONTY.I-SQUALLI.H Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs, NCRE vol 20 n°3 (2017)

$x^2 = -1$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b)=ka+kb$

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Utiliser le calcul littéral

Pour cela, il est nécessaire que l'introduction de la lettre soit à la charge de l'élève dans le problème posé.

Calcul littéral pour démontrer

Progressivement, l'élève perçoit les limites du calcul numérique et la nécessité de passer au calcul littéral pour prouver qu'une propriété est vraie pour toutes les valeurs de la variable.

Stratégies d'enseignement

Le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une rupture importante .

Pour motiver le recours au calcul littéral et aider les élèves à accepter une approche autre que numérique, il est essentiel qu'ils soient confrontés à des situations révélant les limites des procédures dont ils disposent déjà, basées sur des tâtonnements, des essais-erreurs ou l'utilisation d'un tableur.

$x^2=-1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b) = ka + kb$

Critères pour reconnaître une bonne situation d'introduction :

- l'introduction de la lettre est à la charge de l'élève ;
- le cadre numérique n'est plus pertinent ; en particulier les raisonnements arithmétiques sont mis en échec ;
- les expressions littérales sont introduites comme un outil pour résoudre un problème ;
- la lettre a le rôle d'une variable ou une indéterminée ;
- l'égalité entre deux expressions littérales peut être abordée ;
- la validation et l'invalidation du travail produit par les élèves peut être faite par les élèves.

$x^2 = -1$

Introduire le calcul littéral

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Consigne 5 :

Comparer ces trois situations d'introduction issues de manuels.

On pourra s'intéresser à :

- l'introduction de la lettre (Par qui ? Pour quoi faire ?)
- la motivation du calcul littéral
- l'insuffisance du numérique
- le statut de la lettre
- la validation et l'invalidation du travail produit par les élèves

$x^2 = -1$

Introduire le calcul littéral

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$k(a+b) = ka + kb$

Activité 1 Rectangles cousins

Activité de traduction

Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.

1. Un rectangle a pour longueur L = 16,5 cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

2. Donne les mesures d'un autre rectangle de même périmètre.

3. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ?
Justifie et donne toutes les valeurs possibles pour la longueur.

4. Écris une expression pour calculer la largeur l en fonction de la longueur L.

5. En voulant exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle en fonction de sa longueur L, des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $\mathcal{A} = L \times 20 - L$ — Hamid : $\mathcal{A} = L \times (20 - L)$ — Karen : $\mathcal{A} = 20\,L - L^2$

Inès : $\mathcal{A} = 2 \times L + 2 \times (20 - L)$ — José : $\mathcal{A} = L \times 20 - 2 \times L$ — Liam : $\mathcal{A} = L^2 - 20 \times L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ?

$x^2 = -1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b) = ka + kb$

	Introduction de la lettre	Motivation de l'algèbre	Insuffisance du numérique	Statut de la lettre	Erreurs/ Moyens de contrôle
Activité de traduction	La lettre est donnée. La production de l'expression littérale est à la charge de l'élève mais il n'y a pas vraiment de modélisation à faire (le modèle est très simple et repose sur des formules connues; ici le périmètre et l'aire d'un rectangle)	L'algèbre n'apparaît pas comme une nécessité, comme un outil pour résoudre un problème.	Non travaillé ici.	La lettre est perçue comme une étiquette à laquelle on attribue des valeurs.	Des confusions entre aire et périmètre probables. Pour valider ou invalider, souvent, on utilise des propriétés sur les grandeurs (décompositions des aires par exemple) et non des propriétés des opérations (distributivité).

