

Géométrie

guillaume.didier@inspe-paris.fr

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Constat :

- Les démonstrations sont quasiment absentes des manuels scolaires (pour le collège)
- Les élèves ont du mal à utiliser les théorèmes sans valeurs numériques
- Il n'y a pas assez d'heures pour finir les programmes

Au collège, on pourrait s'en passer ! Qu'en pensez-vous ?

Des raisons pour défendre fortement la présence des démonstrations dans les cours

- Elles permettent de comprendre comment se construisent les savoirs mathématiques
- Elles permettent souvent de mieux comprendre l'utilité d'un théorème
- Elles contribuent au développement des capacités d'abstraction des élèves
- Et puis c'est écrit dans l'introduction des programmes!

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 4

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

Géométrie plane

Figures et configurations

La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées.

Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie.

Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements.

Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage.

Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes.

Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant.

Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.

Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles.

Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

Certaines démonstrations sont indiquées dans les programmes

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

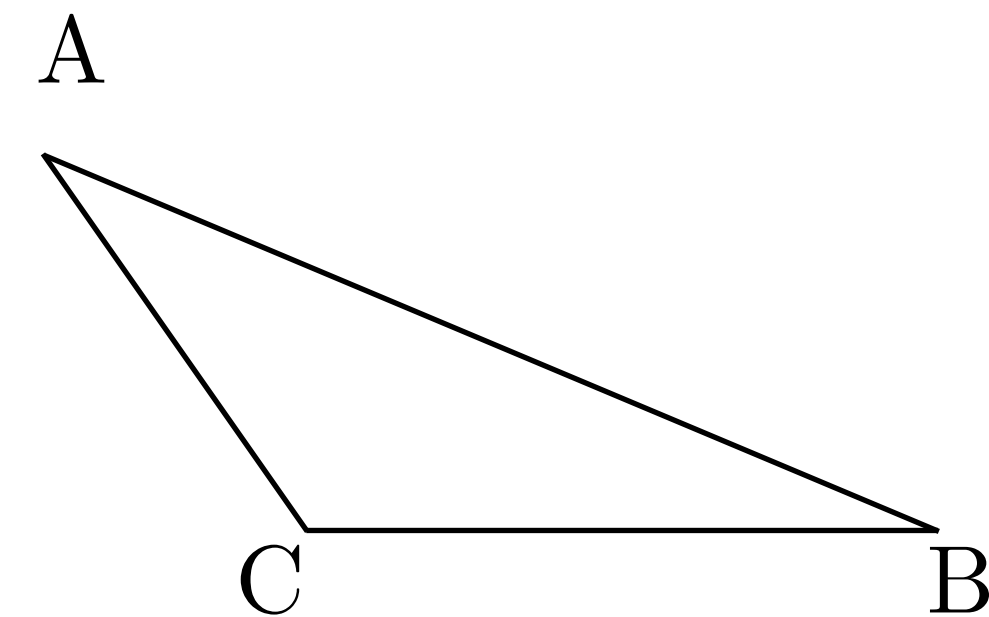
Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

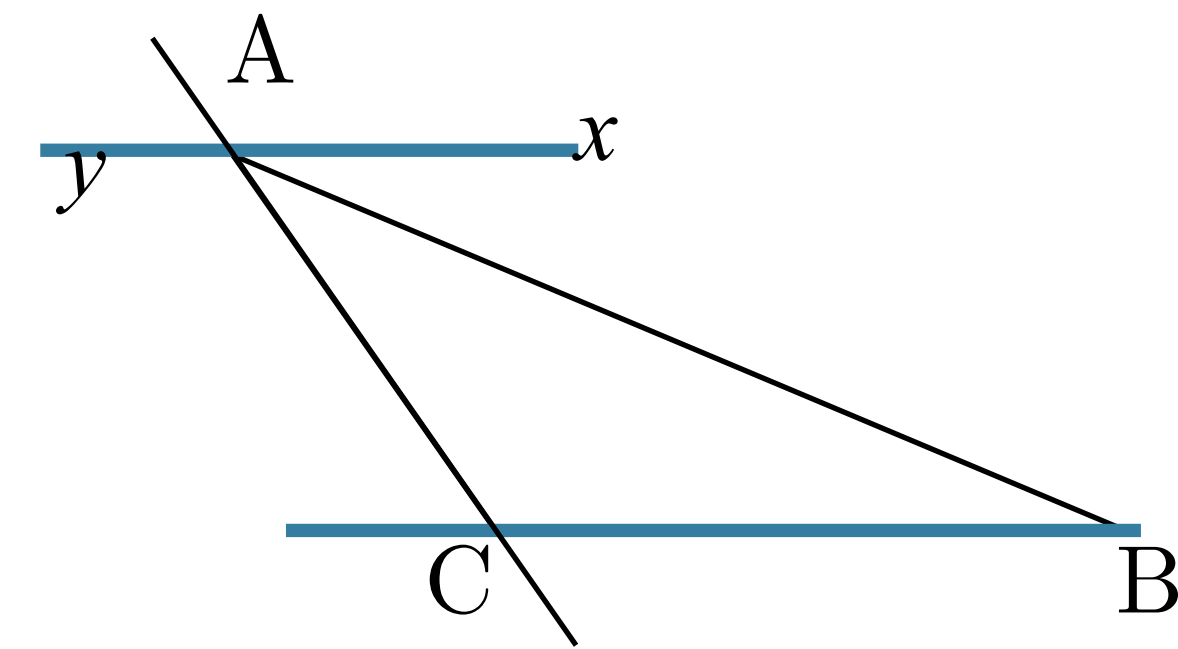
Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

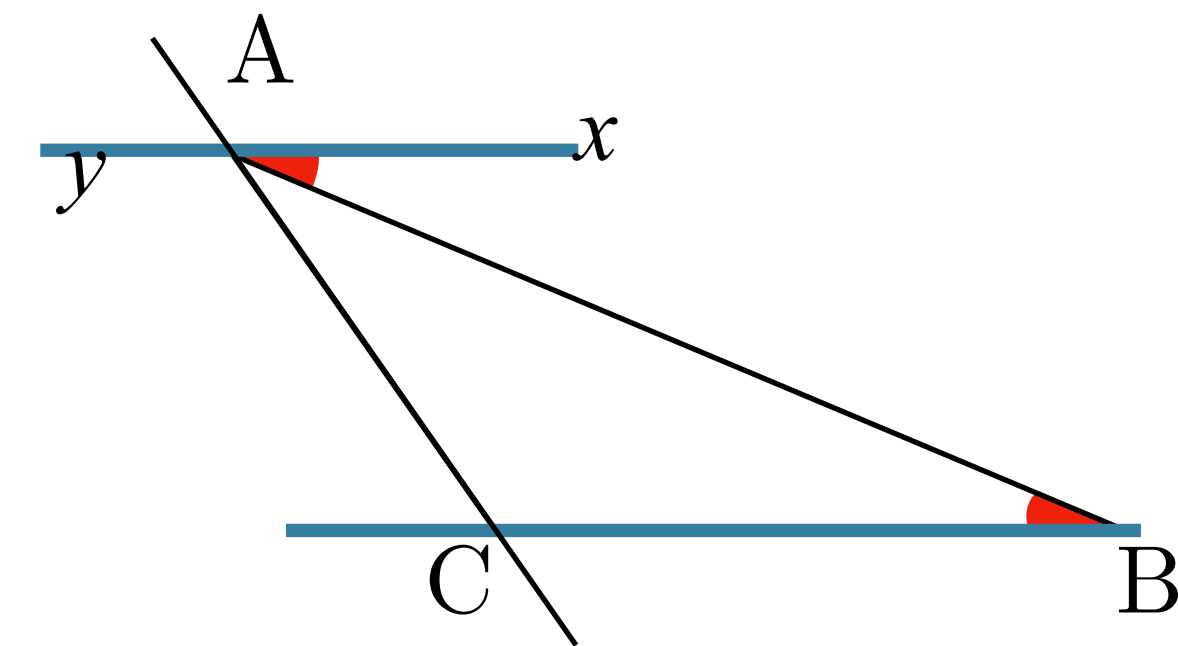
Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

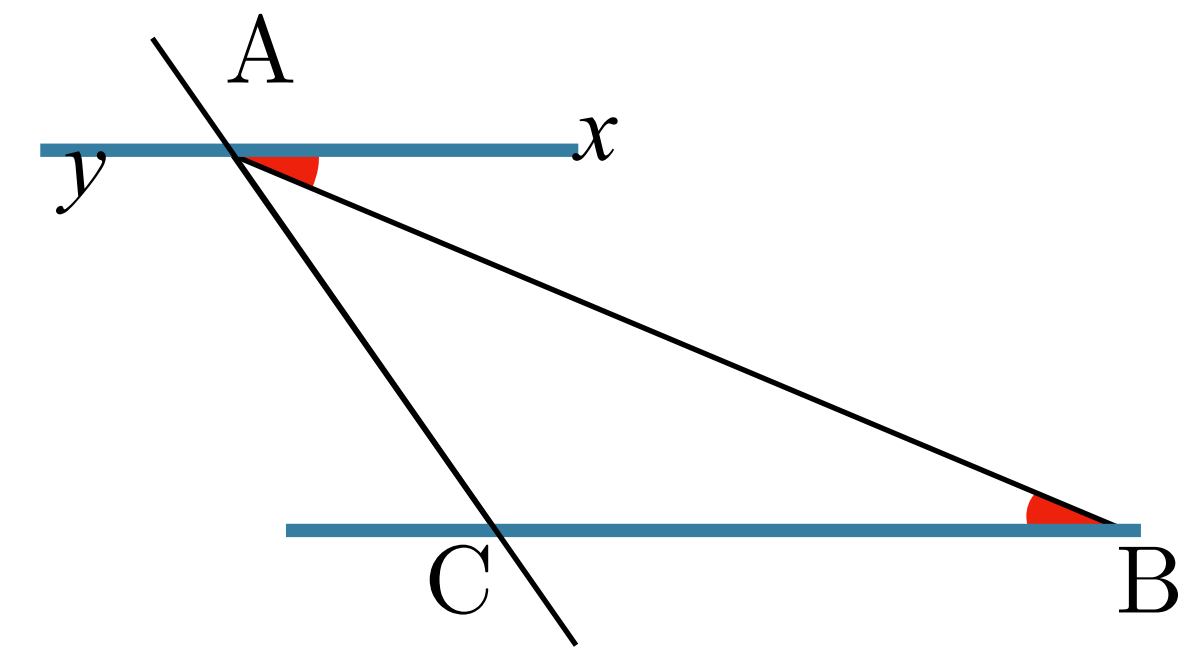
La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}.$$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

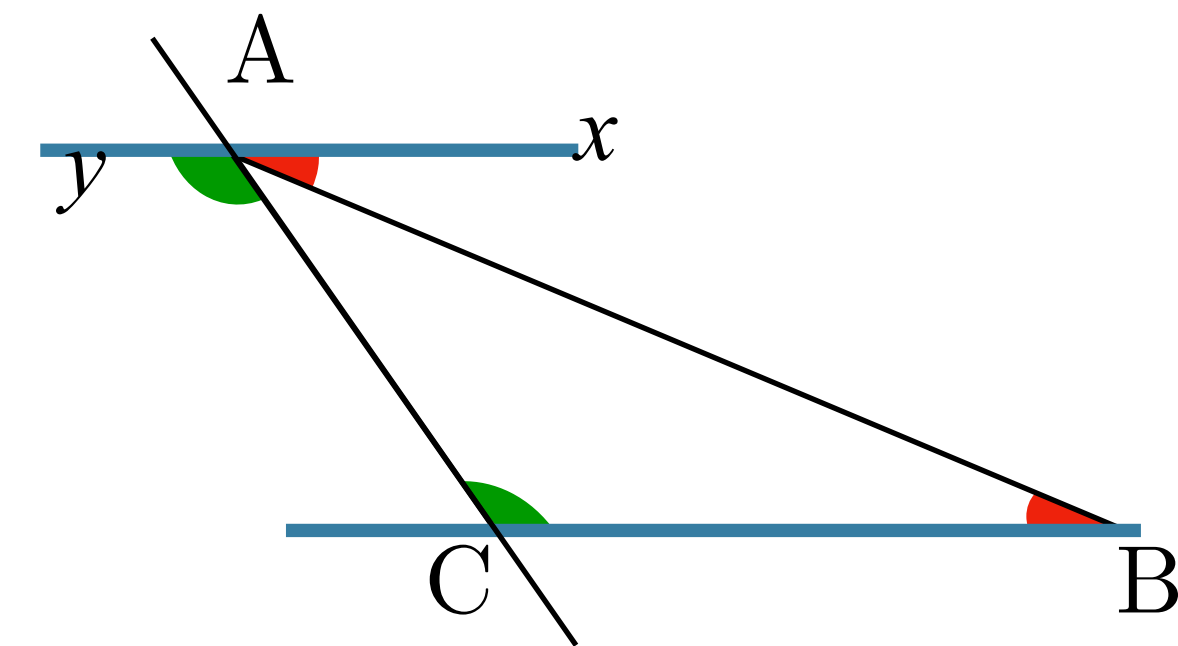
La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}.$$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

