# Géométrie

guillaume.didier@inspe-paris.fr

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

## Résoudre des problèmes au collège

Les mathématiques émergent historiquement à travers les problèmes eux-mêmes et il est essentiel, d'un point de vue didactique, de ne pas séparer l'un de l'autre, car l'activité de résolution de problèmes va bien au-delà d'une perspective applicative destinée à s'assurer que l'élève mobilise à bon escient une notion ou des stratégies étudiées durant la phase de cours. Elle participe pleinement à la construction même des notions et de leur ancrage : il serait vain, par exemple, de vouloir comprendre la notion de fonction sans vivre à travers les problèmes la puissance de cette notion elle-même. Ces apprentissages mathématiques bénéficient alors de l'engagement actif dans la tâche que la résolution de problèmes favorise. Ils bénéficient aussi des démarches réflexives autour des erreurs, ainsi que des retours d'informations reçus lors de tentatives de trouver la solution. L'engagement actif et le retour sur les erreurs sont deux piliers de l'apprentissage .

**Extrait du fascicule «La résolution de problèmes au collège»**

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

**Consigne 2 :**

Parmi ces problèmes, lequel à votre préférence pour introduire l'inégalité triangulaire ?

*Problème n°1 :*

**1** Dans chaque cas, dire si Léna peut construire un triangle dont les côtés ont les longueurs données. Justifier la réponse par une construction.

**a.** 8 cm ; 5 cm ; 3 cm **b.** 7 cm ; 6 cm ; 4 cm **c.** 5 cm ; 9,5 cm ; 3,5 cm

**2** **a.** Choisir trois longueurs.
Dire s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont les longueurs choisies.
**b.** Imaginer la condition que doit vérifier la plus grande des trois longueurs choisies pour pouvoir construire un tel triangle.

*Problème n°2 :*

Après avoir cassé un spaghetti en trois morceaux (pas forcément de même taille), est-il toujours possible de former un triangle avec ces morceaux ?

*Problème n°3 :*

Soit ABC un triangle tel que AB = 6 cm et AC = 5 cm.
Quel est le plus grand périmètre du triangle ABC que l'on peut obtenir ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°1 :*

**1** Dans chaque cas, dire si Léna peut construire un triangle dont les côtés ont les longueurs données.
Justifier la réponse par une construction.

**a.** 8 cm ; 5 cm ; 3 cm **b.** 7 cm ; 6 cm ; 4 cm **c.** 5 cm ; 9,5 cm ; 3,5 cm

Transmaths 5ème, 2022

**2** **a.** Choisir trois longueurs.
Dire s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont les longueurs choisies.
**b.** Imaginer la condition que doit vérifier la plus grande des trois longueurs choisies pour pouvoir construire un tel triangle.

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°1 :*

**1** Dans chaque cas, dire si Léna peut construire un triangle dont les côtés ont les longueurs données. Justifier la réponse par une construction.

**a.** 8 cm ; 5 cm ; 3 cm **b.** 7 cm ; 6 cm ; 4 cm **c.** 5 cm ; 9,5 cm ; 3,5 cm

**Transmaths 5ème, 2022**

**2** **a.** Choisir trois longueurs.
Dire s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont les longueurs choisies.
**b.** Imaginer la condition que doit vérifier la plus grande des trois longueurs choisies pour pouvoir construire un tel triangle.

- Le choix d'imposer les 3 longueurs fait que cet énoncé ne peut pas être un problème.
- Le cas limite ne vient pas des élèves. Or c'est lui qui permet réellement de comprendre l'inégalité triangulaire
- Difficile de répondre à la question 2a à partir d'un seul exemple pour chaque cas. De plus, on n'a aucune longueur commune dans les triangles de la question 1.
- À la question 2a, les élèves vont construire d'abord le triangle avant de répondre.
- Les élèves vont-ils comprendre qu'à la question 2b on se place dans le cas général ?
- Dans la question 2b, on donne une partie de la réponse (« longueur la plus grande »)

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°2 :*

Après avoir cassé un spaghetti en trois morceaux (pas forcément de même taille), est-il toujours possible de former un triangle avec ces morceaux ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°2 :*

Après avoir cassé un spaghetti en trois morceaux (pas forcément de même taille), est-il toujours possible de former un triangle avec ces morceaux ?

