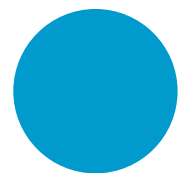
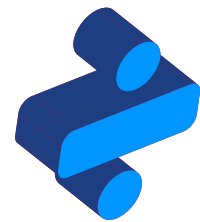
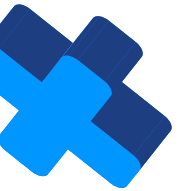
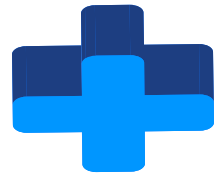


$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$

CALCUL LITTÉRAL



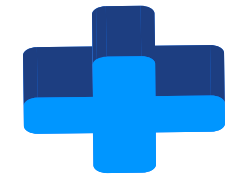
$$x^2 = -1$$

guillaume.didier@inspe-paris.fr

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Plan du bloc «calcul littéral»

$$k(a + b) = ka + kb$$



Relief (tâches liées) du calcul littéral au cycle 4

Le programme de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4

Les obstacles liés à l'enseignement du calcul littéral

Situations d'introduction pour le calcul littéral

Trace écrite de cours

Aides potentielles pour les élèves

Classe de problèmes

Séance 1



$$x^2 = -1$$

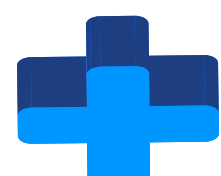
Séance 2

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

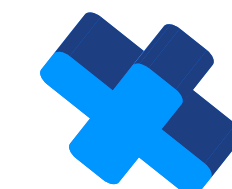
Liste non exhaustive de documents de référence sur le calcul littéral au cycle 4

$$k(a + b) = ka + kb$$

Document d'accompagnement du cycle 4 « Utiliser le calcul littéral », Éduscol (2016)

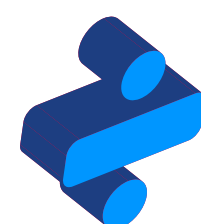


Document d'accompagnement « Du numérique au calcul littéral », Éduscol (2008)



COMBIER.G-PRESSIAT.A-GUILLAUME.J-C Les débuts de l'algèbre au collège. INRP (1996)

COPPÉ.S-GRUGEON.B Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ?



Actes de la CORFEM 2009

CHAACHOUA.H-FERRATON.G Rapport institutionnel au calcul littéral au collège. État des lieux et perspectives, Petit'x n°91

$$x^2 = -1$$

COPPÉ.S Étude des processus de vérifications mis en œuvre par les élèves, Bulletin APMEP n°411 1997

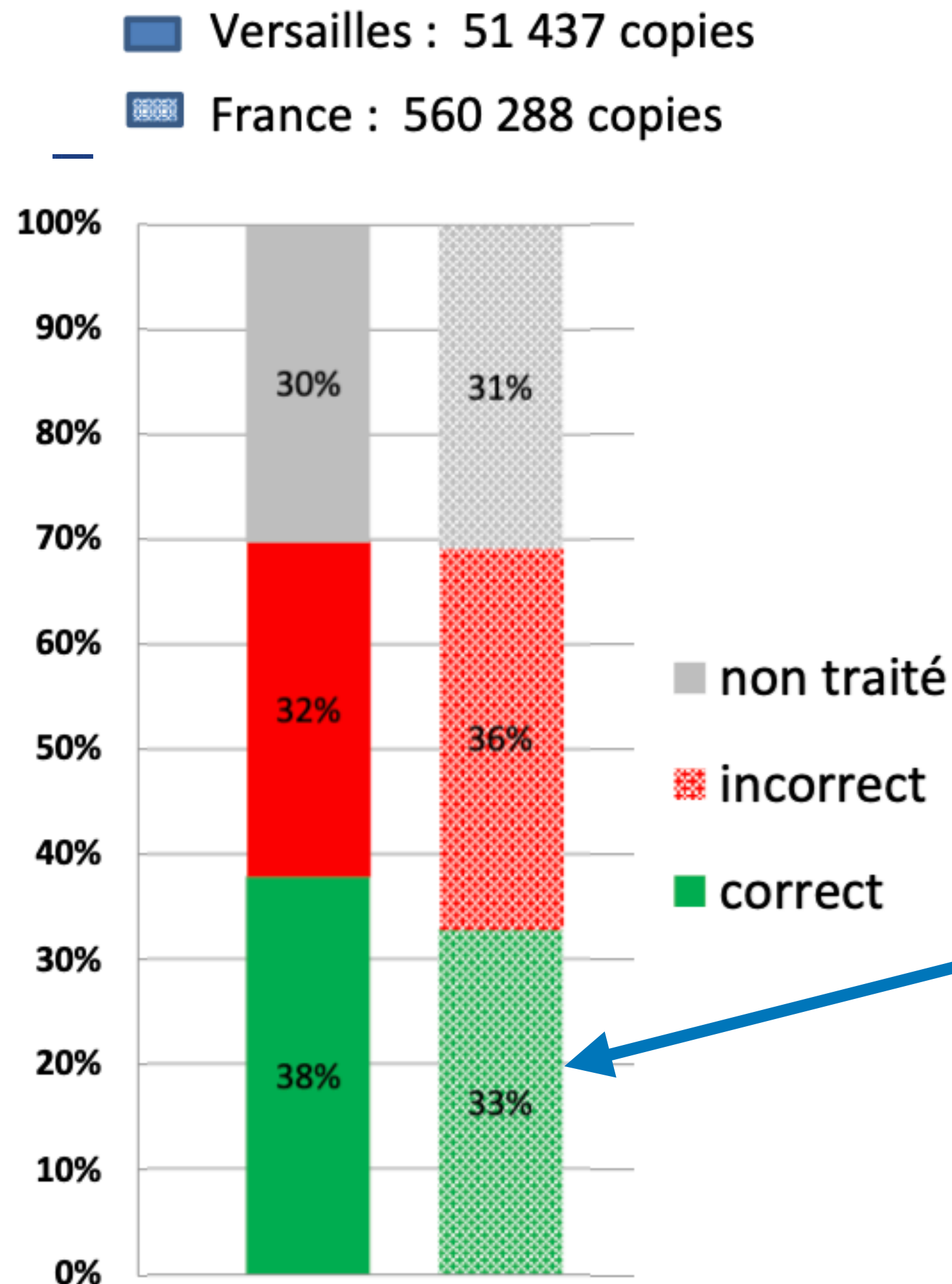
VLASSIS.J-DEMONTY.I-SQUALLI.H Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs, NCRE vol 20 n°3 (2017)

État des lieux sur les difficultés des élèves

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a+b) = ka + kb$$

Relevé des acquis 2018 : DNB



Exercice 5

16 points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x+8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

On pose $B = (4+x)^2 - x^2$.