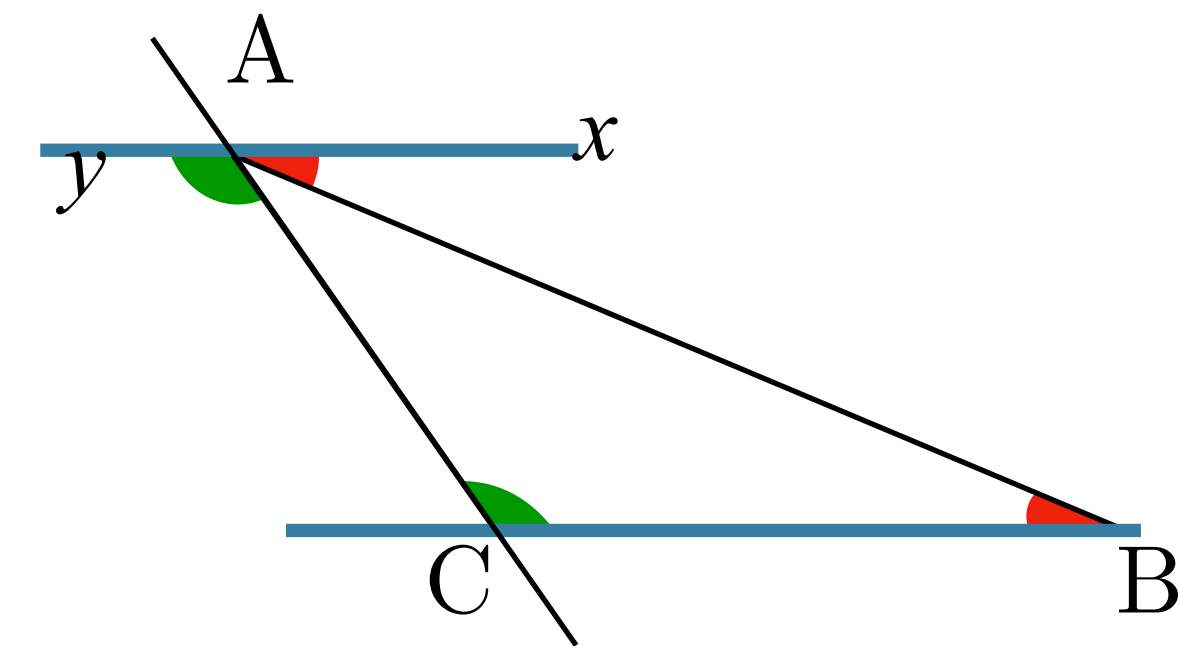
Démonstration :

Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}.$$

De la même manière, $\widehat{ACB} = \widehat{CAy}$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

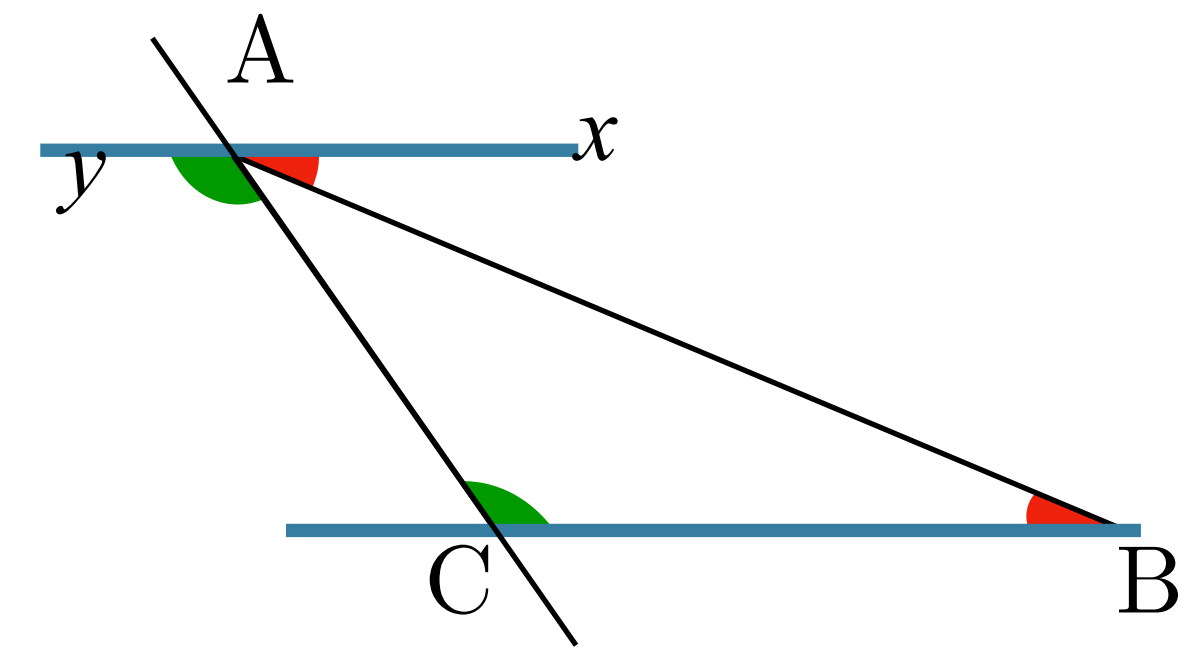
Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}$$

De la même manière, $\widehat{ACB} = \widehat{CAy}$

Donc on a : $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} =$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

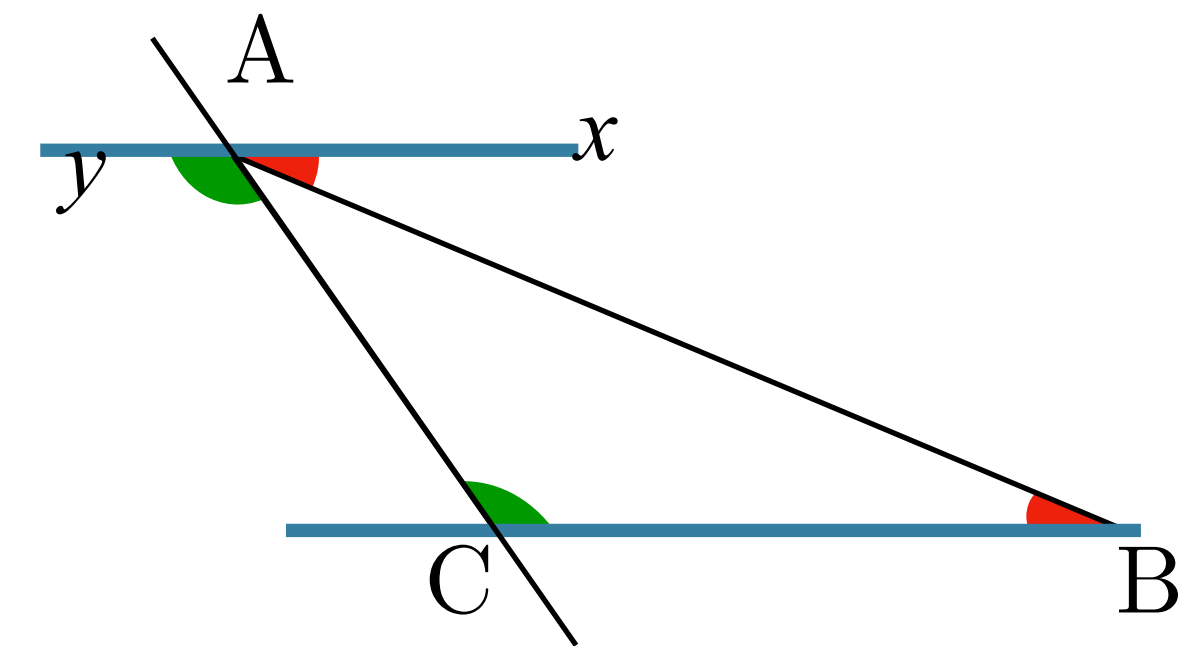
Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}$$

De la même manière, $\widehat{ACB} = \widehat{CAy}$

$$\text{Donc on a : } \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy}$$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

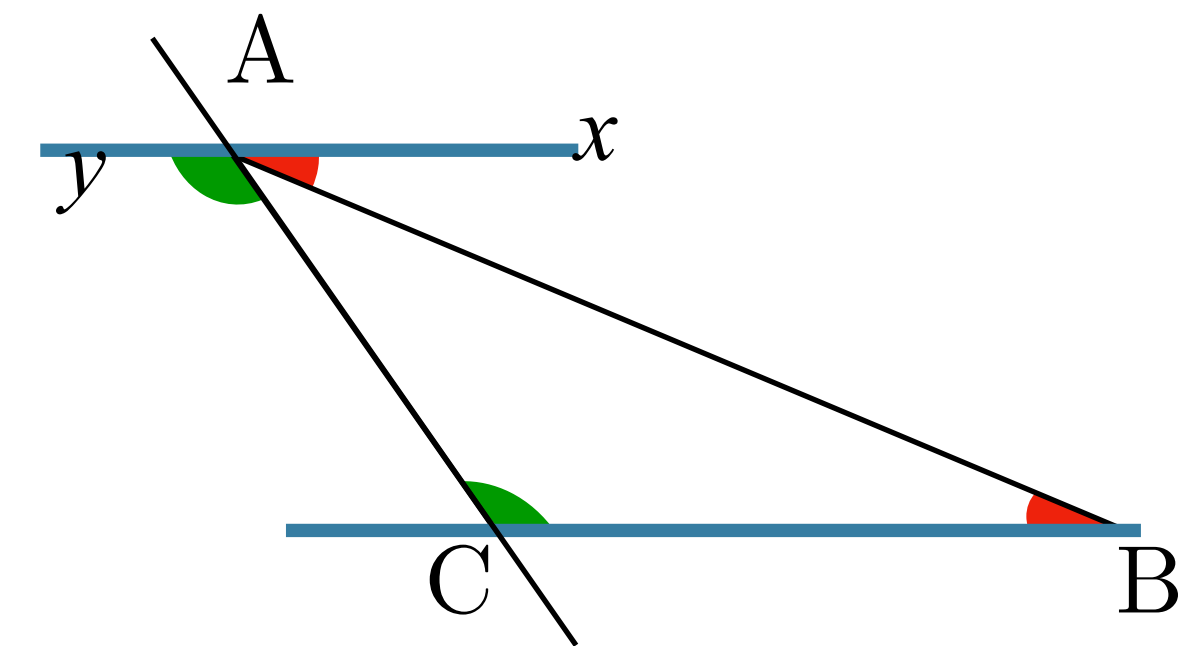
Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}$$

De la même manière, $\widehat{ACB} = \widehat{CAy}$

$$\text{Donc on a : } \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy} = 180^\circ$$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Consigne 1 :

Pour chaque démonstration, argumenter pour savoir si vous la feriez devant vos élèves si vous la donneriez à faire à vos élèves ou bien si vous admettriez le théorème.

Théorème :

Elle paraît très accessible à des élèves

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

Démonstration :

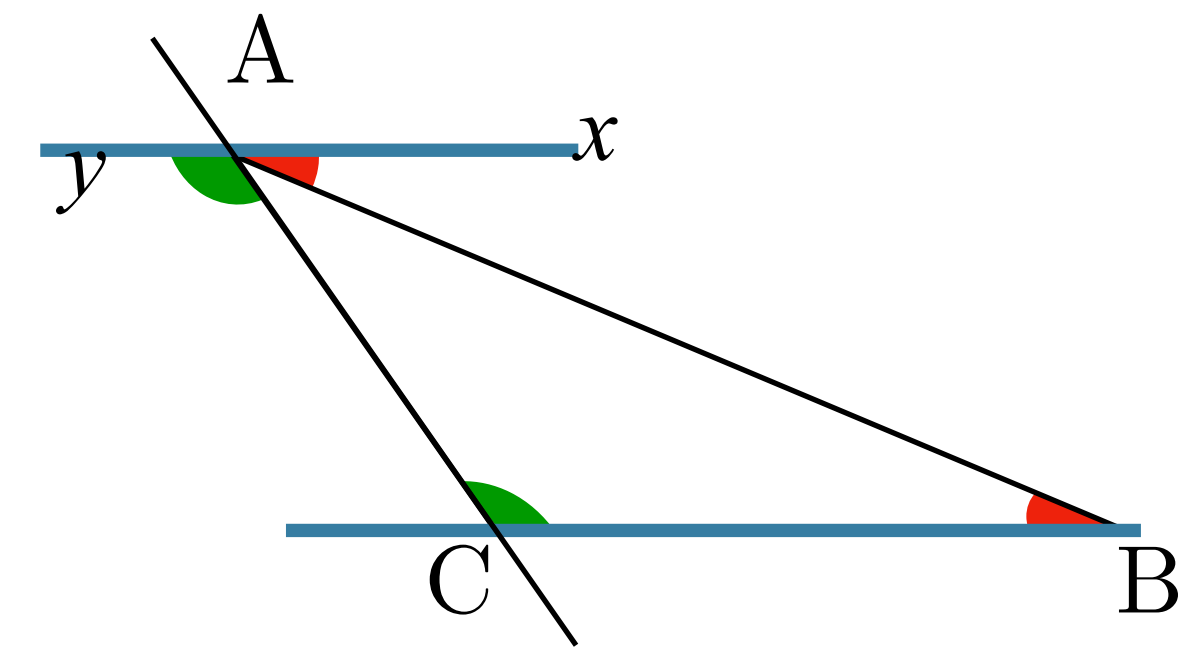
Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BAx} sont alternes-internes et $(xy) \parallel (BC)$.