**Quelques questions avant de mettre en œuvre ce problème (analyse *a priori*)**

- C'est un vrai problème ! Les élèves peuvent s'engager mais être vigilant à la fin et s'assurer que les élèves retiennent bien le savoir mathématique et non la manipulation de spaghettis
- Les élèves peuvent facilement faire des rotations avec les spaghettis pour contrôler si l'on peut obtenir ou pas un triangle
- Sans mesure, on fait intervenir la grandeur longueur sans le cadre numérique (à condition de ne pas autoriser les instruments de géométrie aux élèves).
- Les élèves doivent accepter de faire fi de l'épaisseur des spaghettis
- Combien d'essais laisse-t-on faire aux élèves ?
- Que faire si tous les élèves choisissent que des triangles constructibles ?
- Sans longueur commune à tous les essais et sans mesure, les élèves vont-ils imaginer le cas limite ? Que faire s'ils n'y arrivent pas ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°3 :*

Soit ABC un triangle tel que AB = 6 cm et AC = 5 cm.

Quel est le plus grand périmètre du triangle ABC que l'on peut obtenir ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°3 :*

Soit ABC un triangle tel que AB = 6 cm et AC = 5 cm.

Quel est le plus grand périmètre du triangle ABC que l'on peut obtenir ?

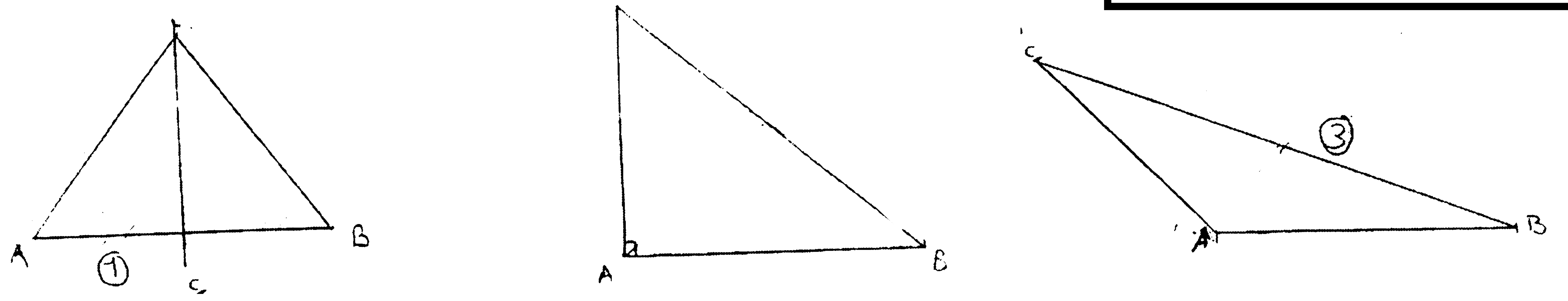
**Quelques questions avant de mettre en œuvre ce problème (analyse *a priori*)**

- C'est un vrai problème ! Les élèves peuvent s'engager.
- Le fait d'avoir deux longueurs communes facilite la découverte de la conjecture
  Par contre, lors du bilan, il faudra la généraliser à d'autres valeurs numériques.
- Avec des mesures, on fait intervenir la grandeur longueur avec le cadre numérique
- Combien d'essais laisse-t-on faire aux élèves ?
- Que faire si tous les élèves choisissent que des triangles constructibles ?
- Si les élèves tracent des triangles les uns à côtés des autres, vont-ils imaginer le cas limite ?
  Que faire si personne n'y arrive ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

Bc peut être alongé comme on le veut mais AB et AC ont me peut pas les rallongés.
sur les deux triangle ci-dessous dans le premier BC n'a pas la même mesure que le deuxièmes.

