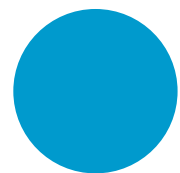
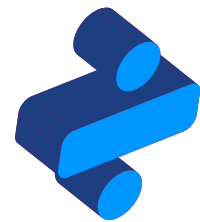
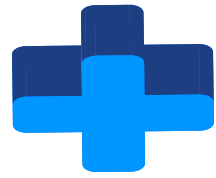


$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# CALCUL LITTÉRAL



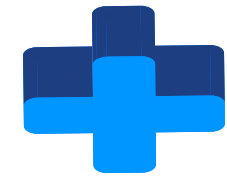
$$x^2 = -1$$

[guillaume.didier@inspe-paris.fr](mailto:guillaume.didier@inspe-paris.fr)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Plan du bloc «calcul littéral»

$$k(a + b) = ka + kb$$



Relief (tâches liées) du calcul littéral au cycle 4

Le programme de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4

Les obstacles liés à l'enseignement du calcul littéral

Situations d'introduction pour le calcul littéral

Trace écrite de cours

Aides potentielles pour les élèves

Classe de problèmes

Séance 1



$$x^2 = -1$$

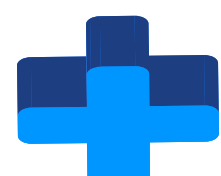
Séance 2

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Liste non exhaustive de documents de référence sur le calcul littéral au cycle 4

$$k(a + b) = ka + kb$$

Document d'accompagnement du cycle 4 « Utiliser le calcul littéral », Éduscol (2016)

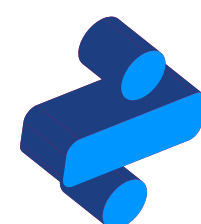


Document d'accompagnement « Du numérique au calcul littéral », Éduscol (2008)



**COMBIER.G-PRESSIAT.A-GUILLAUME.J-C** Les débuts de l'algèbre au collège. INRP (1996)

**COPPÉ.S-GRUGEON.B** Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ?



Actes de la CORFEM 2009

**CHAACHOUA.H-FERRATON.G** Rapport institutionnel au calcul littéral au collège. État des lieux et perspectives, Petit'x n°91

$$x^2 = -1$$

**COPPÉ.S** Étude des processus de vérifications mis en œuvre par les élèves, Bulletin APMEP n°411 1997

**VLASSIS.J-DEMONTY.I-SQUALLI.H** Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs, NCRE vol 20 n°3 (2017)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 2 :

Pour chaque erreur, identifier un obstacle qui en est sans doute la source.

### Exercice 1 :

Développer puis réduire

l'expression  $4x(6 - 9x) + (13 - x)$

$$G = 4x(6 - 9x) + (13 - x)$$

$$G = 4x \times 6 + 4x \times (-9x) + 4x \times 13 + 4x \times (-x)$$

$$G = 24x + (-36x^2) + 52x + (-4x^2)$$

$$G = 76x + (-40x^2)$$

### Exercice 2 :

Développer puis réduire

l'expression  $(4 - 3x)(8 + 9x)$

$$C = (4 - 3x)(8 + 9x)$$

$$C = (4 - 3x) \times (8 + 9x)$$

$$C = (-1x) \times (17x)$$

$$C = -17$$

### Exercice 3 :

Développer puis réduire

l'expression  $(7x - 3)(6x - 8)$

$$A = (7x - 3)(6x - 8)$$

$$A = 7x - 3 \times 6x - 8$$

$$A = 7x \times 6x - 8 - 3$$

$$A = 42x - 11$$



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

Priorités opératoires et parenthèses  
(structure de l'expression non comprise)

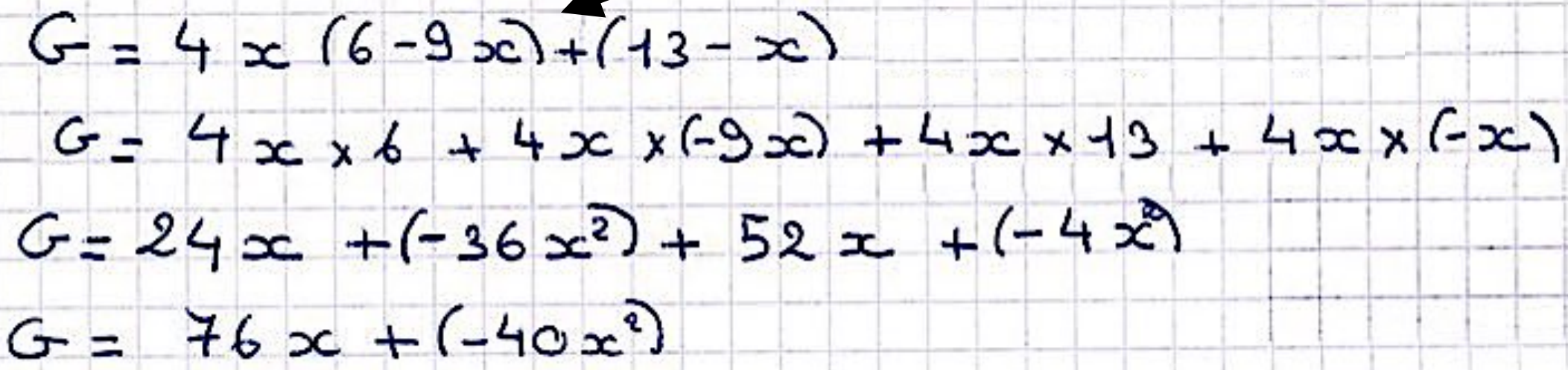
## Consigne 2 :

Pour chaque erreur, identifier un obstacle qui en est sans doute la source.