Deux angles alternes-internes délimités par des droites parallèles sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{xAB}$$

De la même manière, $\widehat{ACB} = \widehat{CAy}$

$$\text{Donc on a : } \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy} = 180^\circ$$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$
et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

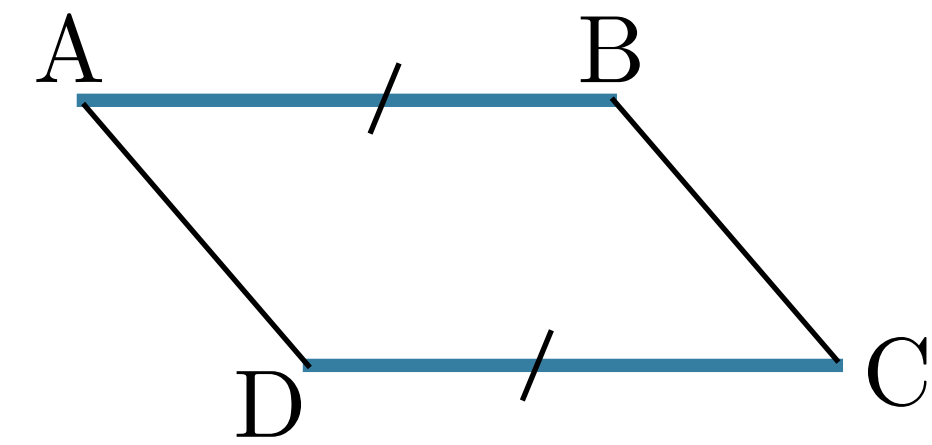
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.



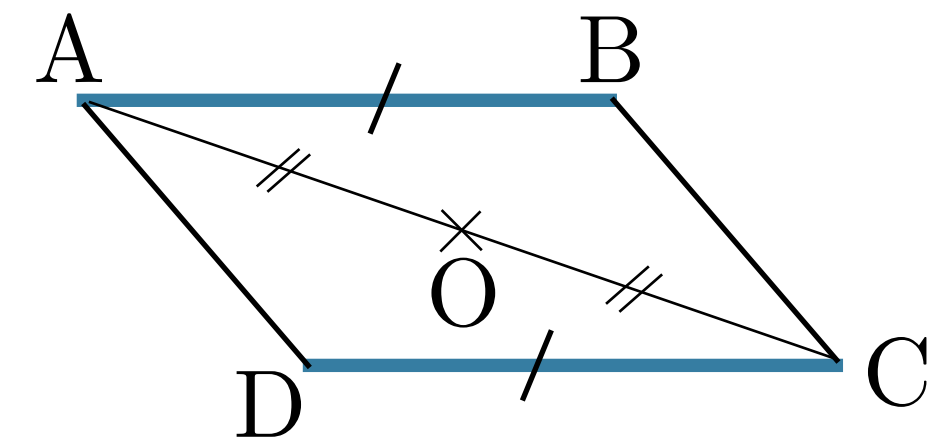
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

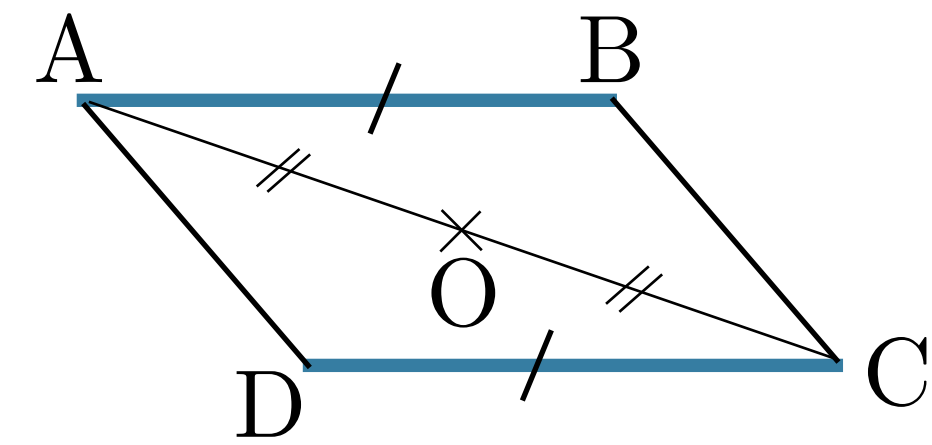
Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) \parallel (DC)$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

L'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite parallèle à (AB) passant par C.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

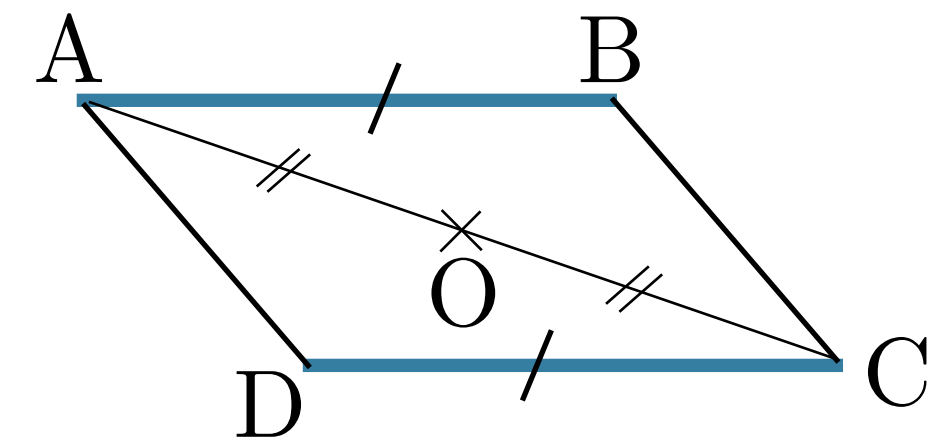
Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) \parallel (DC)$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

L'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite parallèle à (AB) passant par C.

C étant l'image du point A par la symétrie de centre O, par unicité, l'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite (CD) .



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

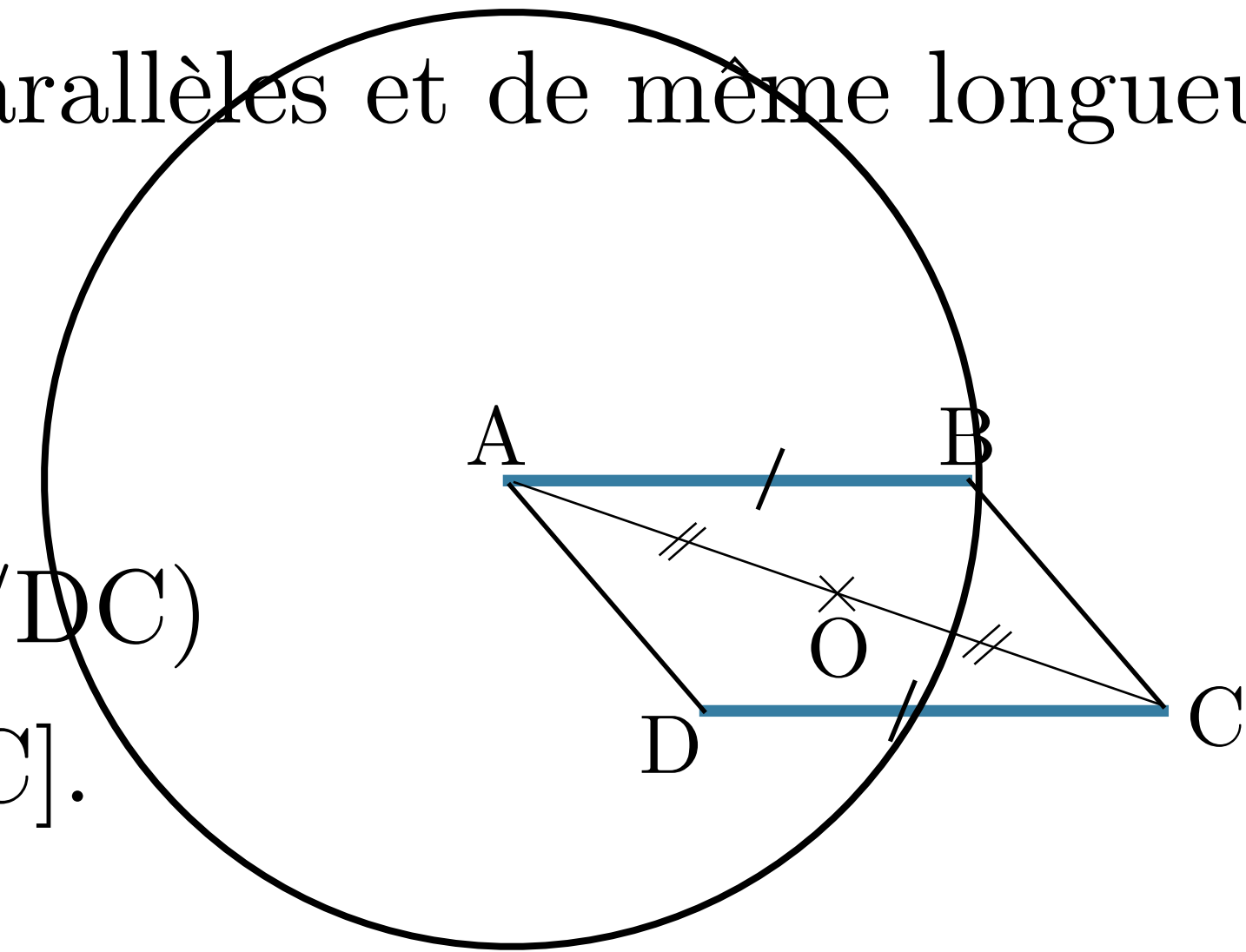
Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

L'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite parallèle à (AB) passant par C.

C étant l'image du point A par la symétrie de centre O, par unicité, l'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite (CD) .

L'image du cercle de centre A et de rayon AB par la symétrie de centre O est le cercle de centre C et de rayon AB .



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Théorème :

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Démonstration par la symétrie centrale :

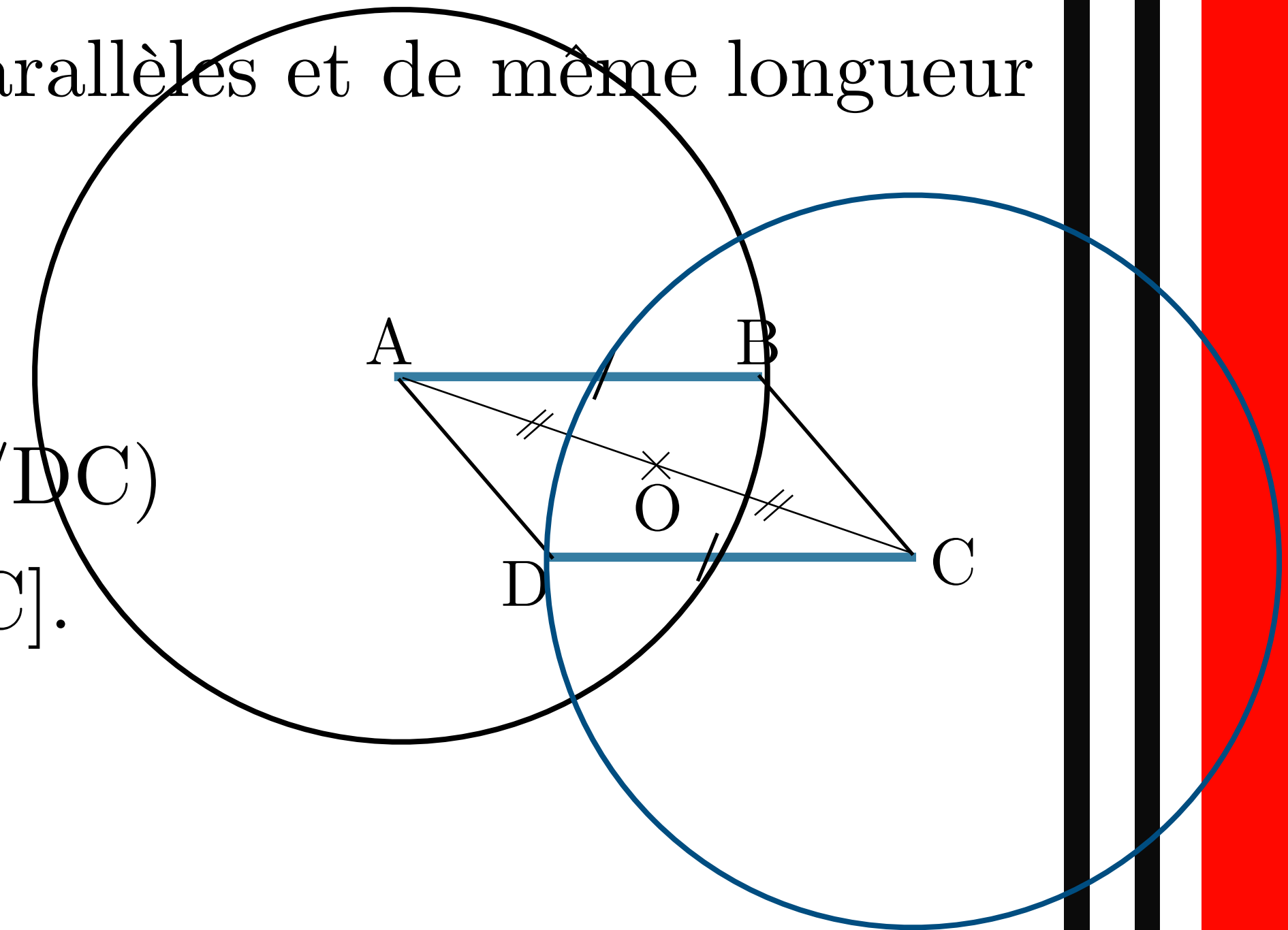
Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

L'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite parallèle à (AB) passant par C.