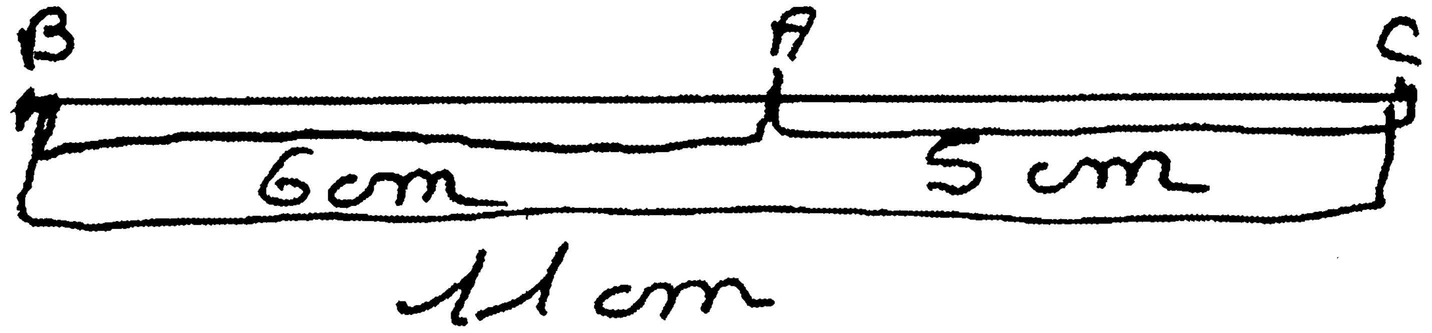
**Affiche du groupe 1**

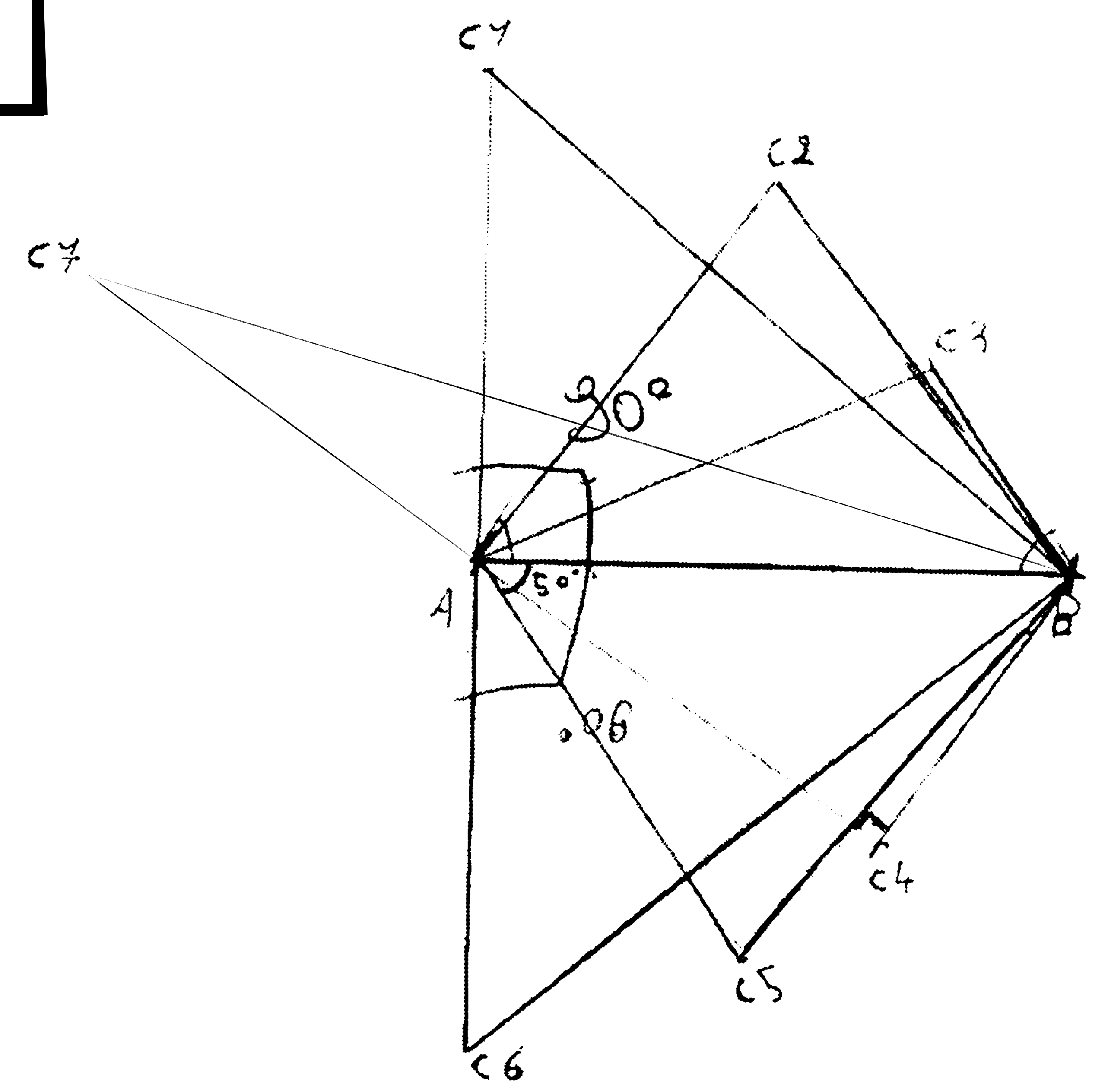



Le segment [BC] peut avoir plusieurs mesures

Le segment [BC] me peut pas mesurer + de 11 cm

Si [BC] mesure 11 cm ce n'est pas un triangle.



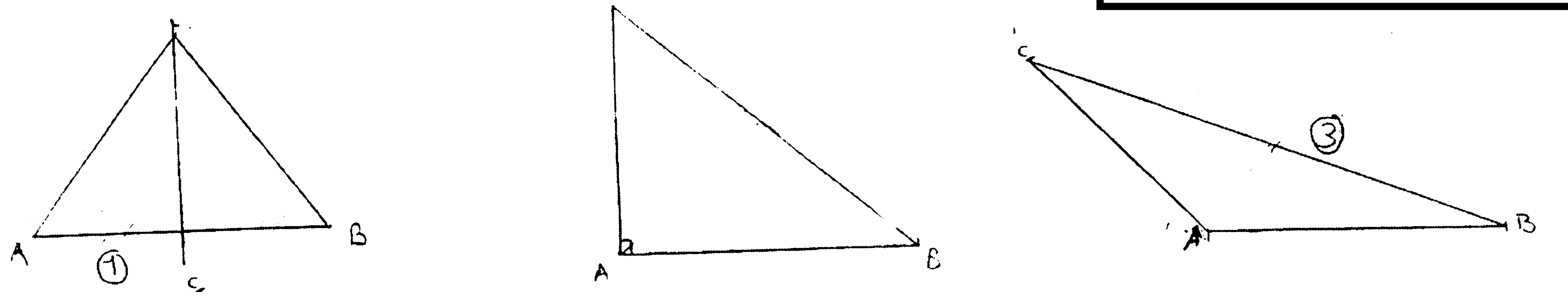




**Affiche du groupe 4**

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

Bc peut être alongé comme on le veut mais AB et AC ont ne peut pas les rallongés.
sur les deux triangle ci-dessous dans le premier BC n'a pas la même mesure que le deuxièmes.