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

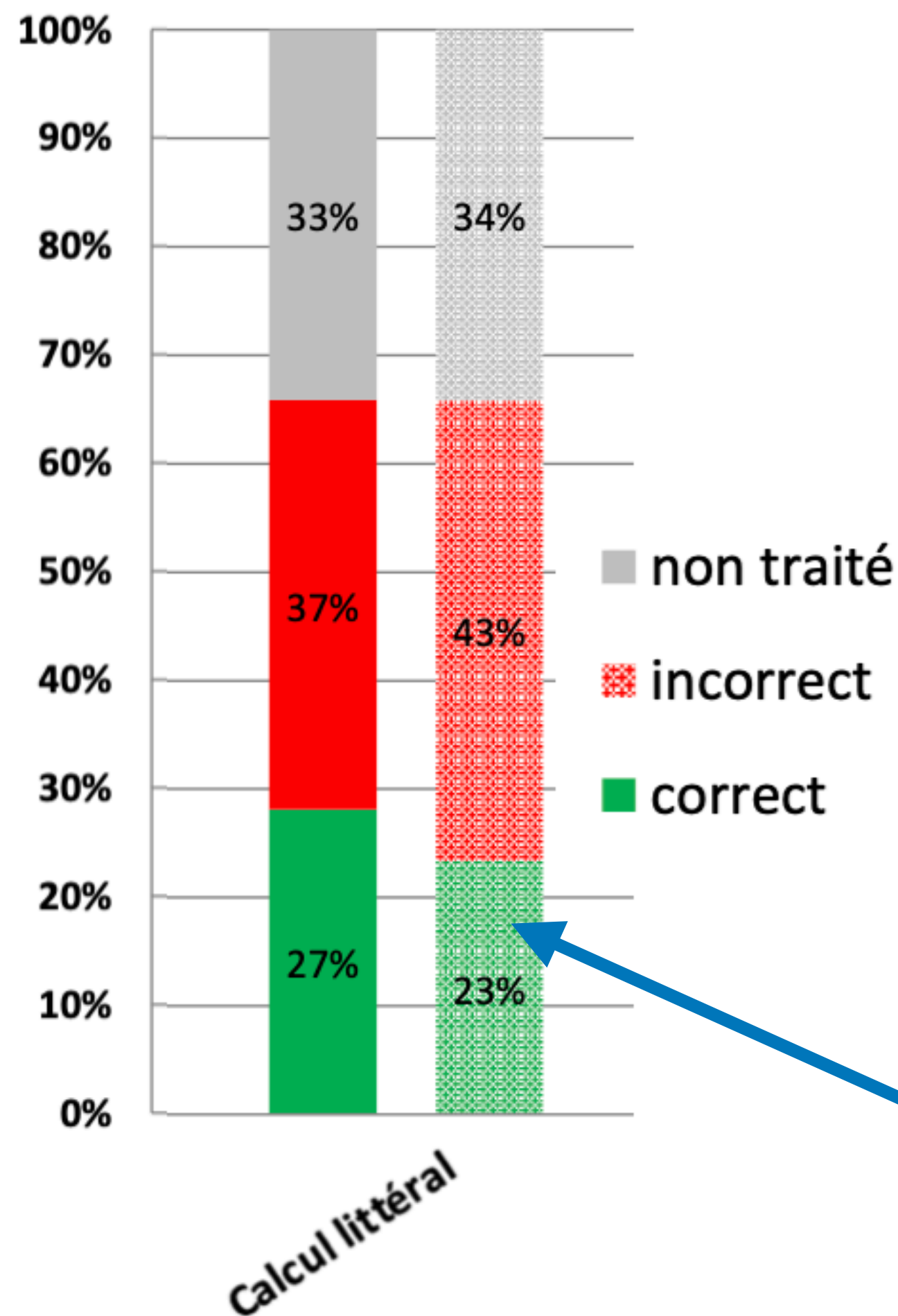
4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
 - Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
 - Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

État des lieux sur les difficultés des élèves ^{$k(a+b) = ka + kb$}

Relevé des acquis 2018 : DNB

- Versailles : 51 437 copies
- France : 560 288 copies



Exercice 5

16 points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x+8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

On pose $B = (4+x)^2 - x^2$.

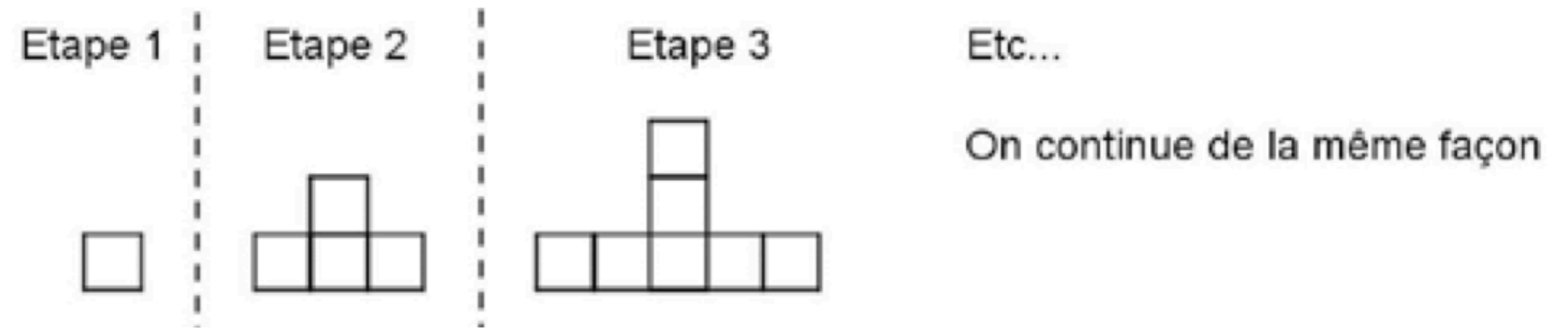
Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

- Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
- Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

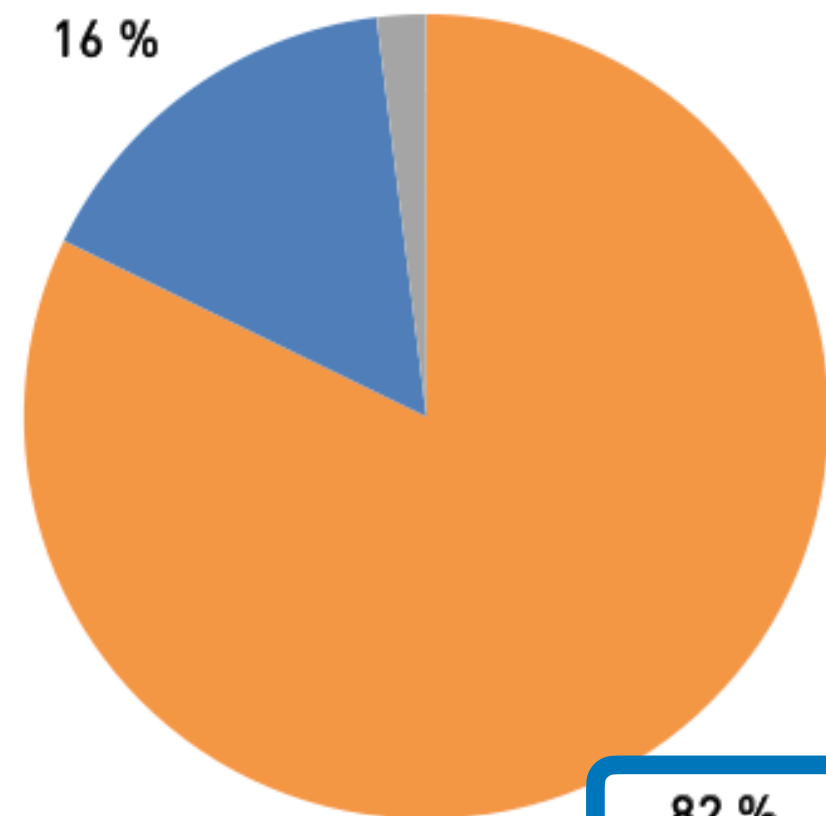
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ État des lieux sur les difficultés des élèves $k(a+b) = ka + kb$

Observer les différentes étapes de construction.



Question 1

Combien de carrés compte-t-on à l'étape 5 ?