C étant l'image du point A par la symétrie de centre O, par unicité, l'image de (AB) par la symétrie de centre O est la droite (CD) .

L'image du cercle de centre A et de rayon AB par la symétrie de centre O est le cercle de centre C et de rayon AB .

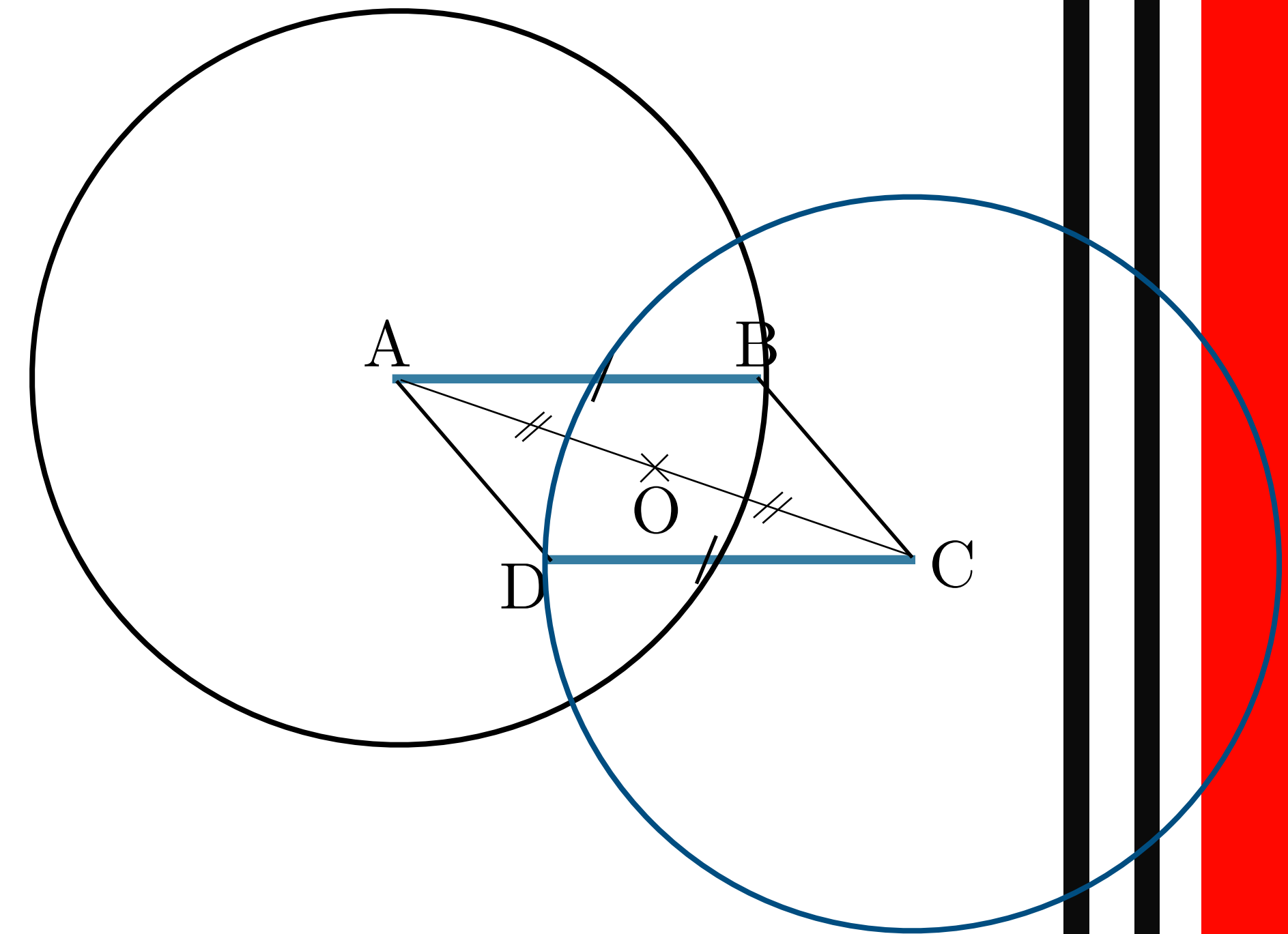
Comme $AB = DC$, ce cercle passe par le point D.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

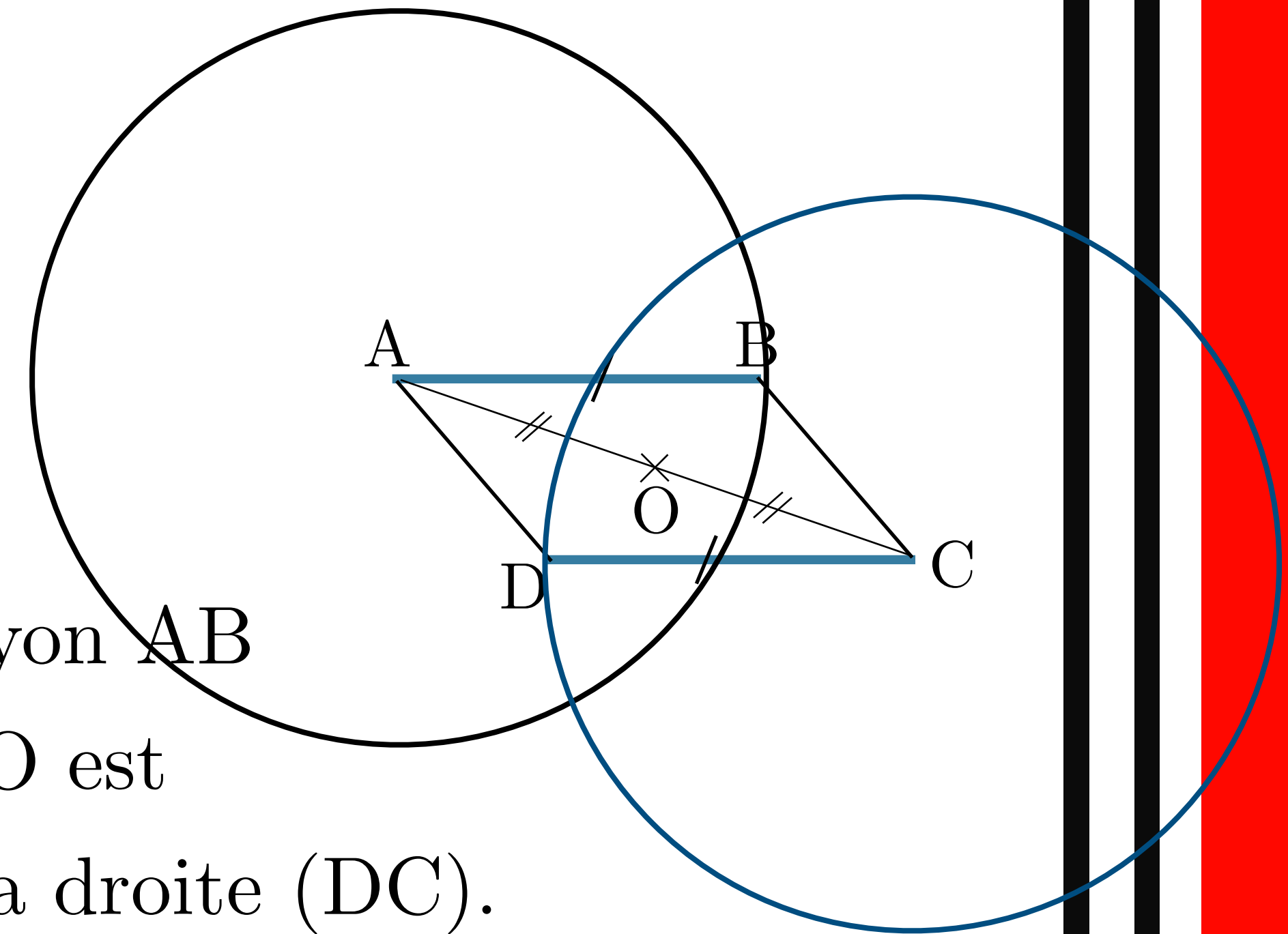


QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

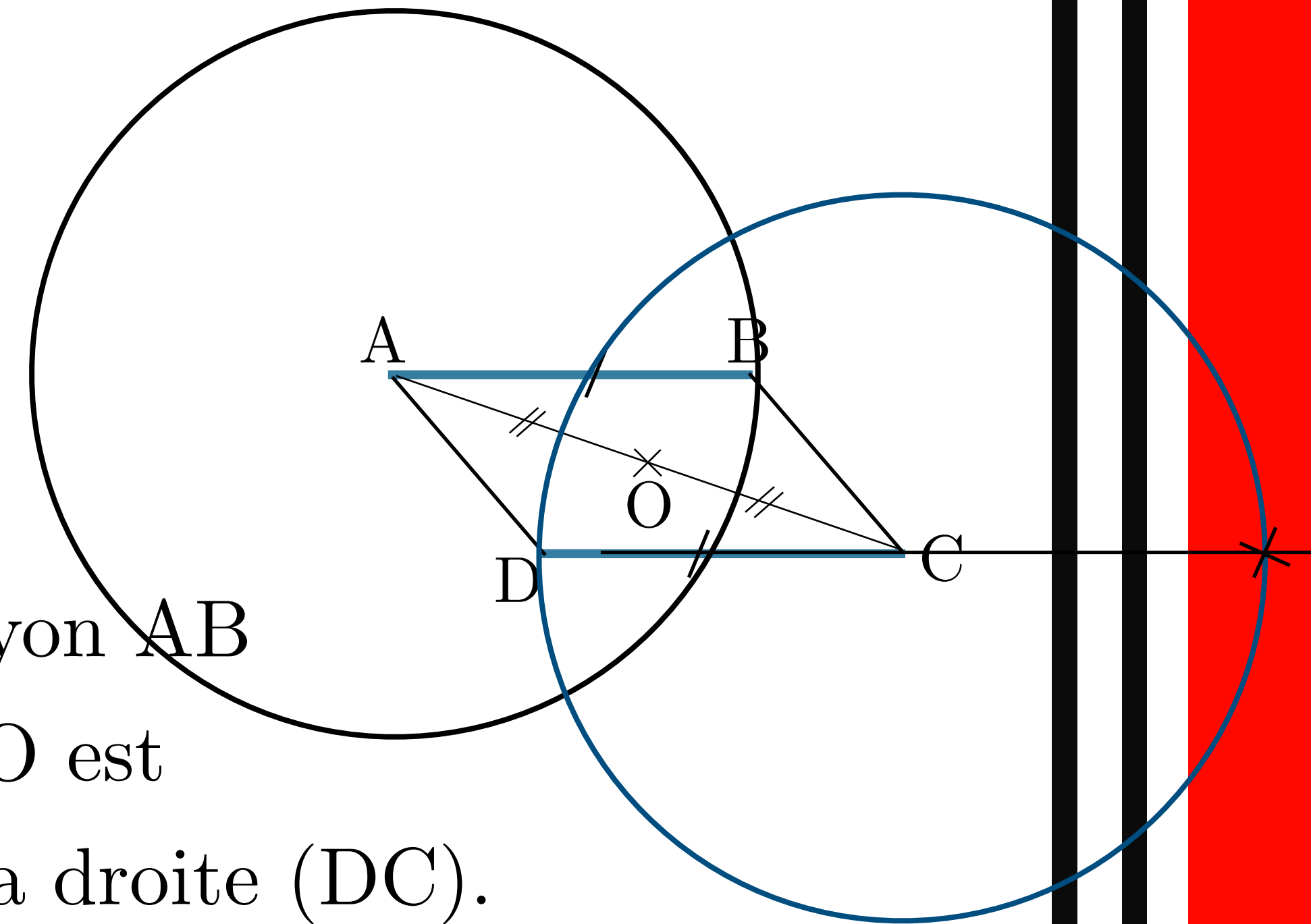


QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .