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b) = ka + kb$

Activité de preuve

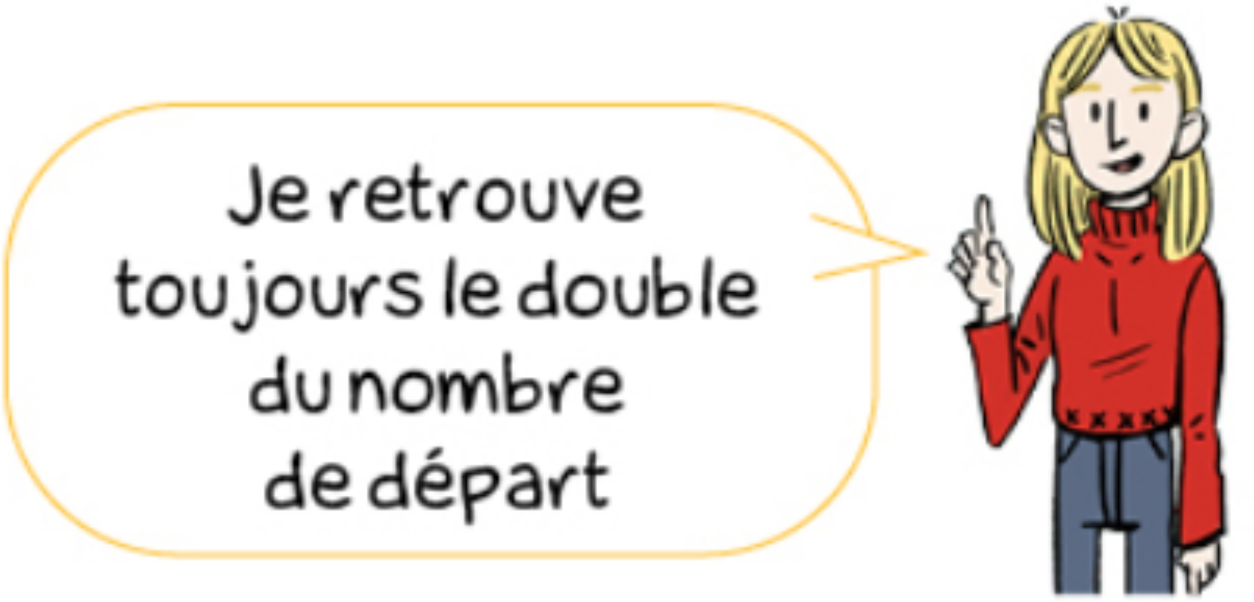
Danaé a écrit le programme de calcul ci-contre.

a. Quel nombre obtiendra Danaé si elle choisit comme nombre de départ :

- 5 ?
- 2,3 ?
- 13 ?

Que remarque-t-on ?

b. On se propose de vérifier que l'affirmation ci-contre de Danaé est vraie.



- Choisir un nombre.
- Ajouter 4.
- Multiplier par 2.
- Soustraire 8.

On note x le nombre choisi au départ et D le résultat obtenu.

- Vérifier que $D = 2(x + 4) - 8$.
- Distribuer le nombre 2 sur les termes entre parenthèses ; pour cela recopier et compléter $D = 2x + \dots - 8$.
- Conclure sur l'affirmation de Danaé.

$x^2 = -1$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Introduire le calcul littéral

$$k(a+b)=ka+kb$$

	Introduction de la lettre	Motivation de l'algèbre	Insuffisance du numérique	Statut de la lettre	Erreurs/ Moyens de contrôle
Activité de preuve	La lettre est donnée. La production de l'expression littérale n'est pas à la charge de l'élève. Même la transformation de l'expression ne l'est pas !	L'algèbre apparaît comme un outil pour résoudre un problème mais sans que l'élève perçoit la nécessité d'y recourir.	Non travaillé ici.	La lettre est une variable mais aussi une indéterminée.	Pour valider ou invalider, l'élève peut utiliser la substitution. <u>Pré-requis :</u> la propriété de la distributivité