## Exercice 1 :

Développer puis réduire

l'expression  $4x(6 - 9x) + (13 - x)$

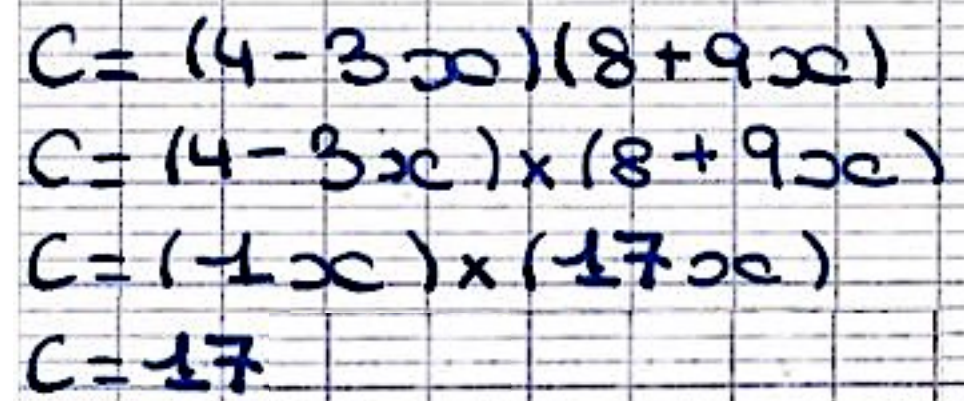


$$G = 4x(6 - 9x) + (13 - x)$$
$$G = 4x \times 6 + 4x \times (-9x) + 4x \times 13 + 4x \times (-x)$$
$$G = 24x + (-36x^2) + 52x + (-4x^2)$$
$$G = 76x + (-40x^2)$$

## Exercice 2 :

Développer puis réduire

l'expression  $(4 - 3x)(8 + 9x)$

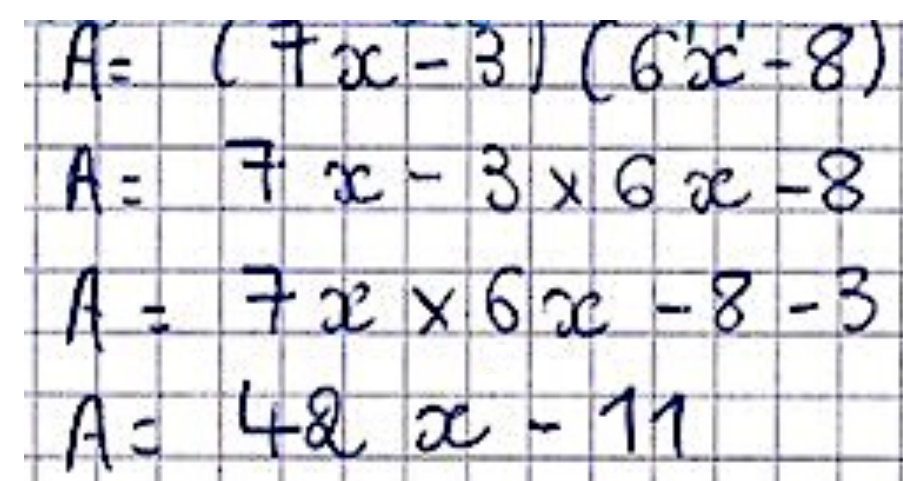


$$C = (4 - 3x)(8 + 9x)$$
$$C = (4 - 3x) \times (8 + 9x)$$
$$C = (-1x) \times (17x)$$
$$C = -17$$

## Exercice 3 :

Développer puis réduire

l'expression  $(7x - 3)(6x - 8)$



$$A = (7x - 3)(6x - 8)$$
$$A = 7x - 3 \times 6x - 8$$
$$A = 7x \times 6x - 8 - 3$$
$$A = 42x - 11$$



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

Priorités opératoires et parenthèses  
(structure de l'expression non comprise)

## Consigne 2 :

Pour chaque erreur, identifier un obstacle qui en est sans doute la source.

### Exercice 1 :

Développer puis réduire

l'expression  $4x(6 - 9x) + (13 - x)$

$$\begin{aligned} G &= 4x(6 - 9x) + (13 - x) \\ G &= 4x \times 6 + 4x \times (-9x) + 4x \times 13 + 4x \times (-x) \\ G &= 24x + (-36x^2) + 52x + (-4x^2) \\ G &= 76x + (-40x^2) \end{aligned}$$

### Exercice 2 :

Développer puis réduire

l'expression  $(4 - 3x)(8 + 9x)$

$$\begin{aligned} C &= (4 - 3x)(8 + 9x) \\ C &= (4 - 3x) \times (8 + 9x) \\ C &= (-1x) \times (-17x) \\ C &= -17 \end{aligned}$$

Priorités opératoires et parenthèses  
(rupture avec le numérique)

### Exercice 3 :

Développer puis réduire

l'expression  $(7x - 3)(6x - 8)$

$$\begin{aligned} A &= (7x - 3)(6x - 8) \\ A &= 7x - 3 \times 6x - 8 \\ A &= 7x \times 6x - 8 - 3 \\ A &= 42x - 11 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

Priorités opératoires et parenthèses  
(structure de l'expression non comprise)

## Consigne 2 :

Pour chaque erreur, identifier un obstacle qui en est sans doute la source.