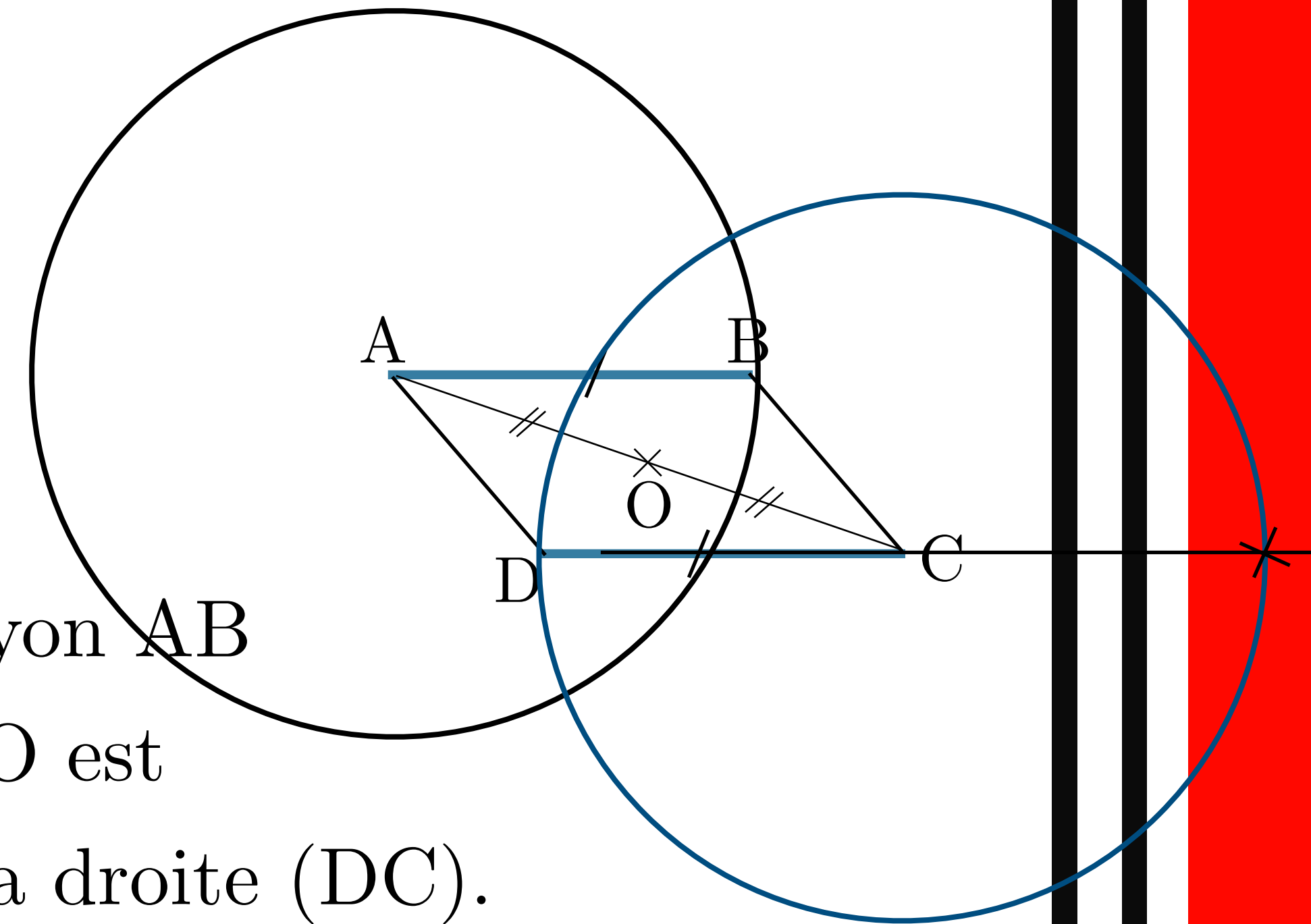
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

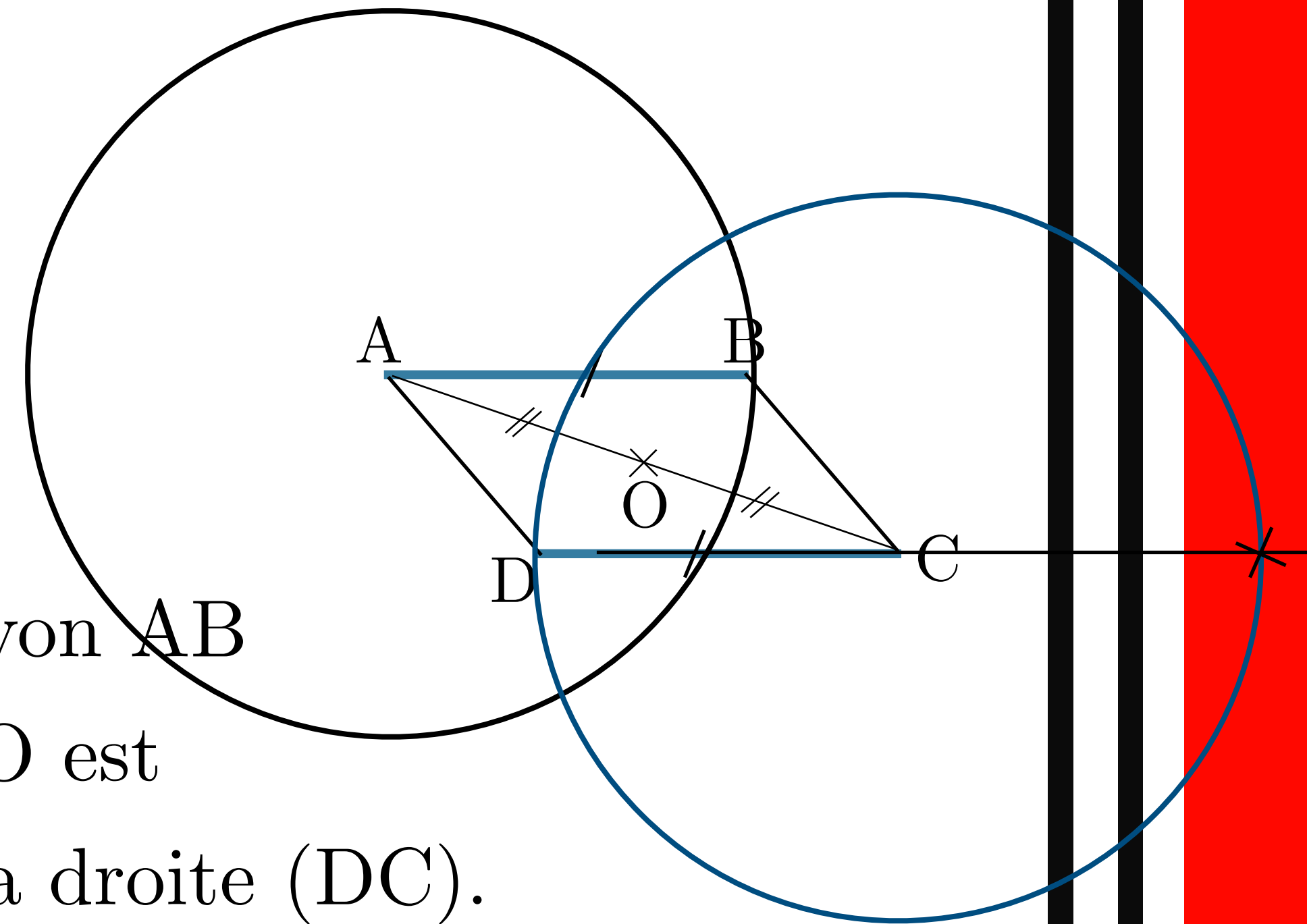
Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

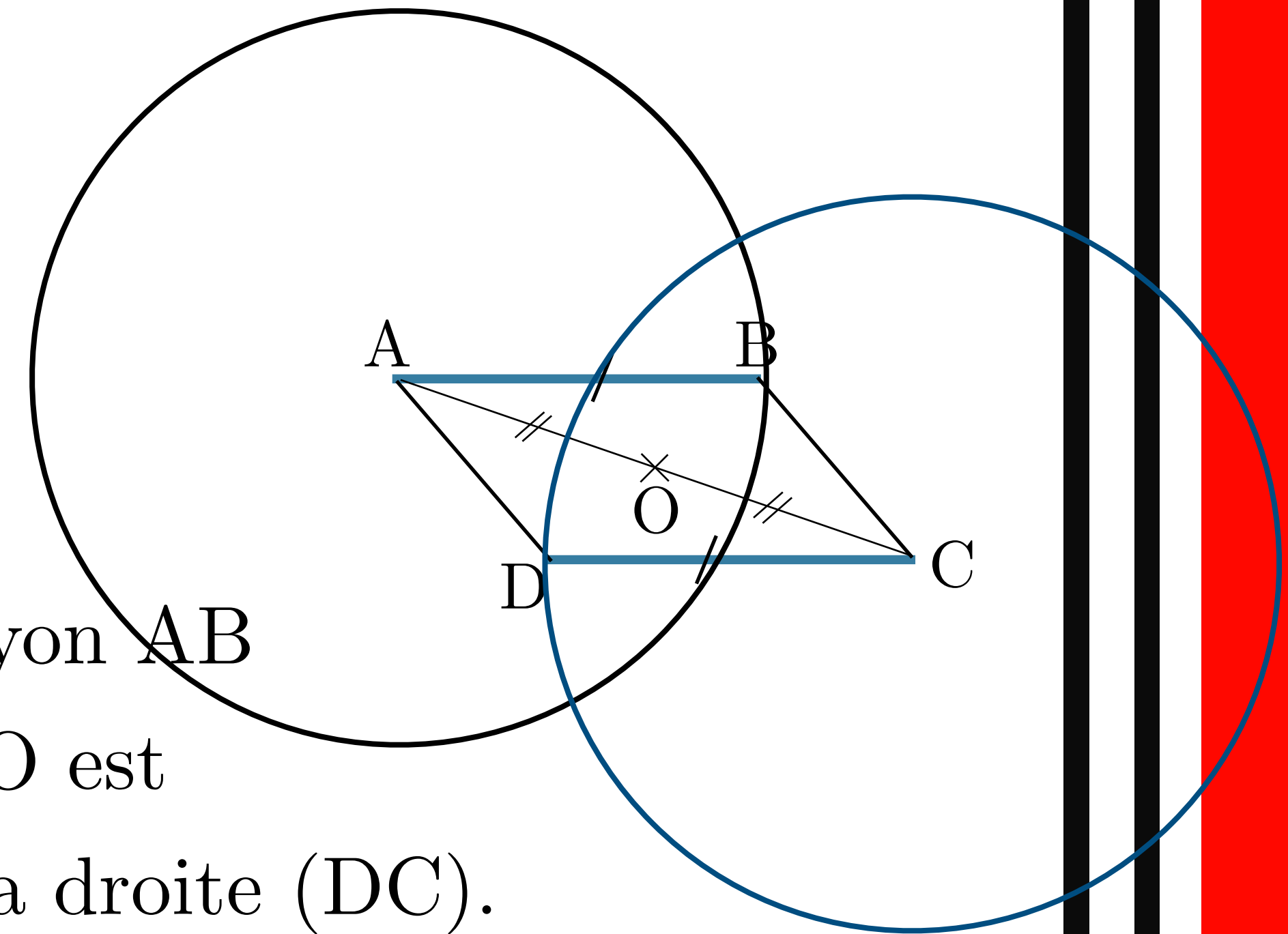
Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O .