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

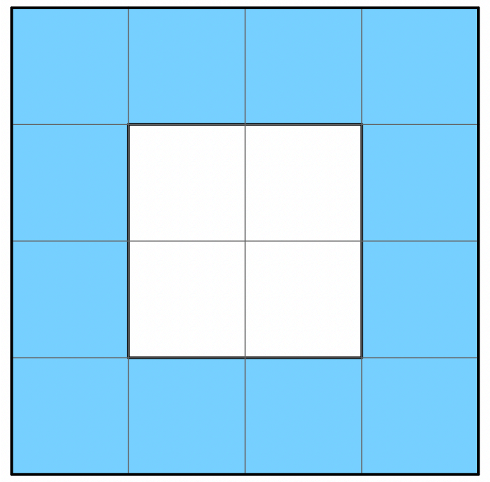
Introduire le calcul littéral

$k(a+b)=ka+kb$

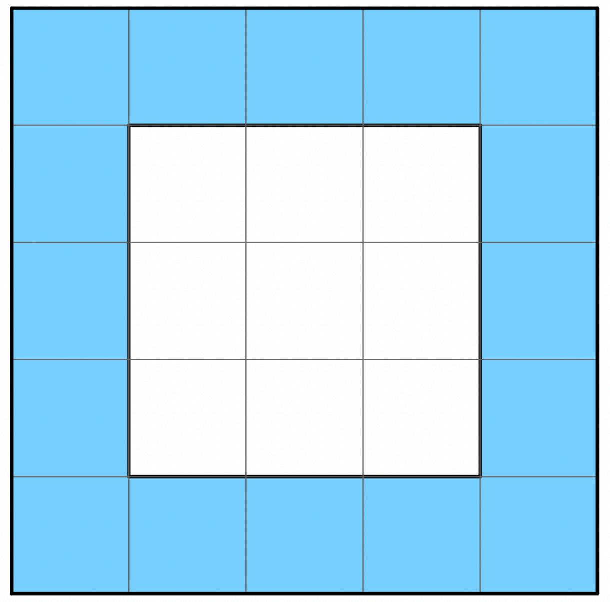
<u>Situation d'introduction :</u>

Activité de modélisation

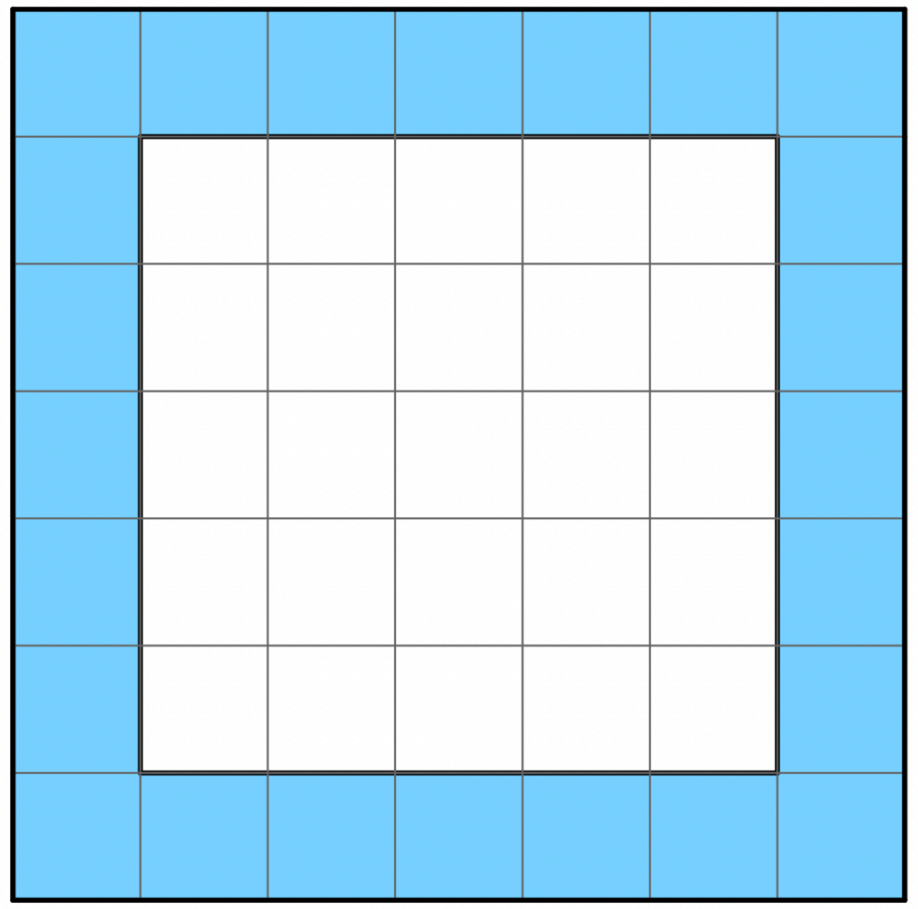
A chaque étape, la figure est constituée d'un grand carré blanc entouré de petits carrés bleus.