## Exercice 1 :

Développer puis réduire

l'expression  $4x(6 - 9x) + (13 - x)$

$$\begin{aligned} G &= 4x(6 - 9x) + (13 - x) \\ G &= 4x \times 6 + 4x \times (-9x) + 4x \times 13 + 4x \times (-x) \\ G &= 24x + (-36x^2) + 52x + (-4x^2) \\ G &= 76x + (-40x^2) \end{aligned}$$

## Exercice 2 :

Développer puis réduire

l'expression  $(4 - 3x)(8 + 9x)$

$$\begin{aligned} C &= (4 - 3x)(8 + 9x) \\ C &= (4 - 3x) \times (8 + 9x) \\ C &= (-1x) \times (17x) \\ C &= -17 \end{aligned}$$

Priorités opératoires et parenthèses  
(rupture avec le numérique)

## Exercice 3 :

Développer puis réduire

l'expression  $(7x - 3)(6x - 8)$

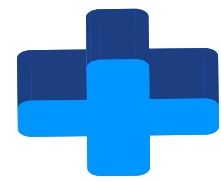
$$\begin{aligned} A &= (7x - 3)(6x - 8) \\ A &= 7x - 3 \times 6x - 8 \\ A &= 7x \times 6x - 8 - 3 \\ A &= 42x - 11 \end{aligned}$$

Structure de l'expression non comprise  
(opérations uniquement avec  
des monômes de même degré)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

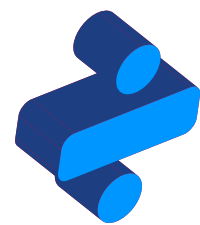
# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$



## Exercice 4 :

Les expressions  $(3x - 2)(5 - 4x)$  et  $6x(4 - 2x) - (x + 10)$  sont-elles égales ?



Exercice 2 :

1) Soit  $x = 3$

$$\begin{aligned} A &= (3x - 2)(5 - 4x) \text{ et } B = 6x(4 - 2x) - (x + 10) \\ &= (3 \times 3 - 2)(5 - 4 \times 3) &= 6 \times 3(4 - 2 \times 3) - (3 + 10) \\ &= 7 \times (-7) &= 18 \times (-2) - 13 \end{aligned}$$

$$A = -49$$

$$B = -49$$

Les expressions A et B sont égales.



$$x^2 = -1$$

## Exercice 5 :

Factoriser

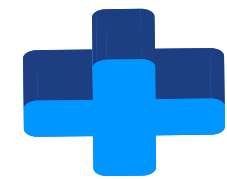
l'expression  $16x - 24$

$$\begin{aligned} A &= 16x - 24 \\ A &= 4 \times 4x + 4 \times (-6) \\ A &= 4(4x - 6) \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

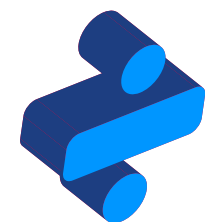
# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$



## Exercice 4 :

Les expressions  $(3x - 2)(5 - 4x)$  et  $6x(4 - 2x) - (x + 10)$  sont-elles égales ?



Sens du signe =  
(rupture avec les expressions numériques)

Exercice 2 :

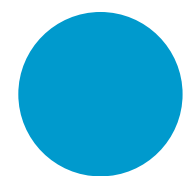
1) Soit  $x = 3$

$$A = (3x - 2)(5 - 4x) \text{ et } B = 6x(4 - 2x) - (x + 10)$$
$$= (3 \times 3 - 2)(5 - 4 \times 3) \quad = 6 \times 3(4 - 2 \times 3) - (3 + 10)$$
$$= 7 \times (-7) \quad = 18 \times (-2) - 13$$
$$A = -49 \quad B = -49$$

Les expressions A et B sont égales.



$$x^2 = -1$$



## Exercice 5 :

Factoriser

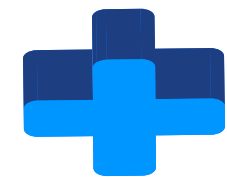
l'expression  $16x - 24$

$$A = 16x - 24$$
$$A = 4 \times 4x + 4 \times (-6)$$
$$A = 4(4x - 6)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

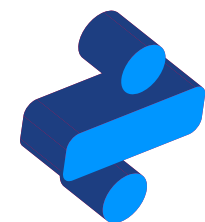
# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$



## Exercice 4 :

Les expressions  $(3x - 2)(5 - 4x)$  et  $6x(4 - 2x) - (x + 10)$  sont-elles égales ?