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

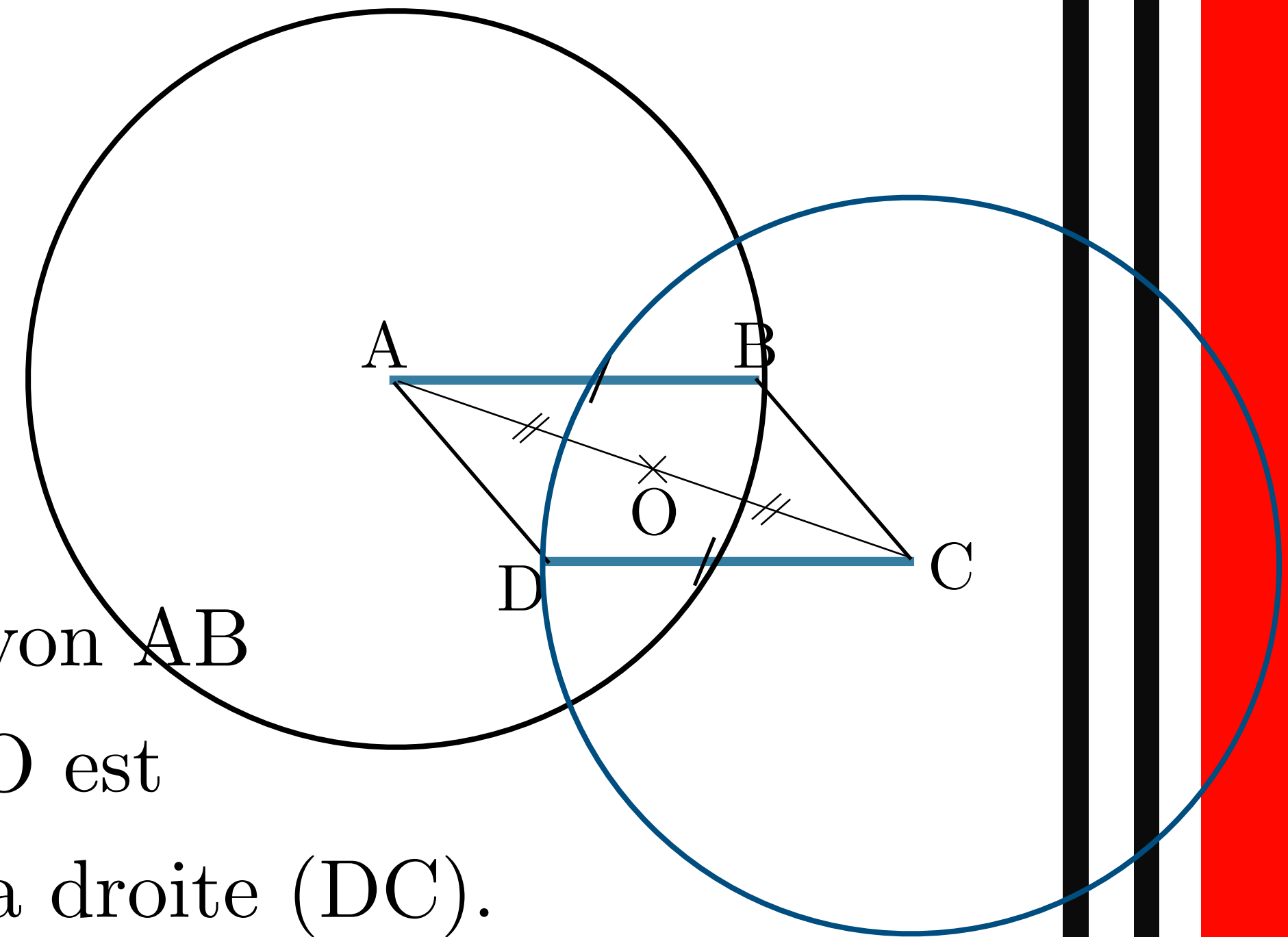
Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O.

Par conséquent, l'image de la droite (AD) par la symétrie de centre O est la droite (CB) .



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

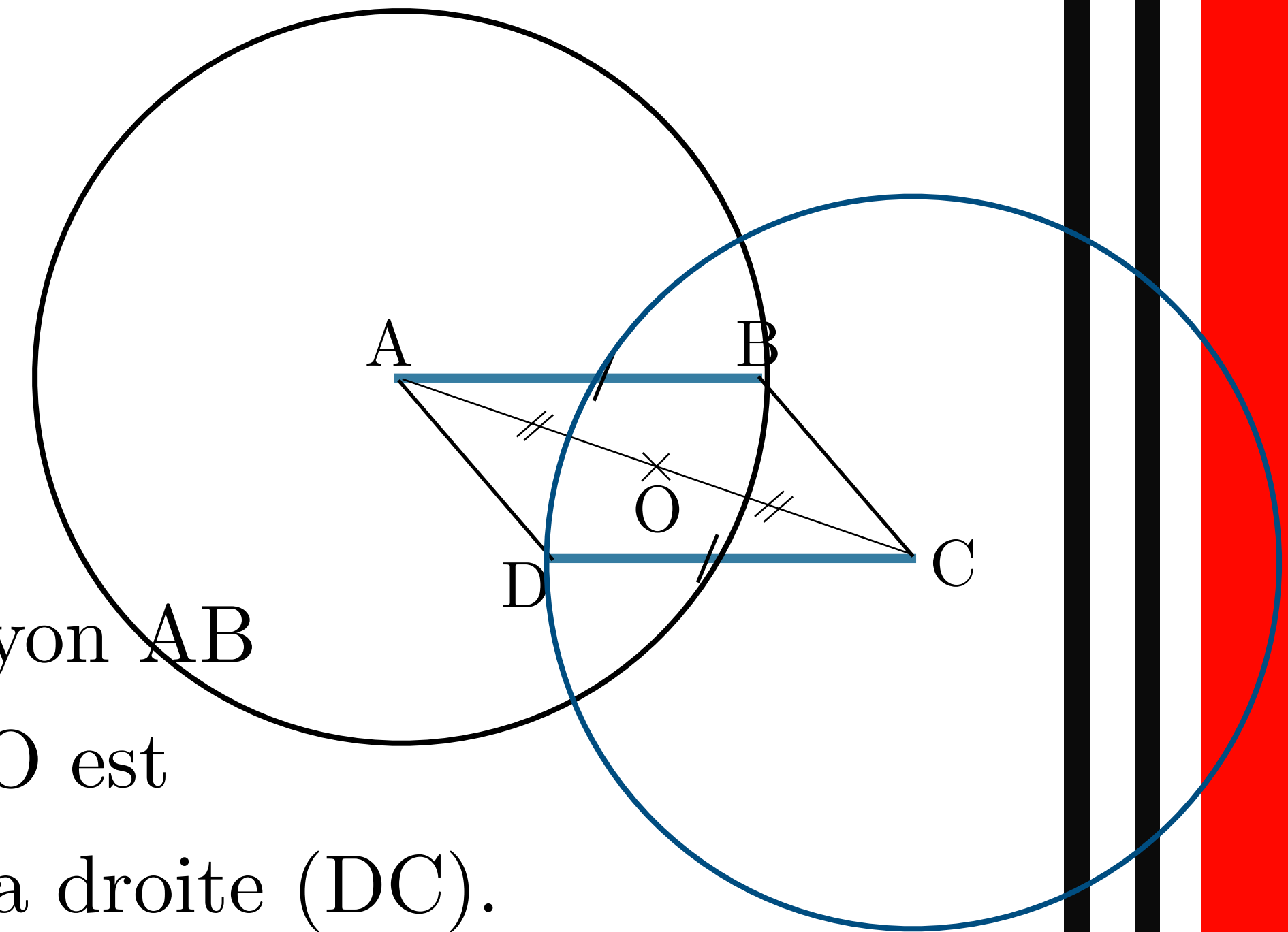
B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O .

Par conséquent, l'image de la droite (AD) par la symétrie de centre O est la droite (CB) .

Donc les droites (AD) et (CB) sont parallèles.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit $ABCD$ un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

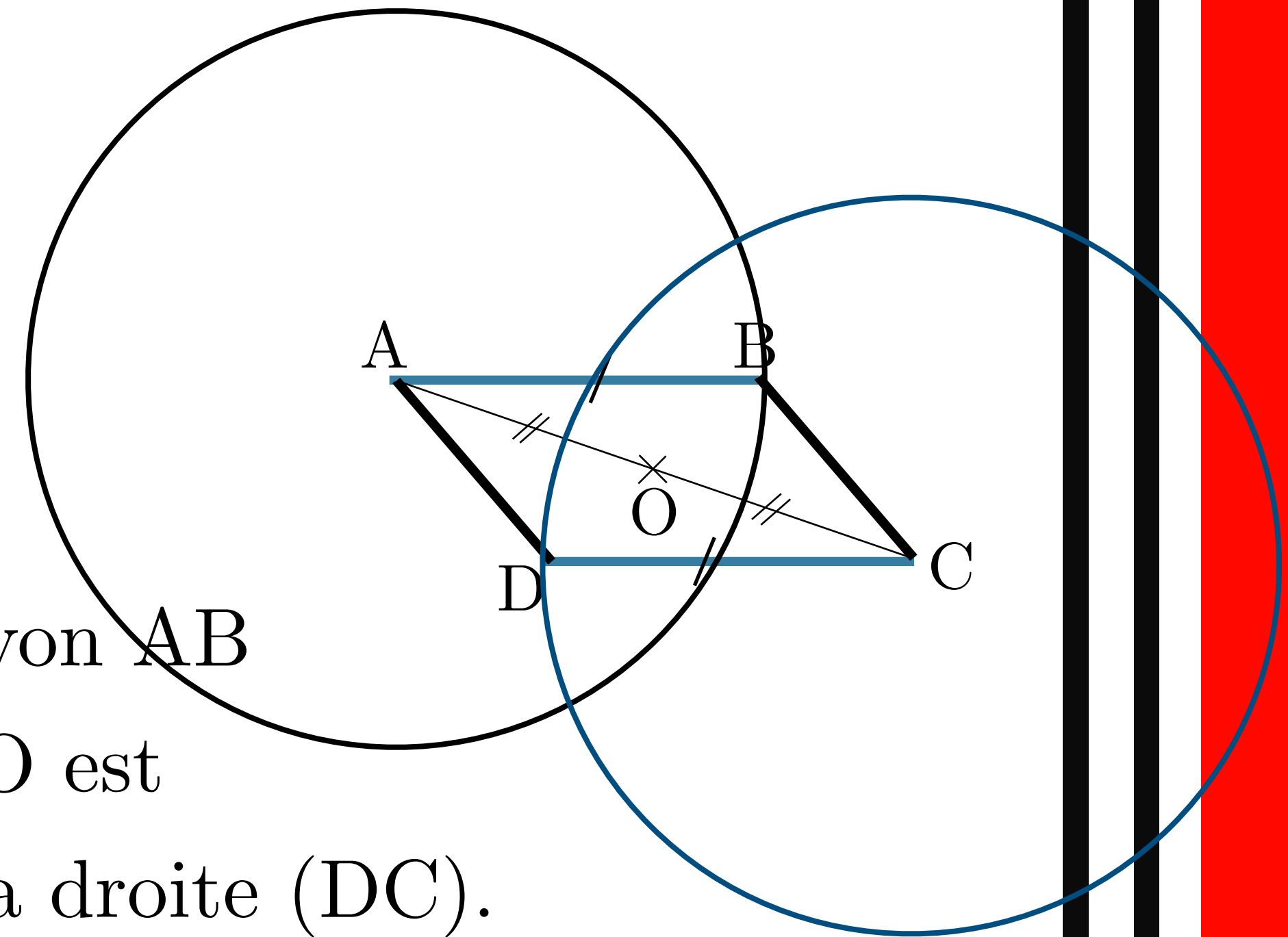
B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

$ABCD$ étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O .

Par conséquent, l'image de la droite (AD) par la symétrie de centre O est la droite (CB) .

Donc les droites (AD) et (CB) sont parallèles.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Démonstration par la symétrie centrale :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$. On note O le milieu de la diagonale $[AC]$.