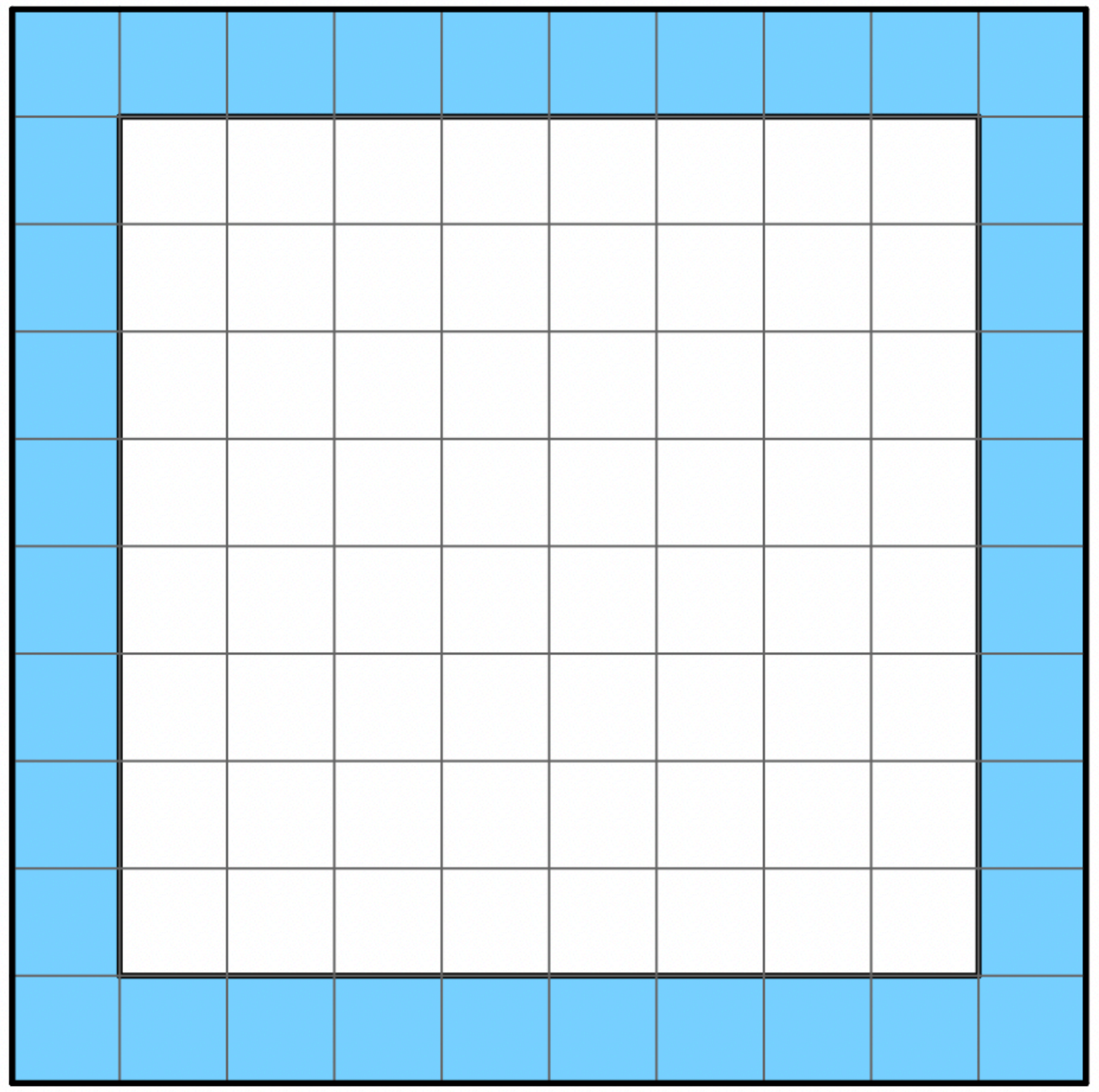
Etape 2



Etape 3



Etape 5



Etape 8

1) Pour les étapes 2, 3, 5 et 8, quel est le nombre de petits carrés bleus ?
2) Quel est le nombre de petits carrés bleus à l'étape 13 ?
3) Quel est le nombre de petits carrés bleus à l'étape 65 ?

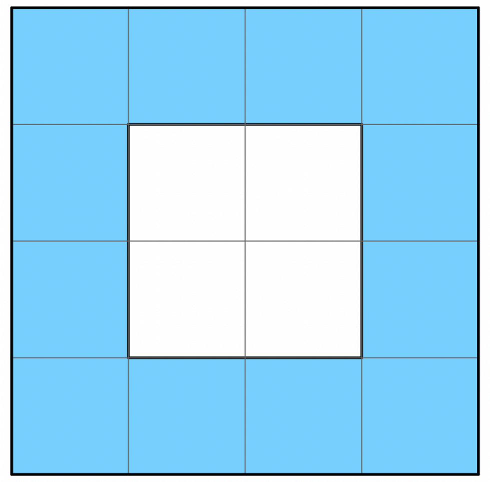
$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