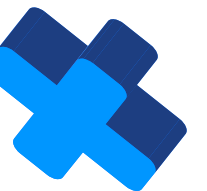
Sens du signe =  
(rupture avec les expressions numériques)

Exercice 2 :

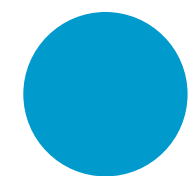
1) Soit  $x = 3$

$$A = (3x - 2)(5 - 4x) \text{ et } B = 6x(4 - 2x) - (x + 10)$$
$$= (3 \times 3 - 2)(5 - 4 \times 3) \quad = 6 \times 3(4 - 2 \times 3) - (3 + 10)$$
$$= 7 \times (-7) \quad = 18 \times (-2) - 13$$
$$A = -49 \quad B = -49$$

Les expressions A et B sont égales.



$$x^2 = -1$$



## Exercice 5 :

Factoriser

l'expression  $16x - 24$

$$A = 16x - 24$$
$$A = 4 \times 4x + 4 \times (-6)$$
$$A = 4(4x - 6)$$

Propriété de la distributivité

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Exercice 6 :

Voici un programme de calcul s'appliquant à tous les nombres.

- 1ère étape : Soustraire 3
- 2ème étape : Multiplier par le nombre initial
- 3ème étape : Ajouter le triple du nombre initial.

L'affirmation suivante est-elle vraie ?

Quel que soit le nombre initial, le nombre obtenu est le carré du nombre initial.

| Nombre choisi | Étape 1 | Étape 2 | Étape 3 |
|---------------|---------|---------|---------|
| 10            | 7       | 70      | 100     |
| 45            | 42      | 1890    | 2025    |
| 7             | 4       | 28      | 49      |
| 9             | 6       | 54      | 81      |

Non car on veut montrer que c'est vrai pour tous les nombres.  
Ces exemples nous prouvent que l'affirmation est vraie.

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

## Exercice 6 :

Voici un programme de calcul s'appliquant à tous les nombres.

- 1ère étape : Soustraire 3
- 2ème étape : Multiplier par le nombre initial
- 3ème étape : Ajouter le triple du nombre initial.

Méthode de résolution d'un problème à caractère général  
Sens de l'expression « Quel que soit »  
Refus du cadre algébrique

L'affirmation suivante est-elle vraie ?

Quel que soit le nombre initial, le nombre obtenu est le carré du nombre initial.

| Nombre choisi | Étape 1 | Étape 2 | Étape 3 |
|---------------|---------|---------|---------|
| 10            | 7       | 70      | 100     |
| 45            | 42      | 1890    | 2025    |
| 7             | 4       | 28      | 49      |
| 9             | 6       | 54      | 81      |

*Non car on veut montrer que c'est vrai pour tous les nombres*

*Ces exemples nous prouvent que l'affirmation est vraie*

$$x^2 = -1$$

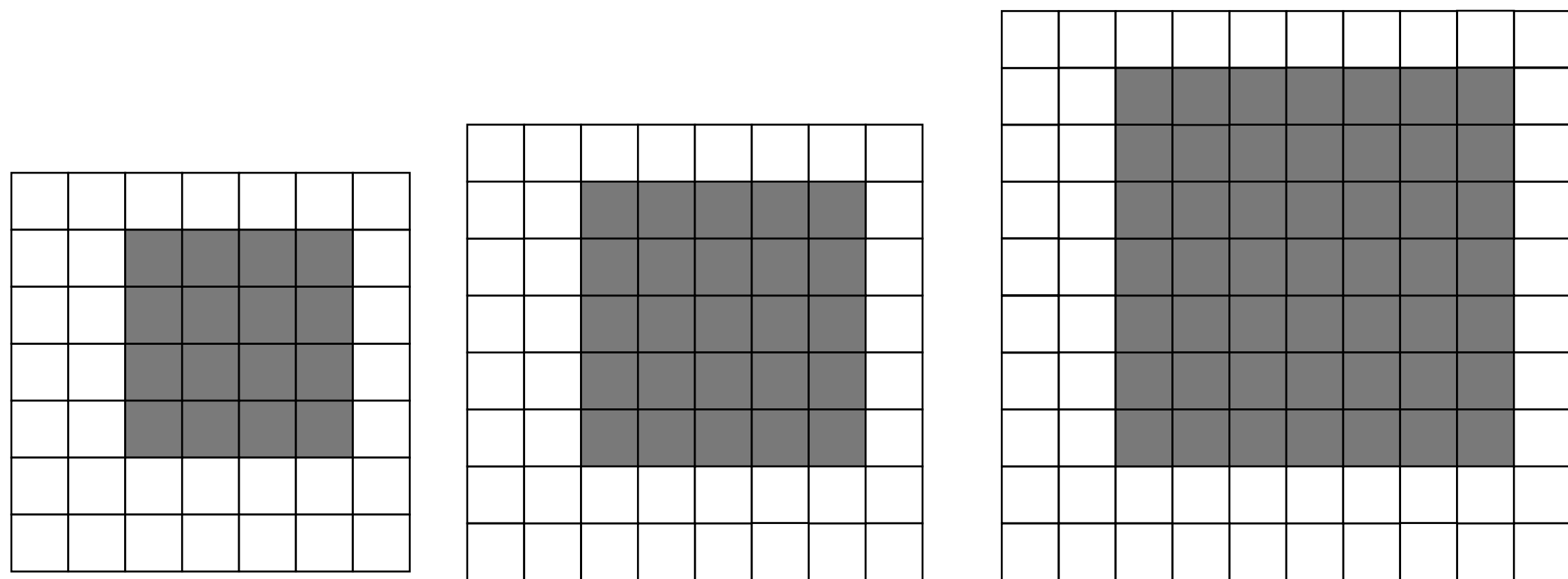
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Exercice 7 :

Voici trois figures construites selon le même modèle :



Écrire une formule donnant le nombre de carrés gris à partir du côté du grand carré blanc.