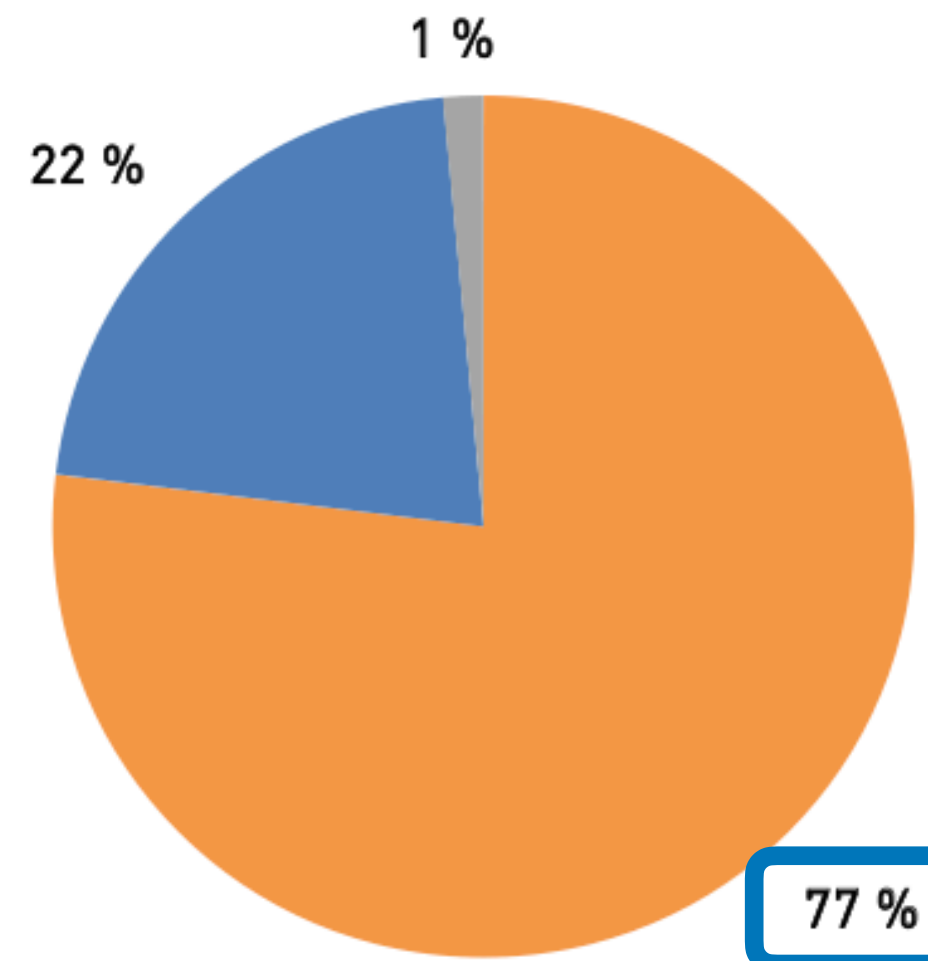


- Réponse correcte
- Réponse incorrecte
- NR

Question 2

A quelle étape comptera-t-on 25 carrés ?
Cocher la bonne réponse.

- 1 Étape 5
- 2 Étape 6
- 3 Étape 8
- 4 Étape 9

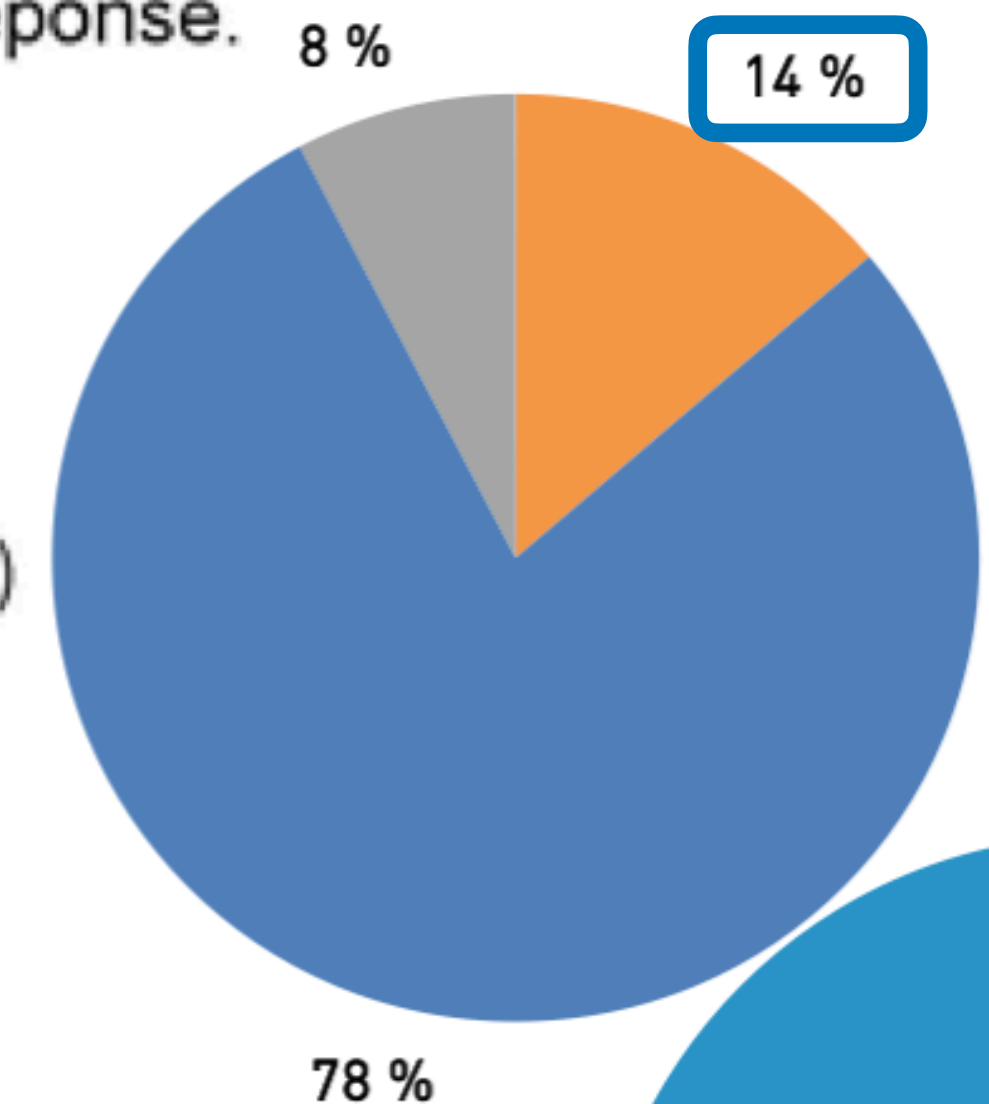


Question 3

n représente un nombre entier naturel non nul.
Combien de carrés compte-t-on à l'étape n ?

Cocher la bonne réponse.

- 1 n
- 2 $3 + n$
- 3 $1 + 3 \times n$
- 4 $1 + 3 \times (n - 1)$



$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ État des lieux sur les difficultés des élèves $k(a+b) = ka + kb$

Toutes les études montrent que le calcul littéral et son utilisation ne sont pas maîtrisés par un grand nombre d'élèves. Ce constat ne date pas d'aujourd'hui...

J'étais alors en proie à la mathématique.
Temps sombre ! enfant ému du frisson poétique,
Pauvre oiseau qui heurtais du crâne mes barreaux,
On me livrait tout vif aux chiffres, noirs bourreaux ;
On me faisait de force ingurgiter l'algèbre ;
On me liait au fond d'un Boisbertrand funèbre
On me tordait depuis les ailes jusqu'au bec,
Sur l'affreux chevalet des X et des Y ;
Hélas, on me fourrait sous les os maxillaires
Le théorème orné de tous ses corollaires ;
Et je me débattais, lugubre patient
Du diviseur prêtant main-forte au quotient.
De là mes cris.

Un jour, quand l'homme sera sage,
Lorsqu'on n'instruira plus les oiseaux par la cage,
Quand les sociétés difformes sentiront
Dans l'enfant mieux compris se redresser leur front,
Que, des libres essors ayant sondé les règles
On connaîtra la loi de croissance des aigles ?
Et que le plein midi rayonnera pour tous,
Savoir étant sublime, apprendre sera doux.

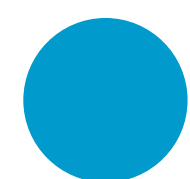
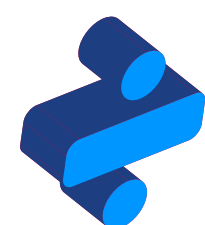
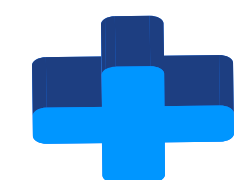
Victor HUGO, **Les Contemplations** (1856),
Livre premier (Aurore), « A propos d'Horace »