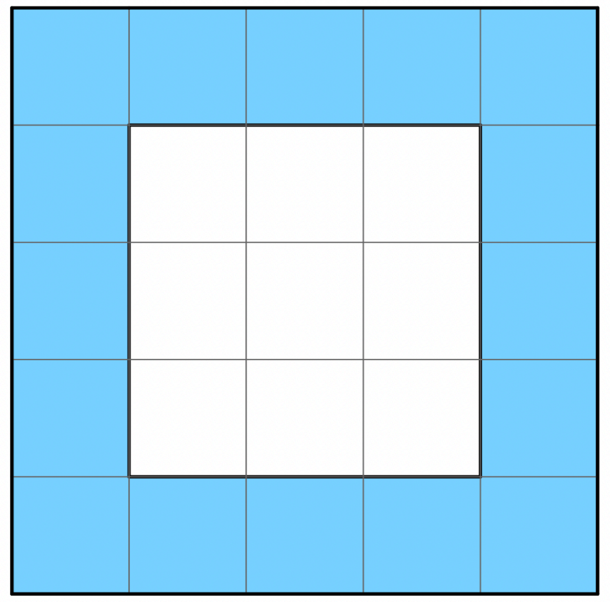
$k(a+b)=ka+kb$

Situation d'introduction : ← Activité de modélisation

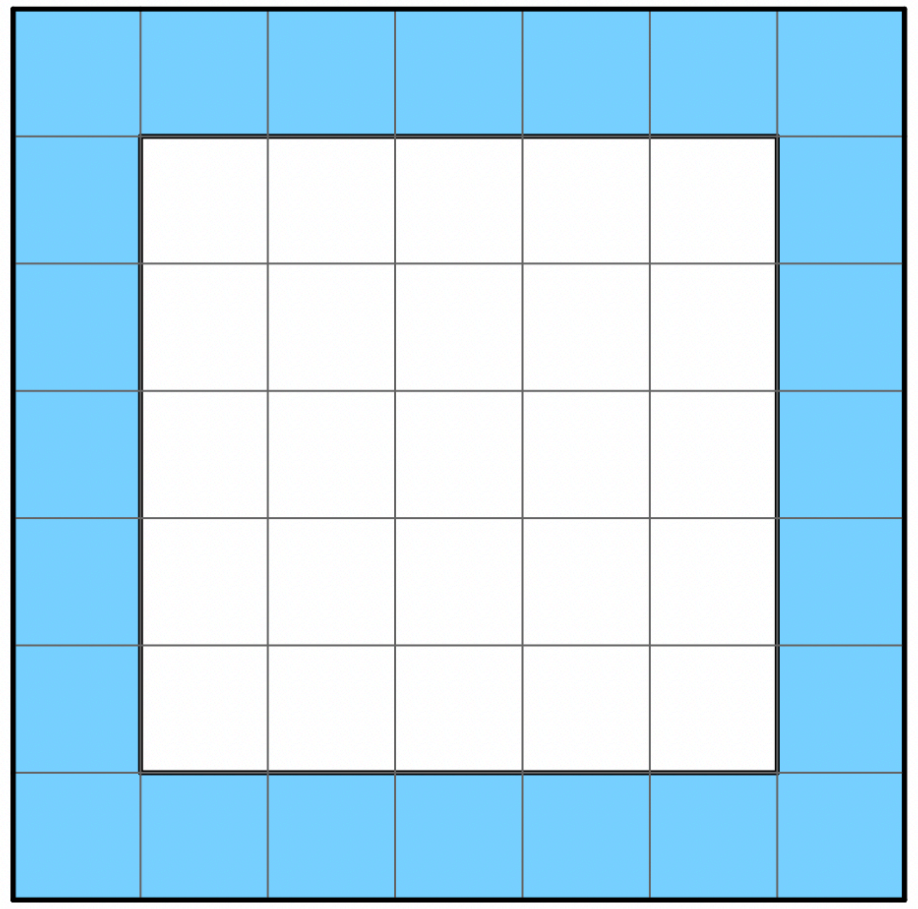
A chaque étape, la figure est constituée d'un grand carré blanc entouré de petits carrés bleus.