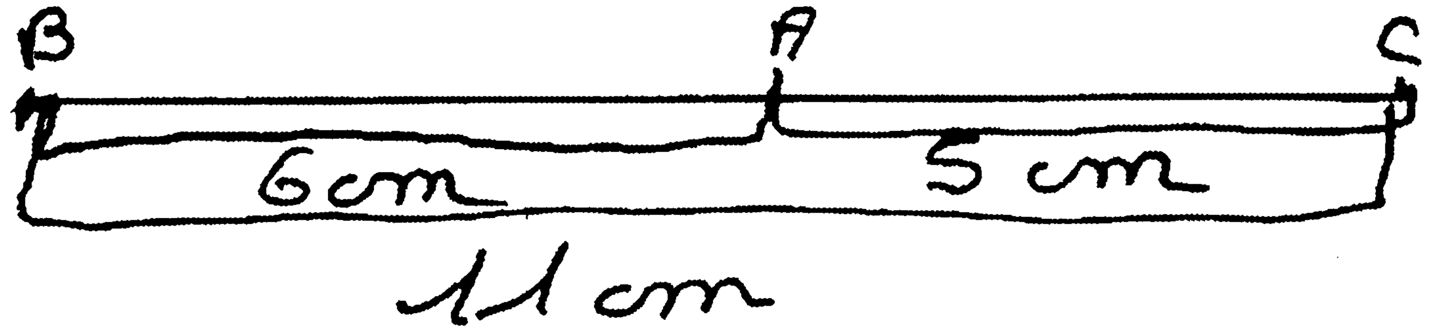
Affiche du groupe 1



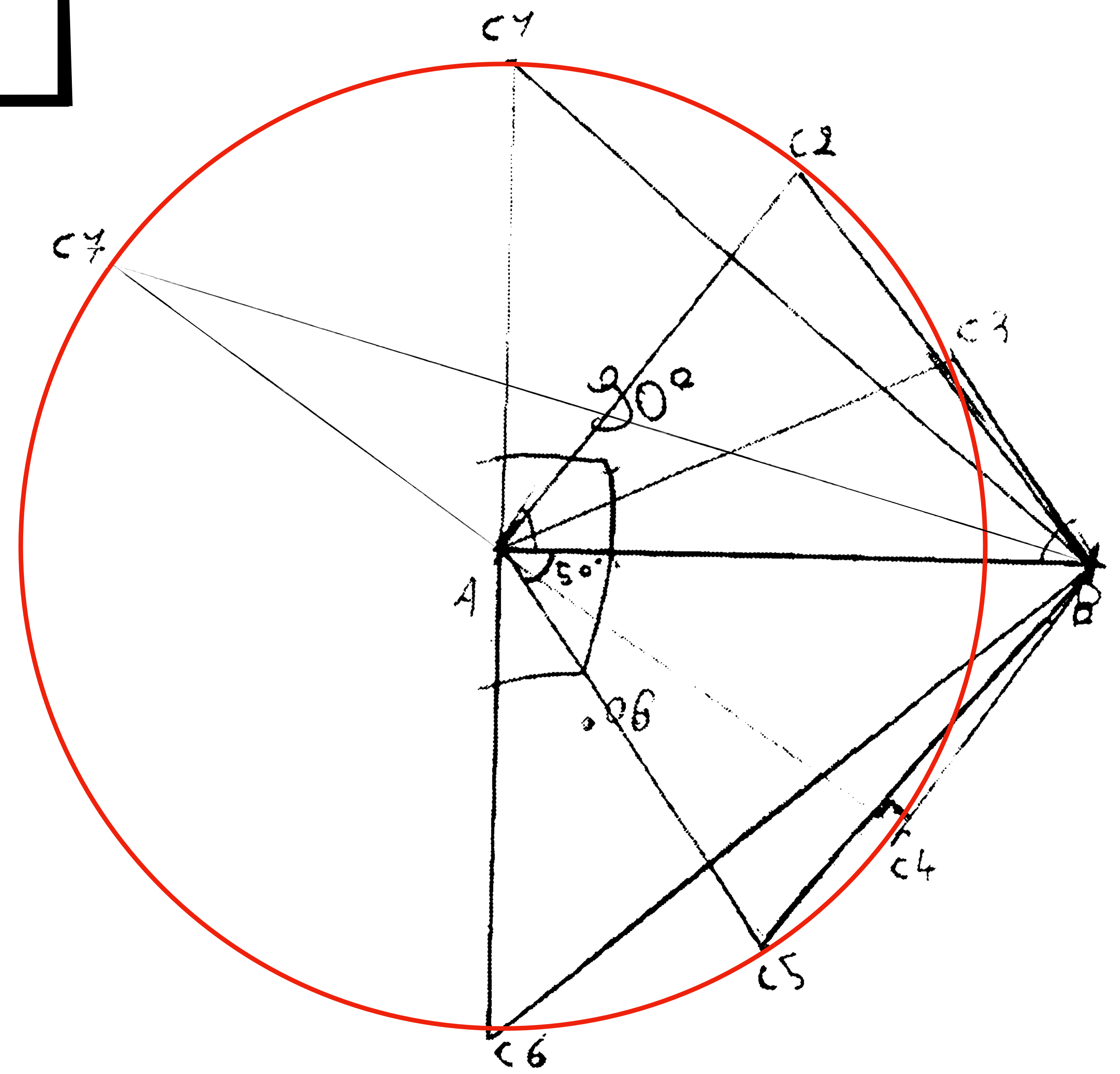

Le segment [BC] peut avoir plusieurs mesures

Le segment [BC] ne peut pas mesurer + de 11 cm

Si [BC] mesure 11 cm ce n'est pas un triangle.




Affiche du groupe 4



# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°2 :*

Après avoir cassé un spaghetti en trois morceaux (pas forcément de même taille), est-il toujours possible de former un triangle avec ces morceaux ?