$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

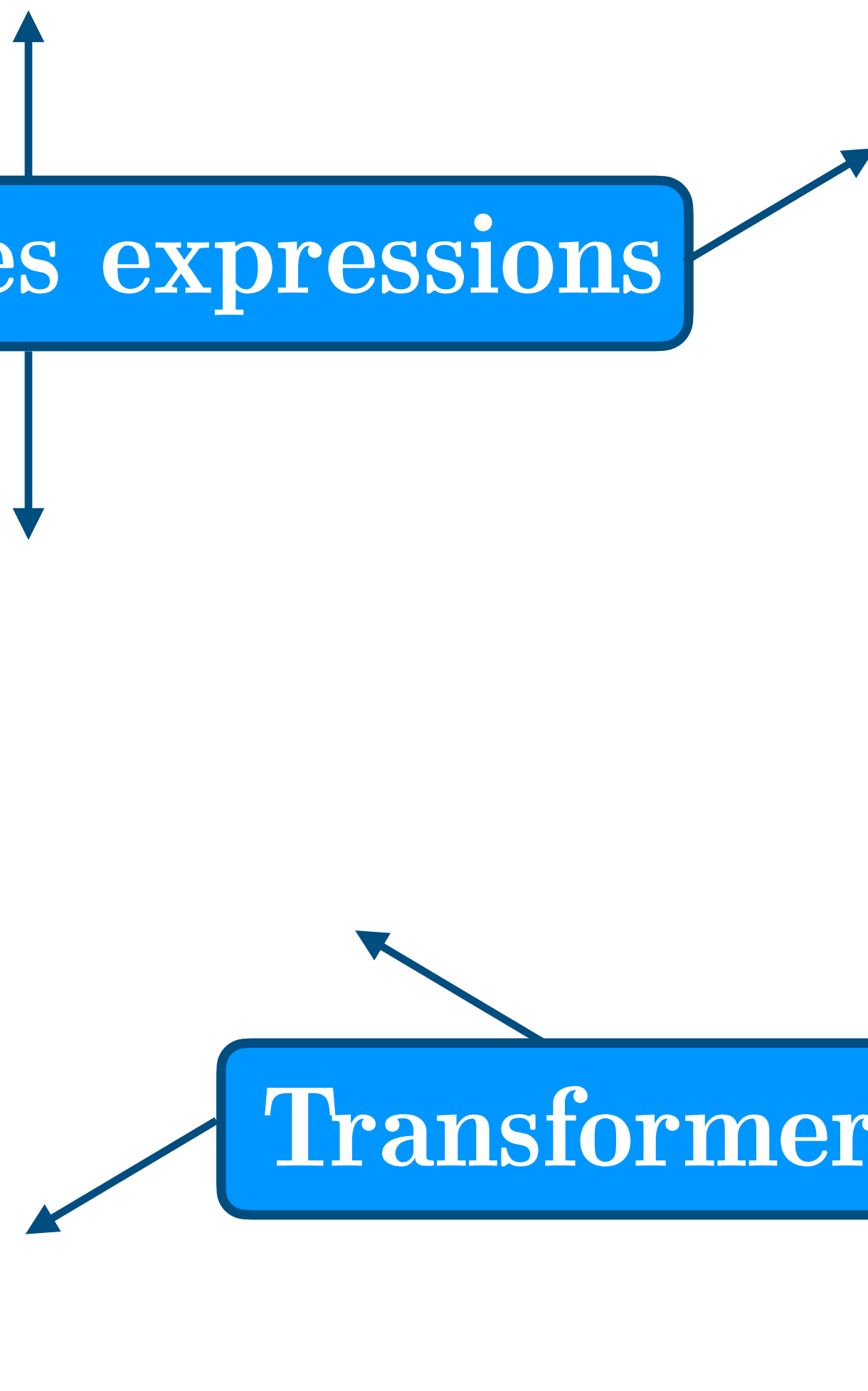


$$x^2 = -1$$

Générer des expressions

Valeurs d'une expression

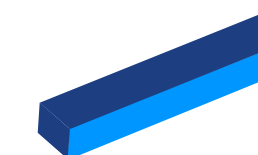
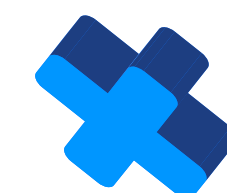
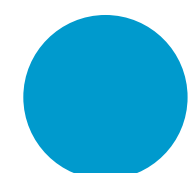
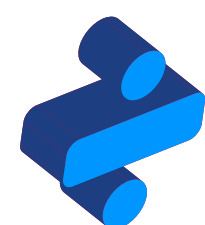
Transformer des expressions



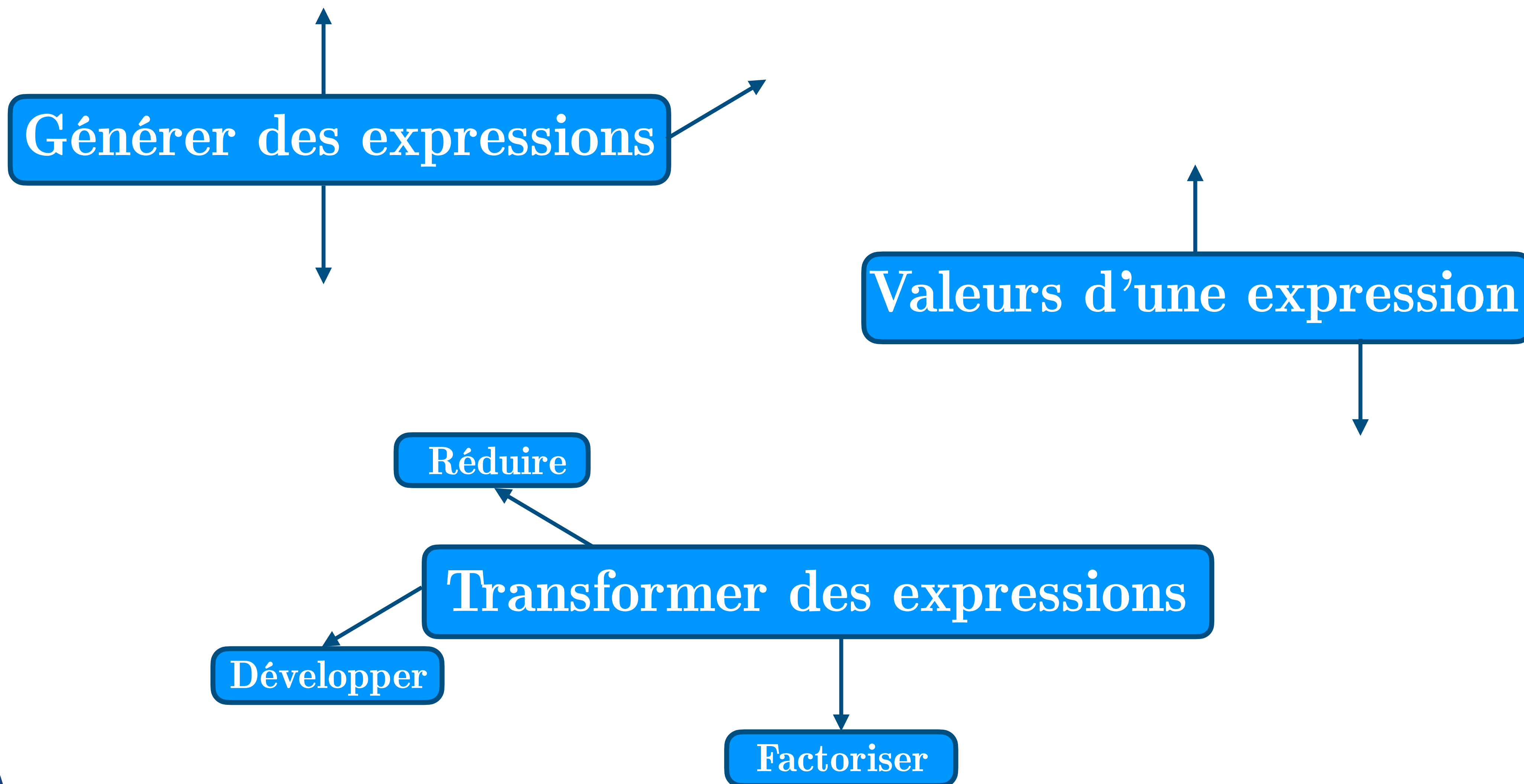
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$



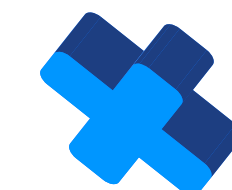
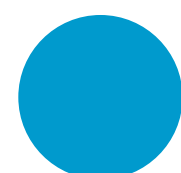
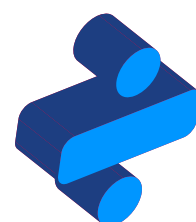
$$x^2 = -1$$