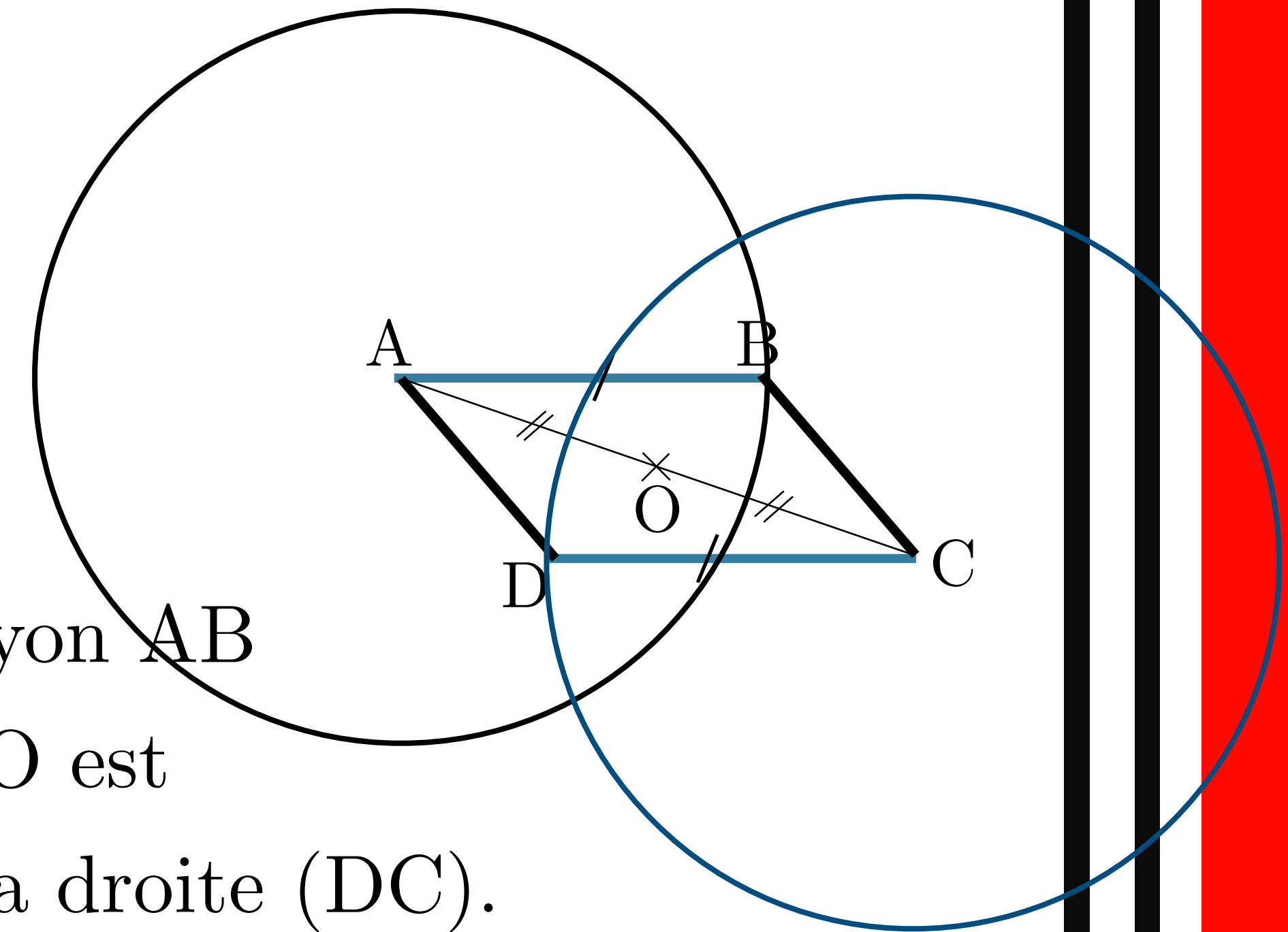
B étant le point d'intersection du cercle de centre A de rayon AB et de la droite (AB) , son image par la symétrie de centre O est l'intersection du cercle de centre C et de rayon DC et de la droite (DC) .

ABCD étant un quadrilatère non croisé, le point B et son image par la symétrie de centre O sont de part et d'autre de la droite (AC) .

Donc D est l'image du point B par la symétrie de centre O.

Par conséquent, l'image de la droite (AD) par la symétrie de centre O est la droite (CB) .

Donc les droites (AD) et (CB) sont parallèles.



Difficile à envisager avec des élèves :
la vision ligne est très présente dans cette démonstration
(point comme intersection de deux lignes)

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que

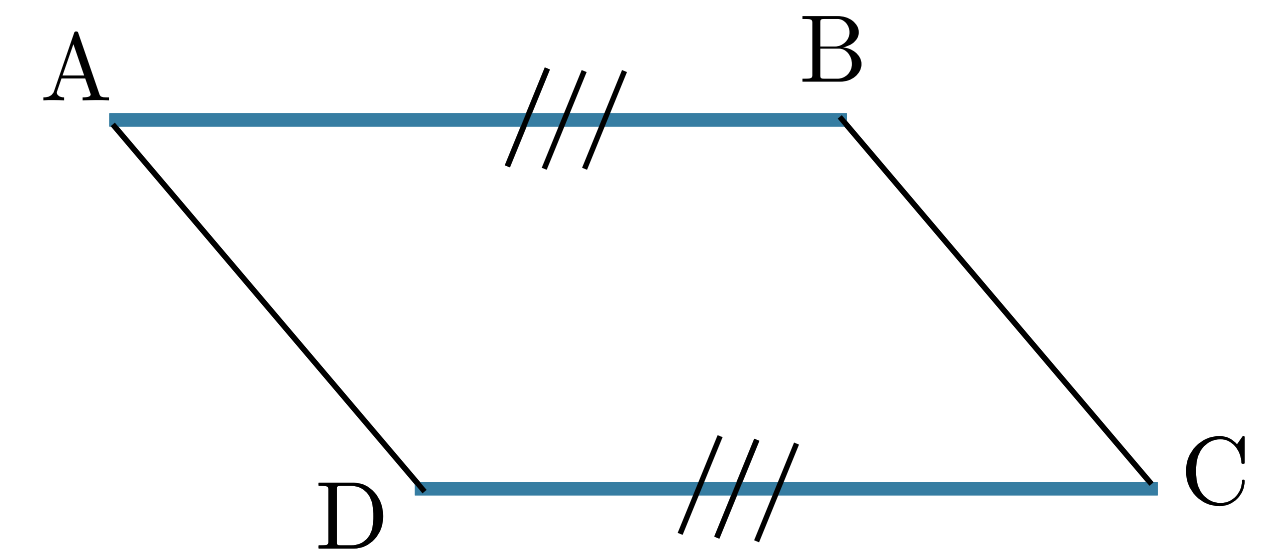
$(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // DC$ et $AB = DC$.

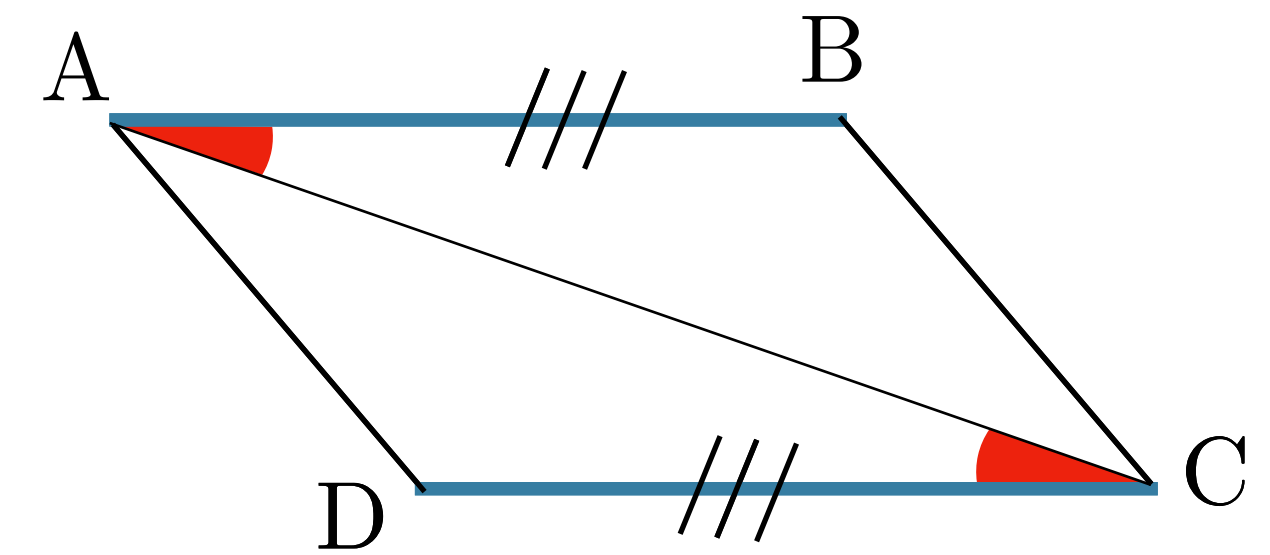


QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.

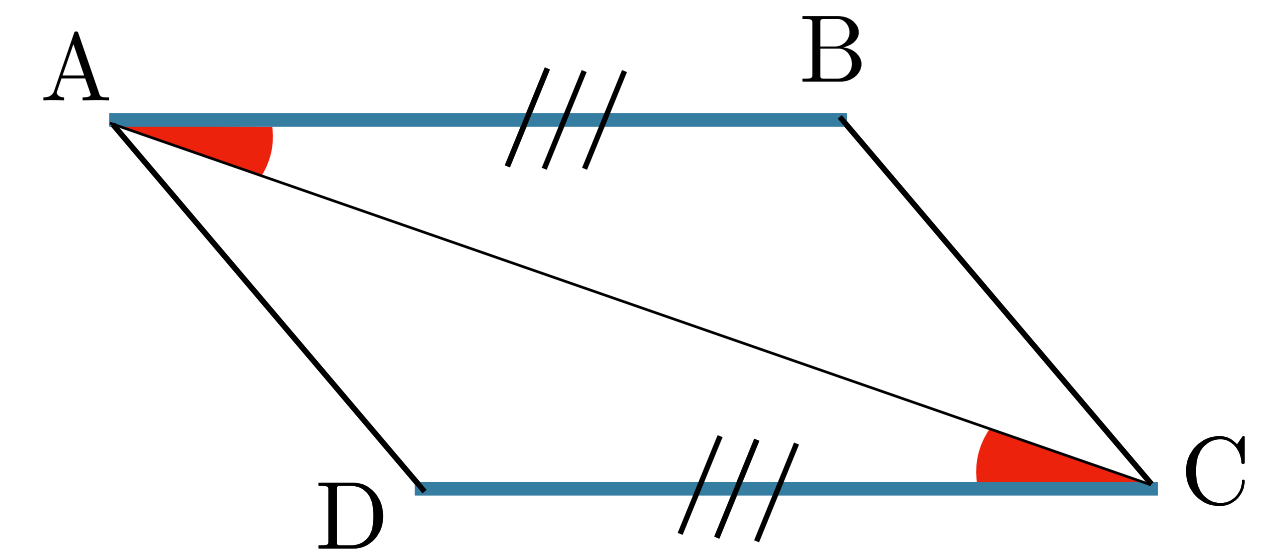


QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

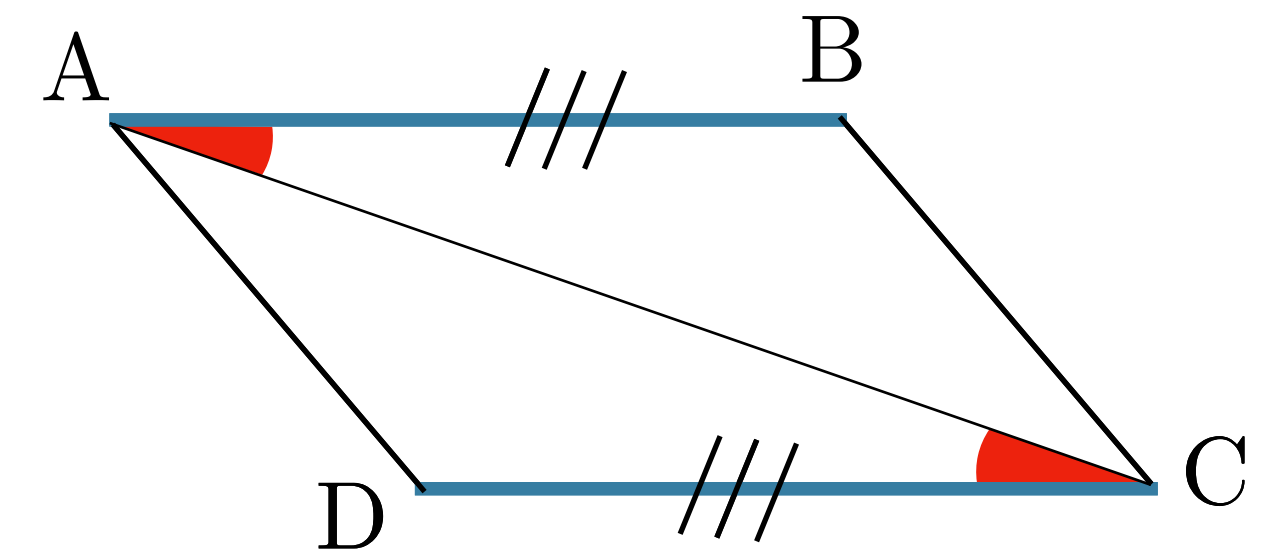
Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