Formule carré gris.

$$\begin{aligned} 1 & (10 - 3) \times (10 - 3) = 16 \\ 2 & (8 - 3) \times (8 - 3) = 25 \\ 3 & (7 - 3) \times (7 - 3) = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 4) + x - 4 \\ \text{si } x = 4, \text{ on obtient } 16. \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 5) \\ \text{si } x = 5, \text{ on obtient } 25. \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 7) + x - 7 \\ \text{si } x = 7, \text{ on obtient } 16. \end{aligned}$$



$$x^2 = -1$$

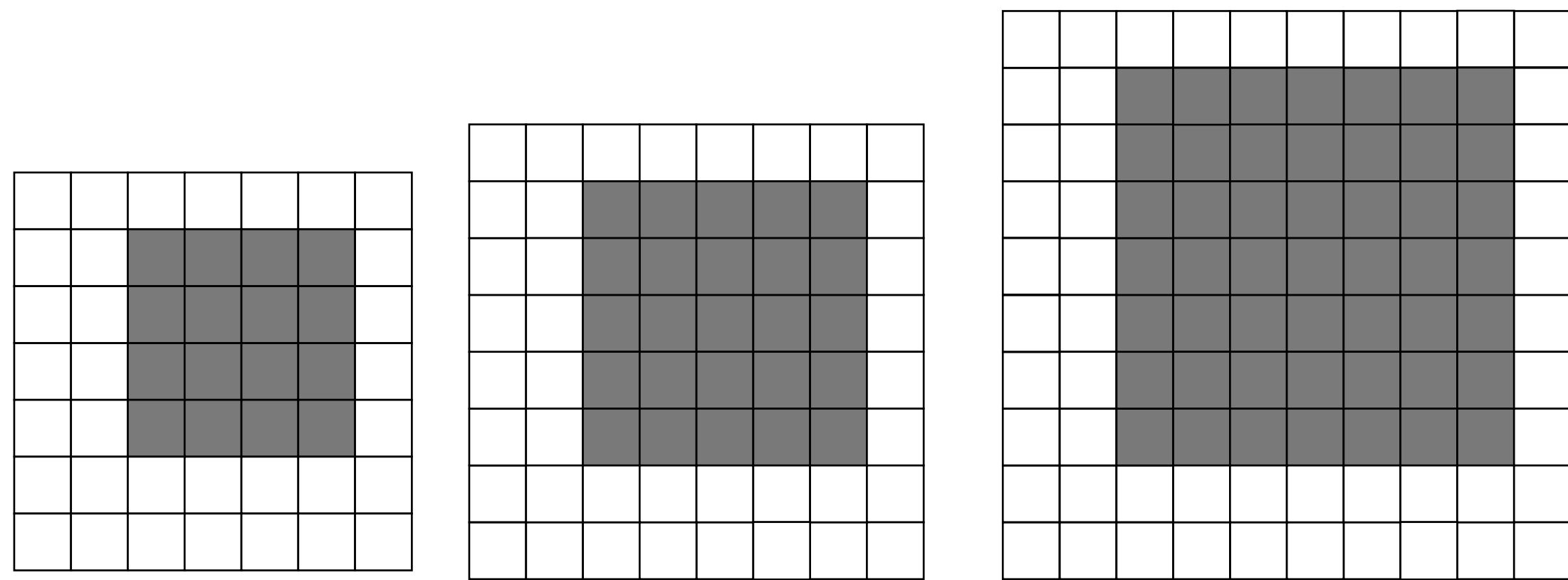
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

## Exercice 7 :

Voici trois figures construites selon le même modèle :



Écrire une formule donnant le nombre de carrés gris à partir du côté du grand carré blanc.

Formule carré gris.

$$\begin{cases} (10 - 3) \times (10 - 3) = 49 \\ (8 - 3) \times (8 - 3) = 25 \\ (7 - 3) \times (7 - 3) = 16 \end{cases}$$

Méthode de résolution d'un problème à caractère général  
Refus du cadre algébrique

$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 4) + x - 4 \\ \text{si } x = 4, \text{ on obtient } 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 5) \\ \text{si } x = 5, \text{ on obtient } 25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x \times x) - (x - 7) + x - 7 \\ \text{si } x = 7, \text{ on obtient } 49. \end{aligned}$$