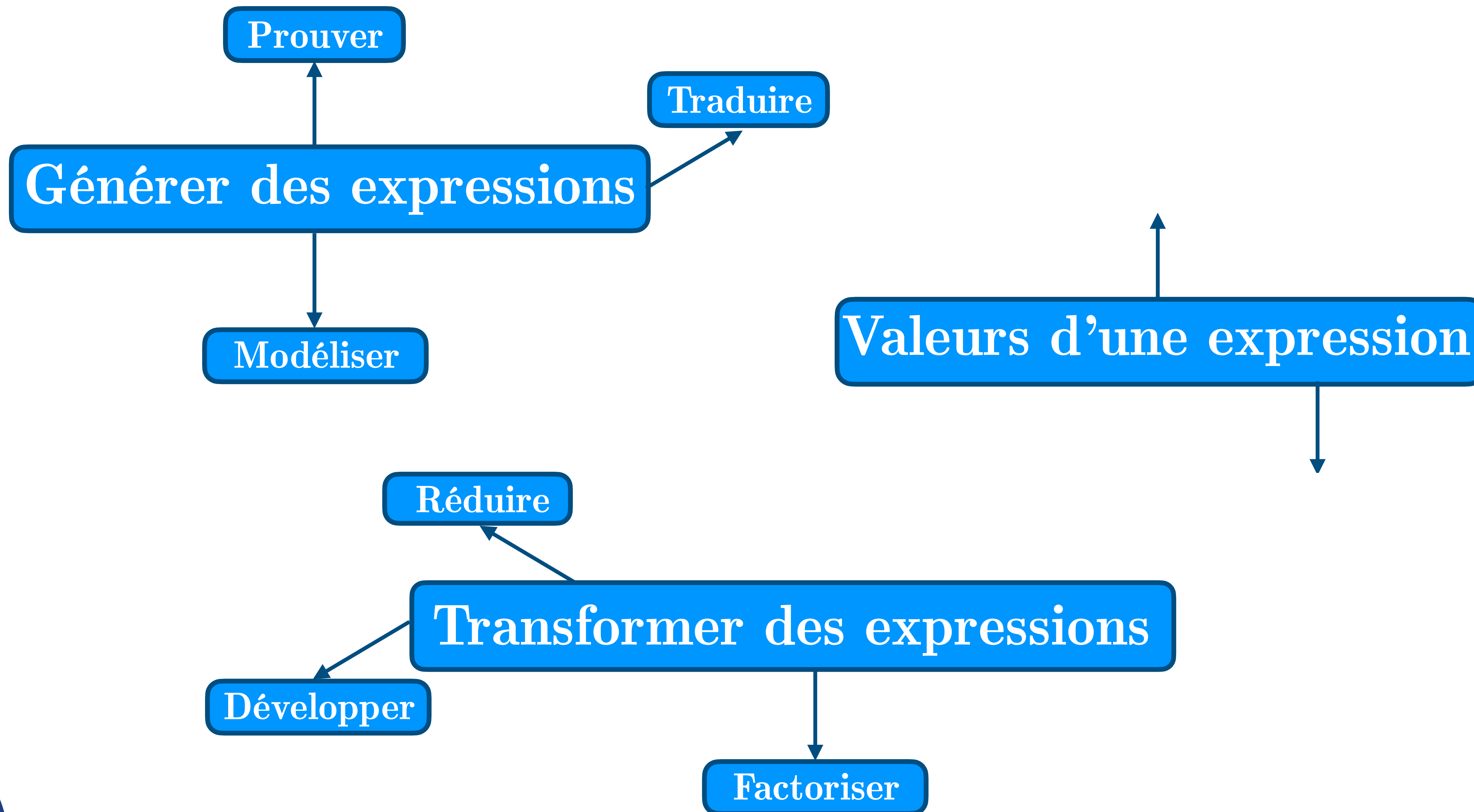
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$



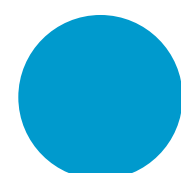
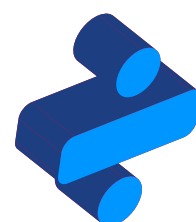
$$x^2 = -1$$



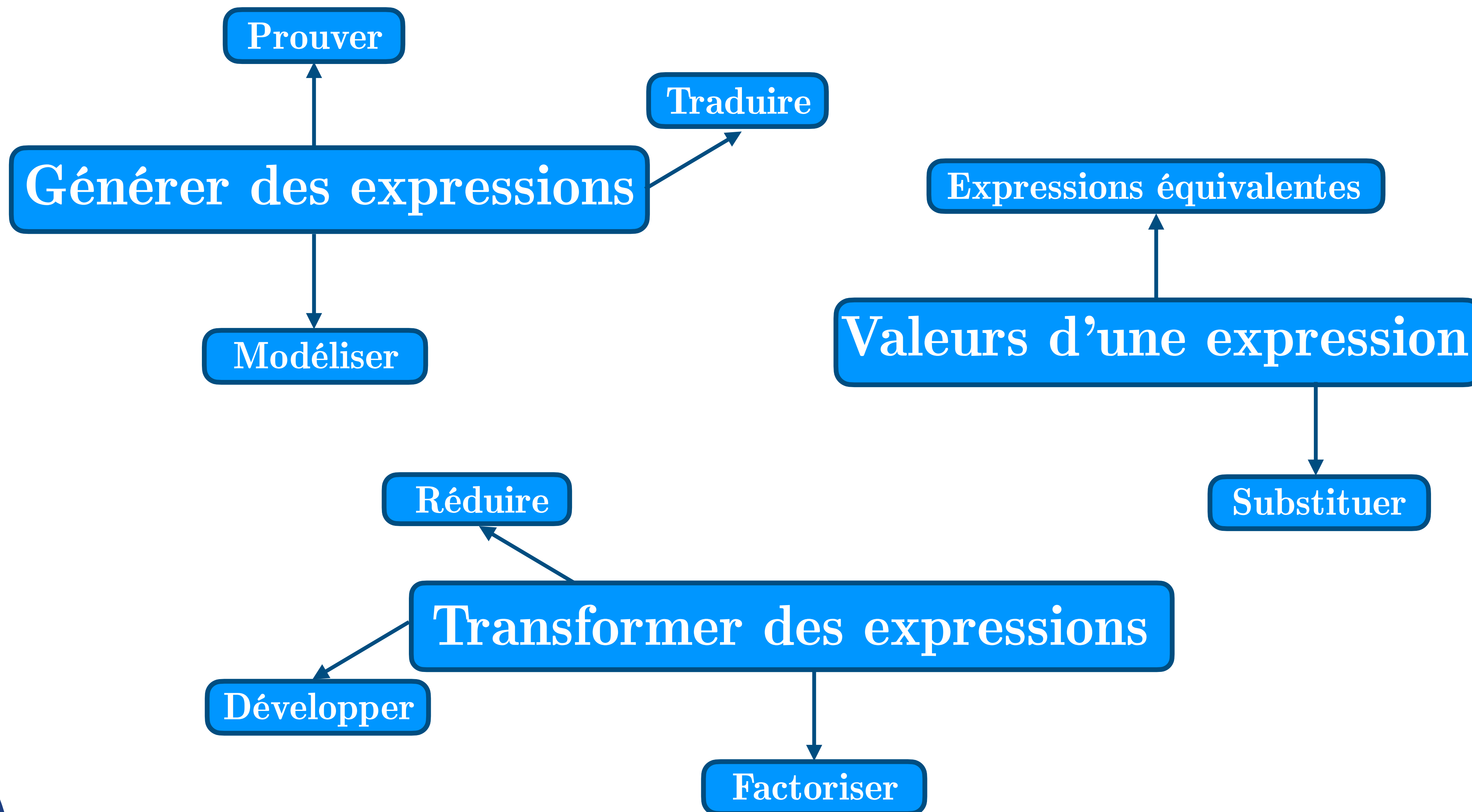
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$



$$x^2 = -1$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Consigne 1 :

Voici une liste de huit exercices.

Analyser les exercices et compléter le tableau suivant.