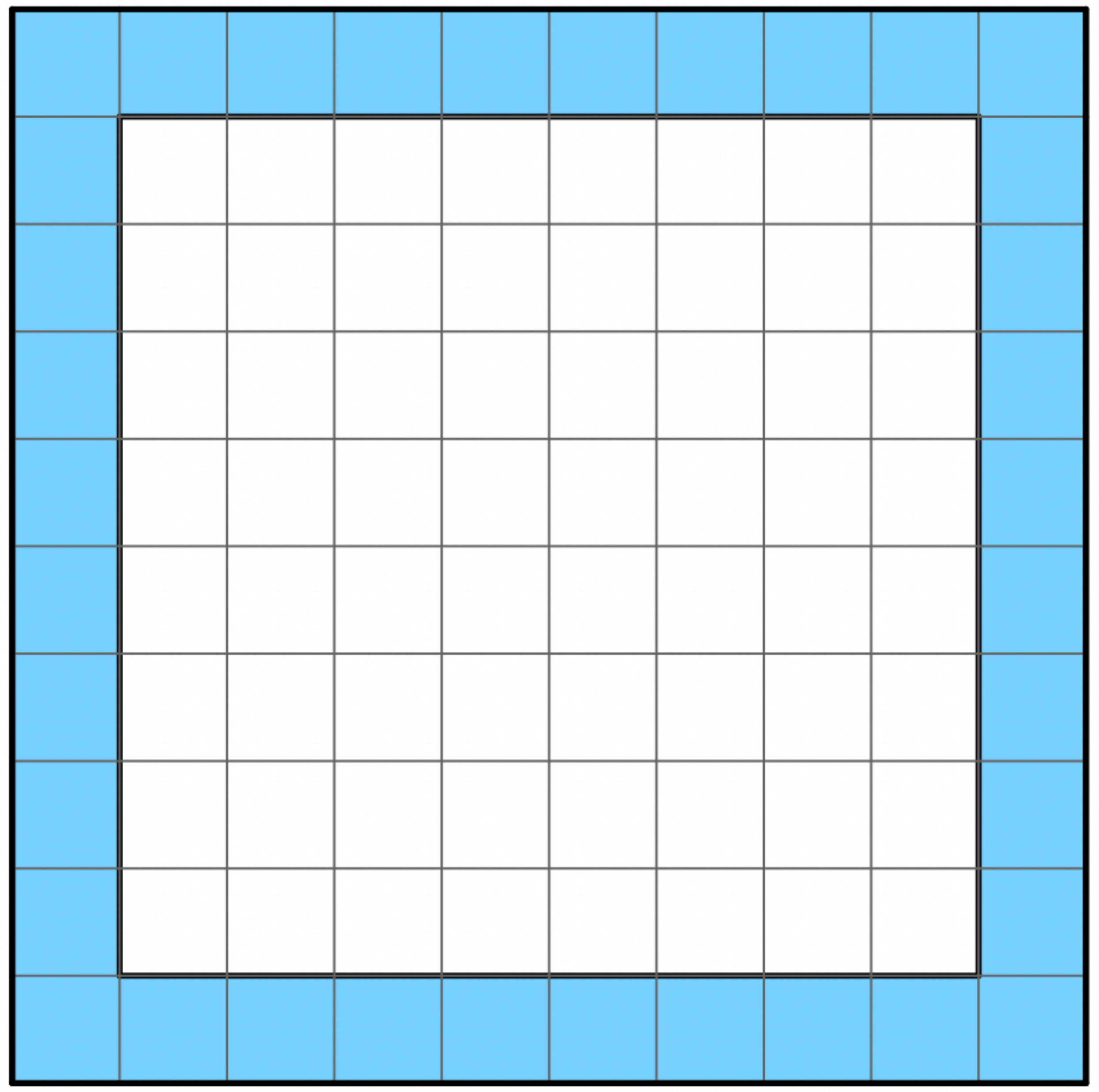
Etape 2



Etape 3



Etape 5



Etape 8

1) Pour les étapes 2, 3, 5 et 8, quel est le nombre de petits carrés bleus ?
2) Quel est le nombre de petits carrés bleus à l'étape 13 ?
3) Quel est le nombre de petits carrés bleus à l'étape 65 ?

---

4) Ta méthode de calcul pour déterminer le nombre de petits carrés bleus est-elle valable quelle que soit l'étape ? Si oui, la décrire à l'aide de mots.
5) Choisir une méthode de votre choix puis l'écrire à l'aide un calcul mathématique. qui resterait valable pour toutes les étapes.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b) = ka + kb$

	Introduction de la lettre	Motivation de l'algèbre	Insuffisance du numérique
Activité de modélisation	L'introduction de la lettre et la production d'une expression littérale répondent à une nécessité et sont prises en charge par l'élève. L'élève doit modéliser une méthode de calcul. Plusieurs méthodes de calcul sont possibles.	L'algèbre apparaît comme une nécessité pour exprimer mathématiquement des méthodes de calcul. Il est aussi nécessaire lorsque l'on veut prouver l'équivalence des expressions produites.	Le numérique est insuffisant pour répondre à la question 5.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Introduire le calcul littéral

$k(a+b) = ka + kb$

	Statut de la lettre	**Validation / invalidation des expressions produites** **Erreurs envisageables**
Activité de modélisation	Lettre comme variable car relation entre deux grandeurs (n° de l'étape et nombre de carrés). Lettre comme indéterminée lorsque l'on développe puis réduit les expressions en utilisant la propriété de distributivité pour prouver l'équivalence des différentes expressions.	Gestion des expressions fausses grâce à la substitution. Validation par équivalence des expressions (et/ou appui sur un pattern)