$$x^2 = -1$$

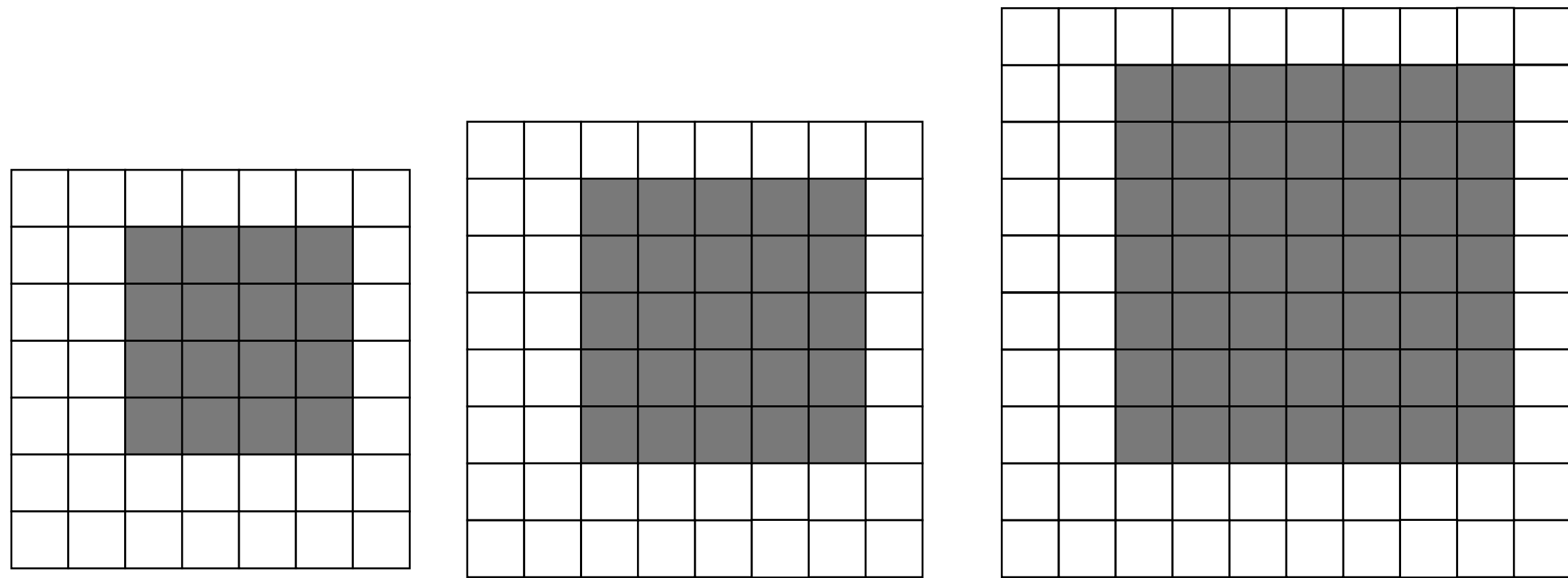
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

## Exercice 7 :

Voici trois figures construites selon le même modèle :



Écrire une formule donnant le nombre de carrés gris à partir du côté du grand carré blanc.

Formule carré gris.

1  $(10 - 3) \times (10 - 3) = 16$   
 2  $(8 - 3) \times (8 - 3) = 25$   
 3  $(7 - 3) \times (7 - 3) = 16$

Méthode de résolution d'un problème à caractère général  
 Refus du cadre algébrique

Statut de la lettre ?

Sens du signe =

(notion de formule non comprise ;  
 mauvaise identification de la variable)

$(x \times x) - (x - 4) + x - 4$   
 si  $x = 4$ , on obtient 16.

$(x \times x) - (x - 5)$   
 si  $x = 5$ , on obtient 25.

$(x \times x) - (x - 7) + x - 7$   
 si  $x = 7$ , on obtient 16.



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

édusCOL Informer et accompagner  
les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

## Utiliser le calcul littéral

Le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une rupture importante : d'une part les symboles du calcul littéral (lettres, signe égal et ses différents statuts, signes opératoires, etc.) diffèrent de ceux du langage des nombres ; d'autre part, les types de problèmes que l'algèbre permet de résoudre sont différents de ceux résolus jusque-là. Pour résoudre un problème de ce type, l'élève avait l'habitude de progresser pas à pas depuis les données connues jusqu'à la quantité à trouver. En algèbre, il s'agit au contraire d'établir des relations entre des données connues et un résultat à trouver (l'inconnue), puis de traiter ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché. Il y a là un véritable renversement de pensée qui, pour être compris et assimilé par l'élève, suppose de la part de l'enseignant une vigilance particulière. Celle-ci peut notamment s'exercer à travers la vérification que la solution trouvée convient bien.

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## LES DIFFÉRENTES SIGNIFICATIONS DU SIGNE ÉGAL (hors équation)

« = » comme affectation :

$$a = 2 \text{ (substitution)}$$

« = » annonce de résultat :

« cela fait », lecture de gauche à droite : non symétrique

« = » relation d'équivalence ;

- permet la réécriture d'expressions en fonction du but visé (calcul réfléchi) «  $21 \times 8 = (20 + 1) \times 8$  » ;
- permet la transformation d'expressions littérales en expressions équivalentes «  $3a + 15 = 3(a + 5)$  »

### Usages du signe = en calcul littéral au cycle 4 :

- Substituer des nombres aux lettres
- Tester si une égalité est vraie
- Prouver l'équivalence de deux expressions littérales



Utiliser le calcul littéral

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## LES DIFFÉRENTS STATUTS DE LA LETTRE



### Utiliser le calcul littéral

Au cycle 3 :

les lettres désignent des unités, un nom d'objet (point, ...), interviennent dans les formules (les lettres n'ayant pas un statut de variables)

Au cycle 4 :

les lettres peuvent avoir des statuts différents (variable, indéterminée, inconnue, paramètre) selon les situations. Ce qui implique des sens différents pour le signe d'égalité. Ce qui est difficile pour les élèves.