Tâche principale	Exercice
Substituer	
Développer puis réduire des expressions	
Factoriser des expressions	
Expressions équivalentes	
Prouver un résultat général	
Traduire une relation en changeant de registre	
Modéliser une méthode générale de calcul	
Valider ou invalider une conjecture	



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

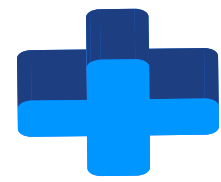
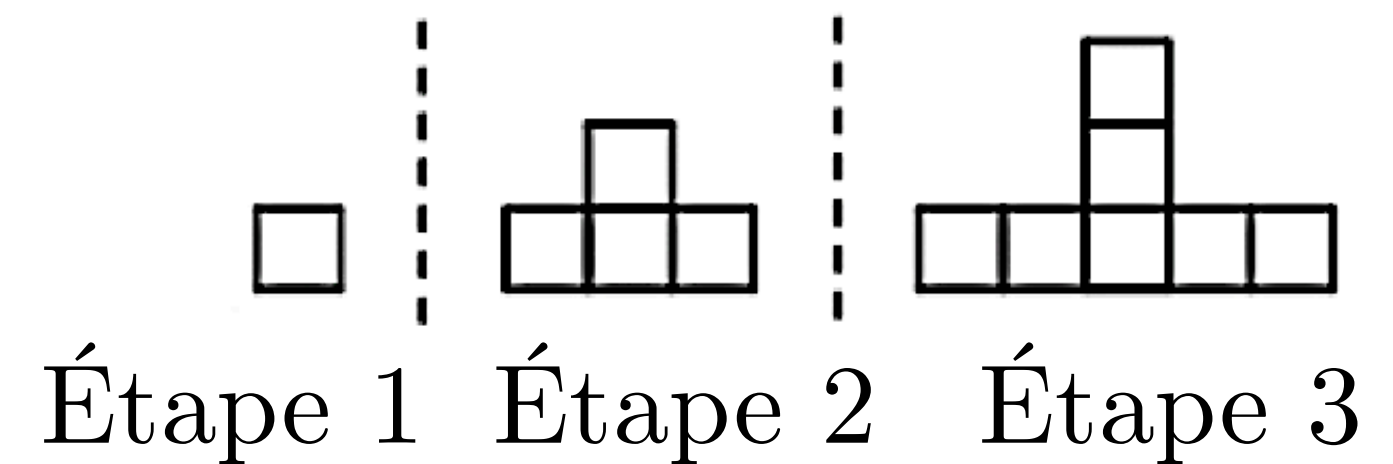
TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Exercice 1 Voici des figures construites selon le même procédé :

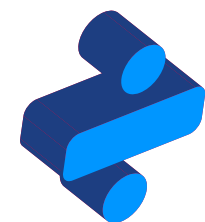
Écrire un calcul valable pour toutes les étapes permettant

de déterminer le nombre de petits carrés.



Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.

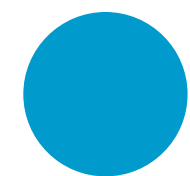
Exercice 3 Calculer la valeur de l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$



Exercice 4 Développer puis réduire l'expression $4x(5x - 3) - (5 - 2x)$

Exercice 5 Calculer cinq sommes de trois nombres entiers consécutifs.

Que remarques-tu ? Démontre ta remarque.



Exercice 6 Dans un parc pour enfants, il y a trois fois plus de roues que de tricycles.

Écrire une égalité traduisant cette phrase.

Exercice 7 Factoriser l'expression $16x^2 + 36$

Exercice 8 Montrer que les expressions $(4x + 3)(3 + 5x)$ et $2x(10x + 11) + (9 + 5x)$ sont égales

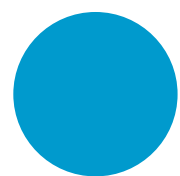
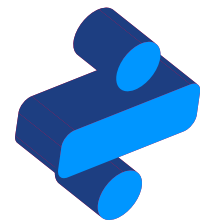
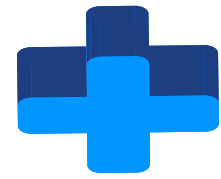
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral

Tâche principale	Exercice



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

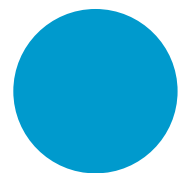
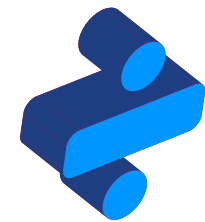
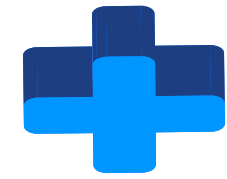
TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral

Tâche principale	Exercice
Substituer	N°3

Exercice 3 Calculer la valeur de l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

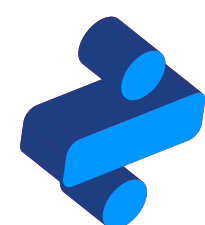
TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral

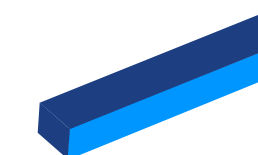
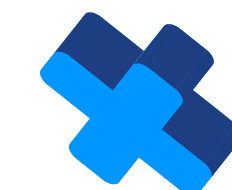


Tâche principale	Exercice
Substituer	N°3
Développer puis réduire des expressions	N°4



Exercice 3 Calculer la valeur de l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$

Exercice 4 Développer puis réduire l'expression $4x(5x - 3) - (5 - 2x)$



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

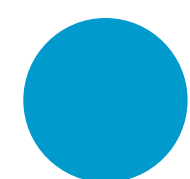
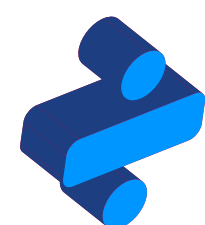
TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral



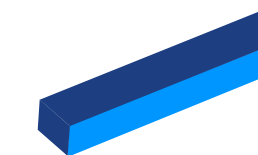
Tâche principale	Exercice
Substituer	N°3
Développer puis réduire des expressions	N°4
Factoriser des expressions	N°7



Exercice 3 Calculer la valeur de l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$

Exercice 4 Développer puis réduire l'expression $4x(5x - 3) - (5 - 2x)$

Exercice 7 Factoriser l'expression $16x^2 + 36$



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral

Tâche principale	Exercice
Substituer	N°3
Développer puis réduire des expressions	N°4
Factoriser des expressions	N°7
Expressions équivalentes	N°8

Exercice 3 Calculer la valeur de l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$

Exercice 4 Développer puis réduire l'expression $4x(5x - 3) - (5 - 2x)$

Exercice 7 Factoriser l'expression $16x^2 + 36$

Exercice 8 Montrer que les expressions $(4x + 3)(3 + 5x)$ et $2x(10x + 11) + (9 + 5x)$ sont égales

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Maîtriser les techniques liées au calcul littéral

Dimension Objet

Tâche principale	Exercice
Substituer	N°3
Développer puis réduire des expressions	N°4
Factoriser des expressions	N°7
Expressions équivalentes	N°8

Exercice 3 Calculer la valeur de

l'expression $4(3x^2 + 1) - 5x$ pour $x = -4$

Exercice 4 Développer puis réduire

l'expression $4x(5x - 3) - (5 - 2x)$

Exercice 7 Factoriser l'expression $16x^2 + 36$

Exercice 8 Montrer que les expressions $(4x + 3)(3 + 5x)$ et $2x(10x + 11) + (9 + 5x)$ sont égales

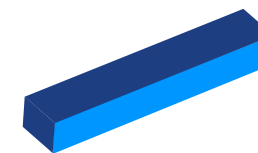
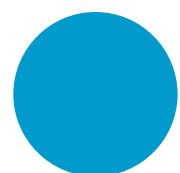
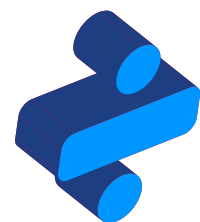
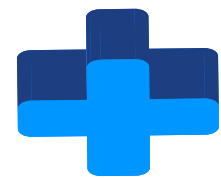
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral

Tâche principale	Exercice



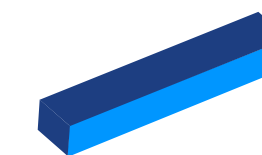
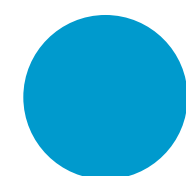
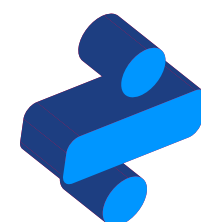
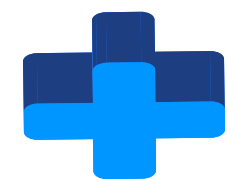
$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral



$$x^2 = -1$$

Tâche principale	Exercice
Prouver un résultat général	N°2

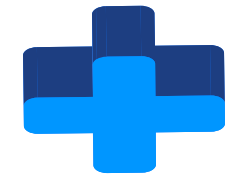
Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral



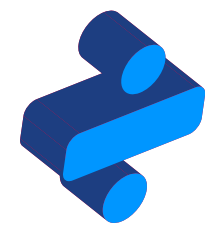
Tâche principale

Exercice

Prouver
un résultat général

N°2

Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.