*Problème n°3 :*

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$ cm et $AC = 5$ cm.

Quel est le plus grand périmètre du triangle ABC que l'on peut obtenir ?

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

*Problème n°2 :*

Après avoir cassé un spaghetti en trois morceaux (pas forcément de même taille), est-il toujours possible de former un triangle avec ces morceaux ?

*Problème n°3 :*

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$ cm et $AC = 5$ cm.
Quel est le plus grand périmètre du triangle ABC que l'on peut obtenir ?

**Scénario possible**

- Des essais individuels
- Créant de petits groupes pour provoquer le débat d'idées entre élèves
- Écrire de la solution du groupe sur une affiche
- Présentation orale de l'idée (le professeur sélectionne quelques affiches)
- Débat collectif géré par le professeur sans orienté les débats dont le but est de faire émerger le cas limite et les conditions pour que le triangle soit constructible
- Synthèse (avec une utilisation d'une animation GeoGebra pour montrer l'intersection ou pas des cercles)

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

**<u>Scénario pour ce type de séance (issue de la brochure de l'Irem de Lyon) :</u>**

- Phase 1 : recherche d'arguments pour justifier (recherche individuelle)
- Phase 2 : recherche d'arguments pour justifier la réponse du groupe
  (recherche en groupe de 4 élèves)
  élaboration d'une affiche en vue de la phase 3
- Phase 3 : présentation des affiches et débat sur les affiches
- Phase 4 : synthèse et lien avec des savoirs mathématiques
  mise en évidence les faiblesses de certains arguments

**<u>Consigne 3 :</u>**

Débattons de ce scénario (intérêts, inconvénients).

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

**Scénario pour ce type de séance (issue de la brochure de l'Irem de Lyon) :**

**Phase 1 :**

Chaque élève de mieux s'approprier le problème
(doit réfléchir par lui-même ; pas influencé par d'autres élèves).

**Phase 2 :**

Possibilité de désigner à l'avance le porte-parole du groupe

Les élèves :
- débattent et apprennent à travailler en équipe (une seule réponse par groupe).
- s'impliquent davantage (être prêt à défendre la réponse du groupe devant la classe).
- formulent leur réponse par écrit (important pour la phase 3)

La phase 1 facilite la confrontation d'idées à l'intérieur des groupes.
Le travail en groupe facilite la prise de parole des élèves.

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

**Scénario pour ce type de séance (issue de la brochure de l'Irem de Lyon) :**

**Phase 3 :**

Le professeur :
- n'indique surtout pas si les solutions proposées sont ou pas exactes (à la charge de la classe durant le débat).
- sélectionne 2 ou 3 affiches en fonction de ce qu'il a observé lors de la phase 2.
- note au tableau les arguments exprimés par les groupes
- lance le débat sur les arguments en étant vigilant au respect des règles du débat (dépersonnalisation de ce qui est écrit)

**Phase 4 :**

Le professeur :
- tient compte (généralement à oral) des affiches non sélectionnées
- s'appuie sur le débat de la phase 3 pour écrire la synthèse

# INTRODUIRE DES CONCEPTS PAR DES PROBLÈMES

**Il n'est pas nécessaire d'en faire beaucoup dans l'année mais de le faire lorsque cela est pertinent pour atteindre vos objectifs.**

- Il faut être prêt à accepter un niveau sonore plus élevé lors de la phase 2.
- Il faut accepter de consacrer une séance sur le problème.
- Il faut savoir observer puis analyser vos observations dans un temps très limité pour prendre une décision (choix des productions, étayage aux élèves,...)
- Il faut accepter de ne pas savoir à l'avance ce que vont produire les élèves. Cela nécessite de croire en vos élèves et d'apprivoiser l'inconnu !

**L'analyse *a priori* doit permettre à l'enseignant d'émettre des hypothèses sur :**

- les démarches, les stratégies et les procédures que les élèves utiliseront ;
- les obstacles qu'ils rencontreront et les erreurs que ceux-ci engendreront ;
- l'organisation pédagogique qui favorisera l'apprentissage dans la classe (travail seul ou en équipe, matériel à fournir aux élèves, etc.) ;
- les interventions à mettre en place qui favoriseront l'apprentissage.