A ne pas sous-estimer !

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral



Utiliser le calcul littéral

## PRIORITÉS OPÉRATOIRES ET PARENTHÈSES

Calcul avec les nombres relatifs

Nécessité de maîtriser le calcul en ligne

Les parenthèses sont des séparateurs de blocs de calcul, indiquant des priorités opératoires. L'interprétation de ces symboles est essentiel pour comprendre la structure des expressions numériques ou littérales, ou pour les produire.

ou les transformer

Travail sur les structures à faire vivre à chaque exercice

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$



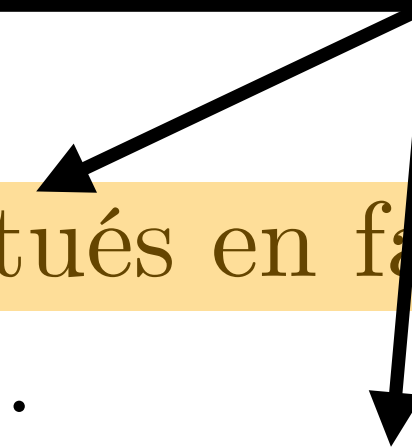
## Utiliser le calcul littéral

### MÉTHODE DE RÉOLUTION DES PROBLÈMES

Dans le cadre numérique, les calculs sont construits et effectués en faisant référence à un sens qui est externe aux calculs (le problème à résoudre).

Au contraire, dans le cadre algébrique, les calculs ne font plus référence à un sens externe, le pilotage des calculs fait référence au sens interne des expressions pour faire apparaître l'information monstrative contenue dans l'écriture des expressions.

A ne pas sous-estimer !



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

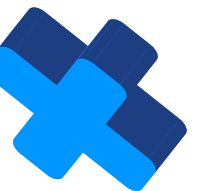
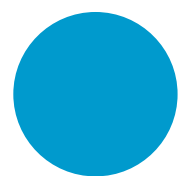
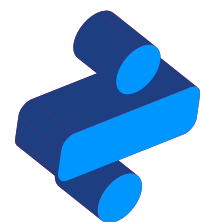
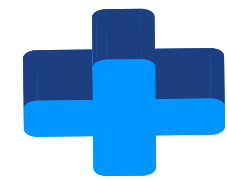
## Consigne 3 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Un élève a écrit sur sa copie :  $2 + 3x - x = 5x - x = 5$

Identifier ce qui fait obstacle pour cet élève.



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 3 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Un élève a écrit sur sa copie :  $2 + 3x - x = 5x - x = 5$

Identifier ce qui fait obstacle pour cet élève.

Il utilise ses connaissances sur les conventions de priorités des opérations dans des expressions numériques avec des expressions littérales (opérations de la gauche vers la droite) et ne connaît pas les conventions d'écriture pour les expressions littérales.

$5x - x$  n'est pas égal à 5 ( $-x$  est égal à  $-1x$ )

$$2 + 3x - x = 5x - x = 5$$

$2 + 3x$  n'est pas égal à  $5x$

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 3 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Un élève a écrit sur sa copie :  $2 + 3x - x = 5x - x = 5$

Identifier ce qui fait obstacle pour cet élève.

Il utilise ses connaissances sur les conventions de priorités des opérations dans des expressions numériques avec des expressions littérales (opérations de la gauche vers la droite) et ne connaît pas les conventions d'écriture pour les expressions littérales.

$5x - x$  n'est pas égal à 5 ( $-x$  est égal à  $-1x$ )

$$2 + 3x - x = 5x - x = 5$$

$2 + 3x$  n'est pas égal à  $5x$

Contrairement aux expressions numériques, dans les expressions numériques littéral, certaines opérations ne peuvent pas se distinguer de leur résultat (somme de monômes de degrés différents) ou ne sont pas directement visibles.

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

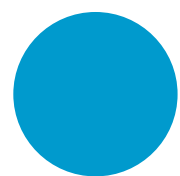
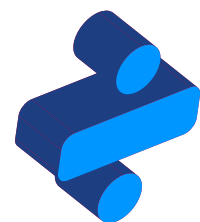
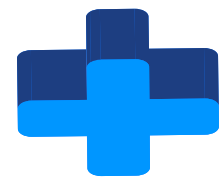
$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 4 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Que doit faire un élève pour réussir cet exercice ?



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 4 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Que doit faire un élève pour réussir cet exercice ?

Analyser la structure de l'expression (la décomposer en sous structures usuelles)

$$2 + 3x - x = 2 + x \times (3 - 1) = 2 + 2x$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## Consigne 4 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Que doit faire un élève pour réussir cet exercice ?

Analyser la structure de l'expression (la décomposer en sous structures usuelles)

$$2 + 3x - x = 2 + x \times (3 - 1) = 2 + 2x$$

Connaître le calcul à faire (aspect procédural)  
pour chaque sous structure identifiée



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

## Consigne 4 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Que doit faire un élève pour réussir cet exercice ?

Analyser la structure de l'expression (la décomposer en sous structures usuelles)

$$2 + 3x - x = 2 + x \times (3 - 1) = 2 + 2x$$

Analyser la structure de l'expression à chaque étape pour savoir si l'on peut encore réduire

Connaître le calcul à faire (aspect procédural)  
pour chaque sous structure identifiée

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

## Consigne 4 :

Voici un exercice donné lors d'un contrôle de 5<sup>e</sup> :

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$ .