Traduire une relation en changeant de registre

N°6

Exercice 6 Dans un parc pour enfants, il y a trois fois plus de roues que de tricycles. Écrire une égalité traduisant cette phrase.



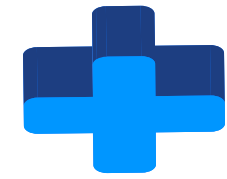
$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral.



Tâche principale

Exercice

Prouver
un résultat général

N°2

Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.



Traduire une relation en changeant de registre

N°6

Exercice 6 Dans un parc pour enfants, il y a trois fois plus de roues que de tricycles. Écrire une égalité traduisant cette phrase.



Modéliser une méthode générale de calcul

N°1

Exercice 1 (c'est celui avec les patterns).

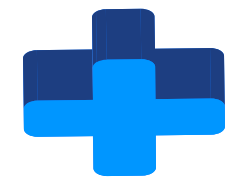
$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral



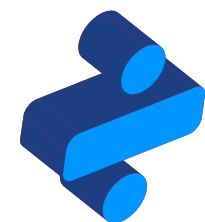
Tâche principale

Exercice

Prouver
un résultat général

N°2

Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.



Traduire une relation en
changeant de registre

N°6

Exercice 6 Dans un parc pour enfants, il y a trois fois plus de roues que de tricycles. Écrire une égalité traduisant cette phrase.



Modéliser une méthode
générale de calcul

N°1

Exercice 1 (c'est celui avec les patterns).

$$x^2 = -1$$

Valider ou invalider
une conjecture

N°5

Exercice 5 Calculer cinq sommes de trois nombres entiers consécutifs. Que remarques-tu ? Démontre ta remarque.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

TÂCHES LIÉES AU CALCUL LITTÉRAL

$$k(a + b) = ka + kb$$

Résoudre des problèmes à l'aide du calcul littéral

Dimension Outil

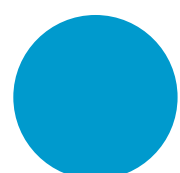
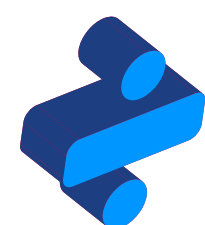
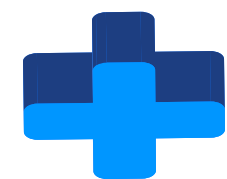
Tâche principale	Exercice
Prouver un résultat général	N°2
Traduire une relation en changeant de registre	N°6
Modéliser une méthode générale de calcul	N°1
Valider ou invalider une conjecture	N°5

Exercice 2 Montrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.

Exercice 6 Dans un parc pour enfants, il y a trois fois plus de roues que de tricycles. Écrire une égalité traduisant cette phrase.

Exercice 1 (c'est celui avec les patterns).

Exercice 5 Calculer cinq sommes de trois nombres entiers consécutifs. Que remarques-tu ? Démontre ta remarque.



$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Les dimensions Outil/Objet du calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

Les connaissances algébriques sont structurées selon deux dimensions non indépendantes et partiellement hiérarchisées :

Dimension Objet



- Il est nécessaire de prendre en compte le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques pour les manipuler. La signification d'une expression algébrique réside à la fois dans sa syntaxe, sa dénotation (écritures différentes d'un même objet) et son interprétation.

A une expression sont associées plusieurs écritures de sens distincts sur lesquels on s'appuie pour choisir et organiser les transformations.

Dimension Outil

- La compétence algébrique s'évalue à travers la capacité à produire des expressions et des relations algébriques pour traduire au problème, à les interpréter puis à mobiliser les outils algébriques adaptés à sa résolution.

$$x^2 = -1$$

Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ?
Sylvie Coppé et Brigitte Grugeon-Allys 2009

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Les dimensions Outil/Objet du calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Utiliser le calcul littéral

La transformation d'expressions littérales (d'une somme en produit ou vice versa) s'effectue dans le même esprit, à partir de la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition.

Le travail technique de développement ou de factorisation est accompagné d'une réflexion sur le choix de la forme de l'expression (somme ou produit) la mieux appropriée au problème à résoudre.

De manière générale, les tâches d'exécution (développement, factorisation, réduction) sont articulées avec des activités qui développent l'intelligence des stratégies de calcul comme l'anticipation, l'organisation, le contrôle.

Dimension Objet

Important pour être en capacité de résoudre des problèmes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Les dimensions Outil/Objet du calcul littéral

$$k(a + b) = ka + kb$$

édusCOL Informer et accompagner
les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Utiliser le calcul littéral

Calcul littéral pour démontrer

Progressivement, l'élève perçoit les limites du calcul numérique et la nécessité de passer au calcul littéral pour prouver qu'une propriété est vraie pour toutes les valeurs de la variable.

Formules et expressions littérales pour généraliser, modéliser ou démontrer

Le travail initié au cycle 3 sur la production et l'utilisation de formules devient, en classe de 5^e, un objectif de formation. Une formule (expression d'une relation entre des variables) ou une expression littérale (résultat d'un programme de calcul) permettent de décrire une situation générale, le recours à la lettre étant un moyen de s'abstraire de valeurs numériques particulières.

Dimension Outil

$$x^2 = -1$$

Programme du cycle 4

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$k(a + b) = ka + kb$$



Utiliser le calcul littéral

Objectifs

Au titre de l'entrée dans l'algèbre, l'enseignement du calcul littéral au cycle 4 vise les objectifs suivants:

- traduire le résultat de la suite des opérations d'un programme de calcul sous la forme d'une expression littérale et établir le lien entre l'aspect « procédural » et l'aspect « structural » de cette expression : ainsi, le résultat du programme de calcul « multiplier un nombre par 2 et ajouter 3 au résultat » se traduit par l'expression $2x + 3$ dont la structure est celle de la somme de 3 et du double de x ;
- décrire une propriété générale de nombres (par exemple « être la somme de deux entiers consécutifs » ou « être un multiple de 3 ») ;
- démontrer qu'une propriété est vraie dans un cadre général (par exemple les règles du calcul fractionnaire) ;
- modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équations ou d'inéquations du premier degré ;
- introduire les concepts de variable et de fonction.

Le calcul littéral élargit la gamme des problèmes que les élèves doivent savoir résoudre.

$$x^2 = -1$$

Programme du cycle 4

$$k(a + b) = ka + kb$$

édusCOL Informer et accompagner
les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Thème A – Nombres et calculs

L'objectif est qu'à la fin du cycle 4, les élèves savent utiliser par eux-mêmes le calcul littéral pour résoudre des problèmes

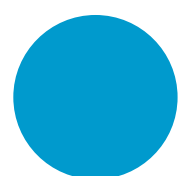
Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maîtrise des procédures de calcul, sans objectif de virtuosité technique. Ils manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils utilisent les différentes écritures d'un même nombre (fractionnaire, décimale, notation scientifique). Les puissances sont introduites pour faciliter l'évaluation d'ordres de grandeurs (notamment en relation avec d'autres disciplines) et la simplification de certaines écritures.

Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour modéliser une situation, démontrer une propriété générale et résoudre des problèmes se ramenant à des équations du premier degré. Les élèves sont progressivement familiarisés aux différents statuts de la lettre (indéterminée, variable, inconnue, paramètre) et du signe égal (pour fournir le résultat d'une opération, pour traduire l'égalité de deux représentations d'un même nombre, dans une équation, dans une identité). À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer des nombres irrationnels, par exemple dans l'utilisation du théorème de Pythagore ou la résolution d'équations de la forme $x^2 = a$.

Attendus de fin de cycle

- utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes ;
- comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers ;
- utiliser le calcul littéral.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x^2 = -1$$

Programme du cycle 4

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Utiliser le calcul littéral

Connaissances

- notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité ;
- propriétés de distributivité (simple et double) ;
- annulation d'un produit (démonstration possible par disjonction de cas) ;
- factorisation de $a^2 - b^2$.

Les autres identités ne sont plus au programme

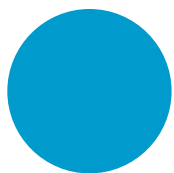
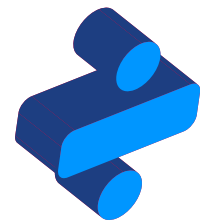
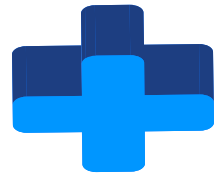
Compétences associées

- développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples ;
- utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale (par exemple la distributivité simple), pour démontrer un résultat général (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois), pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation ;
- mettre un problème en équation en vue de sa résolution ;
- résoudre algébriquement des équations du premier degré ou s'y ramenant (équations produits), en particulier des équations du type $x^2 = a$.

Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;

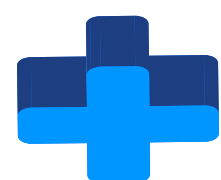


$$x^2 = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Attendus de fin de 5^e

$$k(a + b) = ka + kb$$



NOMBRES ET CALCULS

- Ce que sait faire l'élève
- ◆ Type d'exercice
- Exemple d'énoncé
- Indication générale

Utiliser le calcul littéral

Ce que sait faire l'élève

Automatiser rapidement que $3x + 2x$ est égal à $5x$

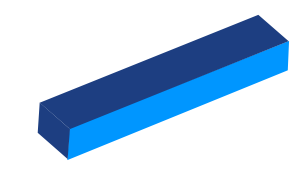
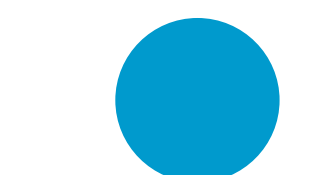
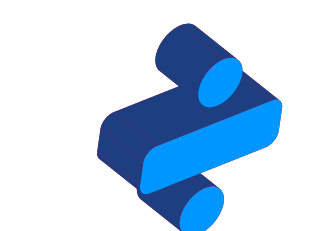
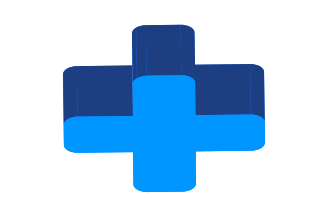
Dès le début du cycle 4, les élèves doivent produire des expressions

Essentiel pour détecter des erreurs

- Il utilise les notations $2a$ pour $a \times 2$ ou $2 \times a$ et ab pour $a \times b$, a^2 pour $a \times a$ et a^3 pour $a \times a \times a$.
- Il utilise la distributivité simple pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$ où a et b sont des nombres décimaux.
- Il produit une expression littérale pour élaborer une formule ou traduire un programme de calcul.
- Il utilise une lettre pour traduire des propriétés générales.
- Il utilise une lettre pour démontrer une propriété générale.
- Il substitue une valeur numérique à une lettre pour :
 - calculer la valeur d'une expression littérale ;
 - tester, à la main ou de façon instrumentée, si une égalité où figurent une ou deux indéterminées est vraie quand on leur attribue des valeurs numériques ;
 - contrôler son résultat.

Repères de progressivité du cycle 4 $k(a+b) = ka + kb$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x^2 = -1$$

NOMBRES ET CALCULS (suite)	
Calcul littéral	
Expressions littérales	Distributivité
<p>Les expressions littérales sont introduites à travers des formules mettant en jeu des grandeurs ou traduisant des programmes de calcul. L'usage de la lettre permet d'exprimer un résultat général (par exemple qu'un entier naturel est pair ou impair) ou de démontrer une propriété générale (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3). Les notations du calcul littéral (par exemple $2a$ pour $a \times 2$ ou $2 \times a$, ab pour $a \times b$) sont progressivement utilisées, en lien avec les propriétés de la multiplication.</p> <p>Les élèves substituent une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale.</p>	<p>Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux.</p> <p>Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12×50 ; 37×99 ; $3 \times 23 + 7 \times 23$).</p>

Les patterns permettent d'avoir un support géométrique

Pour la 5^e
La propriété de la distributivité est essentielle pour accéder au calcul littéral

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Attendus de fin de 4^e

$$k(a + b) = ka + kb$$

NOMBRES ET CALCULS

- Ce que sait faire l'élève
- ◆ Type d'exercice
- Exemple d'énoncé
- Indication générale

Utiliser le calcul littéral

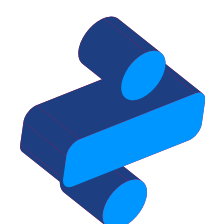
Ce que sait faire l'élève

- Il identifie la structure d'une expression littérale (somme, produit).
- Il utilise la propriété de distributivité simple pour développer un produit, factoriser une somme ou réduire une expression littérale.
- Il démontre l'équivalence de deux programmes de calcul.

Savoir la décomposer en des sous-structures

ou de deux expressions

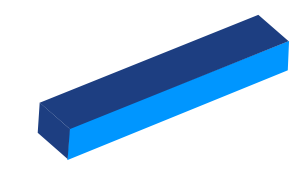
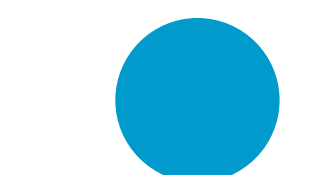
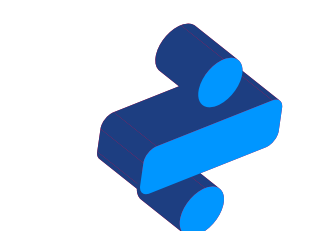
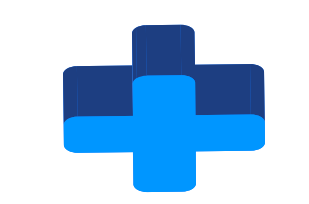
Privilégier des expressions ayant un facteur commun simple



$$x^2 = -1$$

Repères de progressivité du cycle 4 $k(a+b) = ka + kb$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x^2 = -1$$

NOMBRES ET CALCULS (suite)	
Calcul littéral	
Expressions littérales	Distributivité
<p>Le travail sur les formules est poursuivi, parallèlement à la présentation de la notion d'identité (égalité vraie pour toute valeur des indéterminées).</p> <p>La notion de solution d'une équation est formalisée.</p>	<p>La structure d'une expression littérale (somme ou produit) est étudiée. La propriété de distributivité simple est formalisée et est utilisée pour développer un produit, factoriser une somme, réduire une expression littérale.</p>

Pour la 4^e

Type d'exercices non présent dans les manuels scolaires

Sans une bonne analyse de la structure d'une expression, on ne peut pas la développer, la réduire ou la factoriser.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Attendus de fin de 3^e

$$k(a + b) = ka + kb$$

NOMBRES ET CALCULS

- Ce que sait faire l'élève
- ◆ Type d'exercice
- Exemple d'énoncé
- Indication générale

Utiliser le calcul littéral

Ce que sait faire l'élève

- Il détermine l'opposé d'une expression littérale.
- Il développe (par simple et double distributivités), factorise, réduit des expressions algébriques simples.
- Il résout des problèmes s'y ramenant, qui peuvent être internes aux mathématiques ou en lien avec d'autres disciplines.

Facteur commun ou identité remarquable

Faire le lien avec la multiplication par -1

$$x^2 = -1$$

Repères de progressivité du cycle 4 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $k(a+b) = ka + kb$

NOMBRES ET CALCULS (suite)	
Calcul littéral	
Expressions littérales	Distributivité
<p>Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions...</p>	<p>La double distributivité est abordée.</p> <p>Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ en posant $k = a + b$ et en utilisant la simple distributivité.</p>

Pour la 3^e

$$x^2 = -1$$