Que doit faire un élève pour réussir cet exercice ?

Analyser la structure de l'expression (la décomposer en sous structures usuelles)

$$2 + 3x - x = 2 + x \times (3 - 1) = 2 + 2x$$

Analyser la structure de l'expression à chaque étape pour savoir si l'on peut encore réduire

Connaître le calcul à faire (aspect procédural)  
pour chaque sous structure identifiée

Réduire l'expression  $2 + 3x - x$  et aboutir à l'expression  $2 + 2x$  nécessite de faire un va et vient entre l'aspect structural et l'aspect procédural d'une expression.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## CARACTÈRES PROCÉDURAL ET STRUCTURAL D'UNE EXPRESSION

Contrairement au numérique où chaque signe opératoire indique un calcul à effectuer, l'algèbre ne permet pas de distinguer un processus de calcul et son résultat.

- Caractère procédural : lié à un processus de calcul, dynamique

Prendre un nombre, le multiplier par 2 puis additionner 3

- Caractère structural : lié à l'objet, statique

Somme du double de  $x$  et de trois

Des caractères complémentaires, le procédural précédant le structural.

Peu de flexibilité chez les élèves entre les caractères procédural et structural des écritures numériques. C'est l'un des obstacles à l'entrée dans l'algèbre.

C'est lui que l'on utilise pour analyser la structure des expressions. Sans lui, on ne peut pas transformer l'écriture d'une expression pour obtenir une nouvelle écriture permettant de résoudre un problème.

Brigitte Grugeon

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :
- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :
- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)
- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique
- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité (algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :  
**écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$**
- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :
- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)
- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique
- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité (algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :  
**écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$**
- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :  
**l'égalité  $6,2 \times 3,5 = 16,7 - 4,6 + 9,3$  est-elle vraie ?**
- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire  
(en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)
- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique
- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité  
(algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :

écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$

- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :

l'égalité  $6,2 \times 3,5 = 16,7 - 4,6 + 9,3$  est-elle vraie ?

$$16 \times 625 = (4 \times 4) \times (25 \times 25) \cdot 1$$

- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)

$$= (4 \times 25) \times (4 \times 25)$$

$$= 100 \times 100 = 10\,000$$

- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique

- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité

(algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :

écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$

- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :

l'égalité  $6,2 \times 3,5 = 16,7 - 4,6 + 9,3$  est-elle vraie ?

$$\begin{aligned} 16 \times 625 &= (4 \times 4) \times (25 \times 25) \cdot 1 \\ &= (4 \times 25) \times (4 \times 25) \\ &= 100 \times 100 = 10\,000 \end{aligned}$$

- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)

$$\begin{aligned} 40 &= 2 \times 20 = 4 \times 10 \\ &= 1 \times 40 = 8 \times 5 \end{aligned}$$

- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique

- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité (algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre.

(Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :

écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$

- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :

l'égalité  $6,2 \times 3,5 = 16,7 - 4,6 + 9,3$  est-elle vraie ?

$$16 \times 625 = (4 \times 4) \times (25 \times 25) \cdot 1$$

- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)

$$= (4 \times 25) \times (4 \times 25)$$

$$= 100 \times 100 = 10\,000$$

- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique

$$40 = 2 \times 20 = 4 \times 10$$

$$= 1 \times 40 = 8 \times 5$$

- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité  $97 \times 32 = 100 \times 32 - 3 \times 32$   
(algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$= 3200 - 96 = 3104$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

# Les obstacles liés au calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

Le calcul littéral se travaille aussi en amont dans les séquences de notions numériques

## L'ENSEIGNANT PEUT DIMINUER LA PRÉGNANCE DE CES OBSTACLES

Le calcul réfléchi mis en lien avec le calcul en ligne constitue un levier pour favoriser l'entrée dans l'algèbre. (Voir la vidéo de Michèle Artigue)

- Travailler le caractère structural des expressions numériques :

écrire le produit de la somme de 5 et de 3 par 4.  $(5 + 3) \times 4$

- Travailler le statut de l'égalité comme relation d'équivalence en numérique :

l'égalité  $6,2 \times 3,5 = 16,7 - 4,6 + 9,3$  est-elle vraie ?

$$\begin{aligned} 16 \times 625 &= (4 \times 4) \times (25 \times 25) \\ &= (4 \times 25) \times (4 \times 25) \\ &= 100 \times 100 = 10\,000 \end{aligned}$$

- Sélection d'une écriture adaptée en fonction du calcul à faire (en appui sur les propriétés des nombres et des opérations)

- Plusieurs écritures d'un nombre, d'une expression numérique

$$\begin{aligned} 40 &= 2 \times 20 = 4 \times 10 \\ &= 1 \times 40 = 8 \times 5 \end{aligned}$$

- Explicitation des rôles de la propriété de distributivité (algorithme de la multiplication, réécriture des expressions)

$$\begin{aligned} 97 \times 32 &= 100 \times 32 - 3 \times 32 \\ &= 3200 - 96 = 3104 \end{aligned}$$