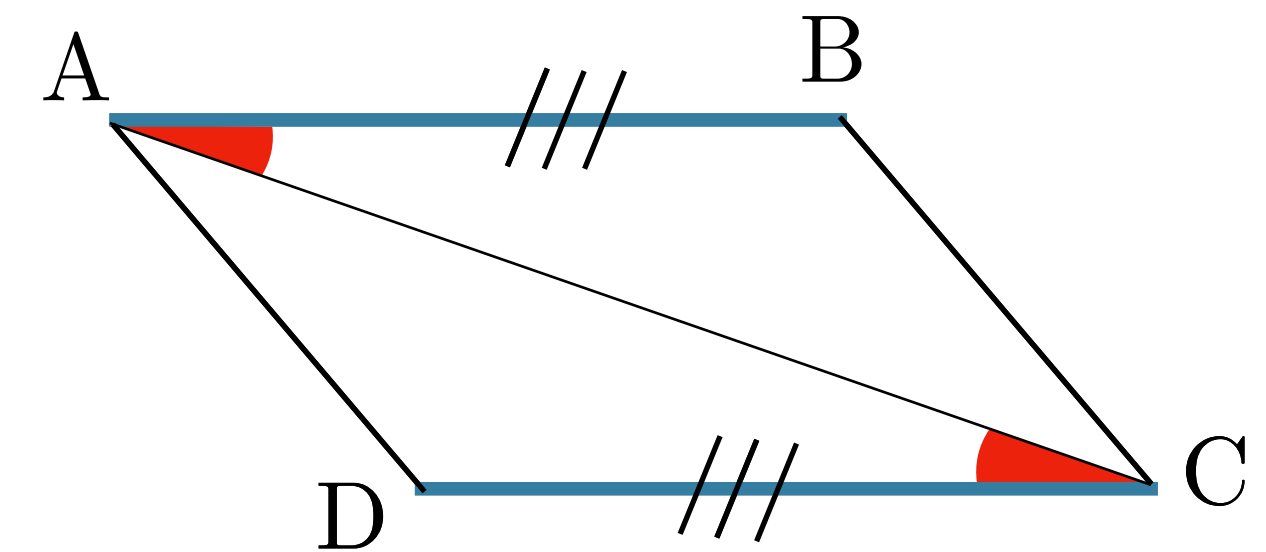
Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

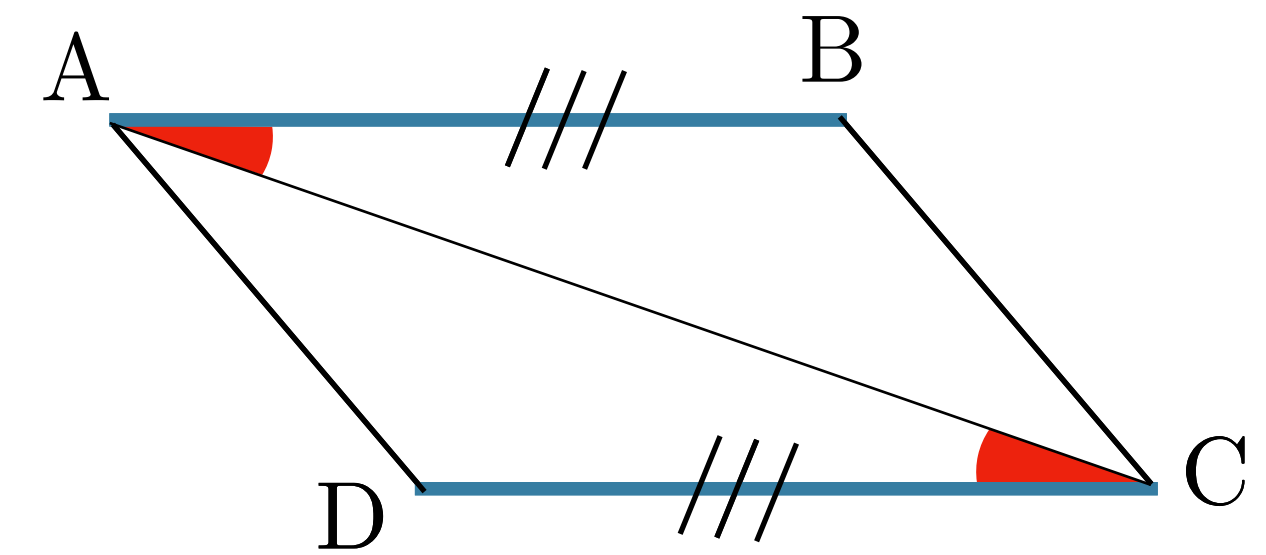
D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

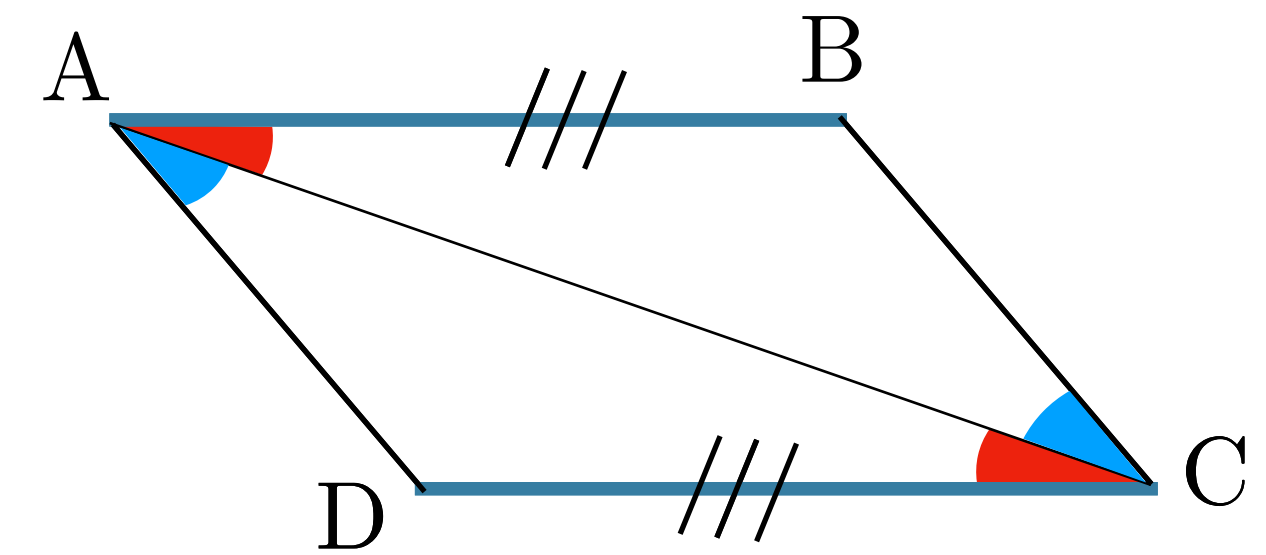
Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

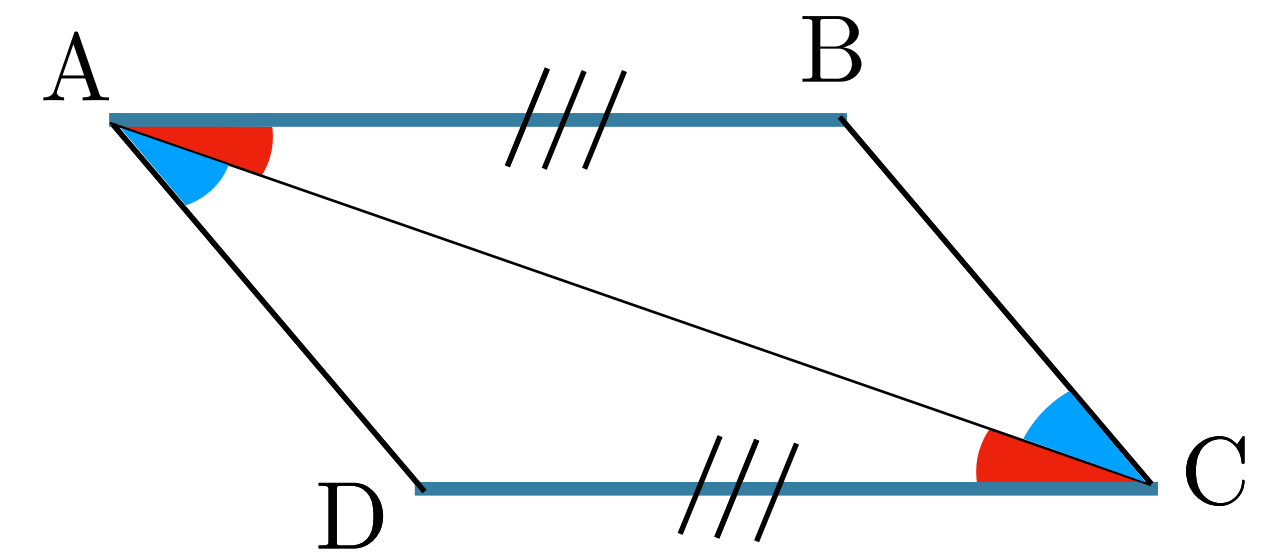
Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

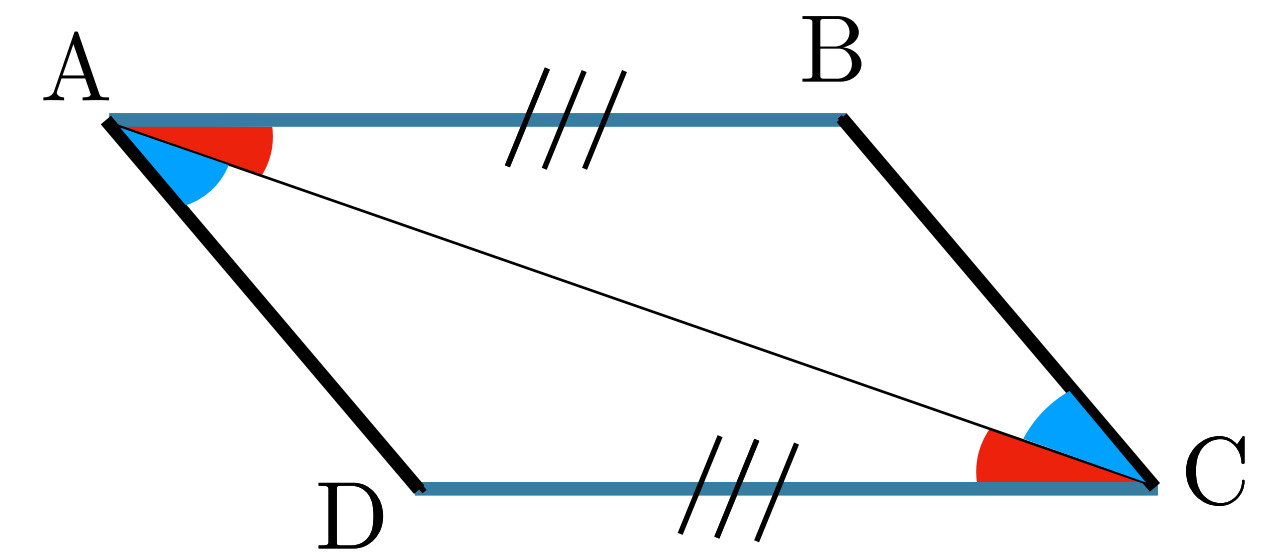
Comme les angles \widehat{BCA} et \widehat{DAC} sont égaux et alternes-internes,

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

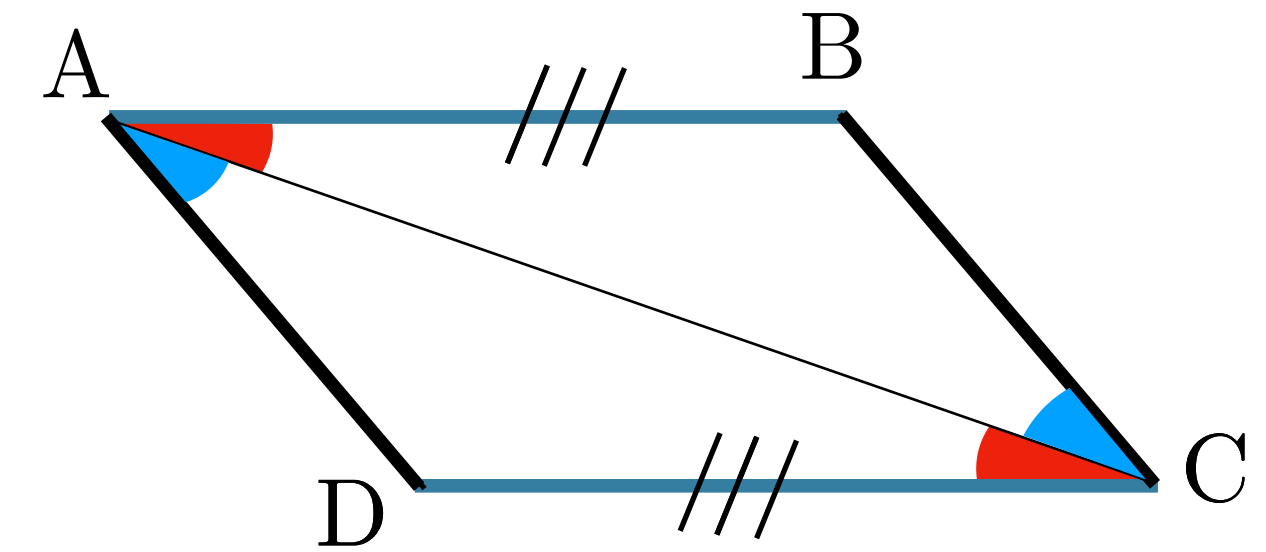
Comme les angles \widehat{BCA} et \widehat{DAC} sont égaux et alternes-internes, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que $(AB) // (DC)$ et $AB = DC$.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

Comme les angles \widehat{BCA} et \widehat{DAC} sont égaux et alternes-internes,

les droites (AD) et (BC) sont parallèles. Ainsi ABCD est un parallélogramme.

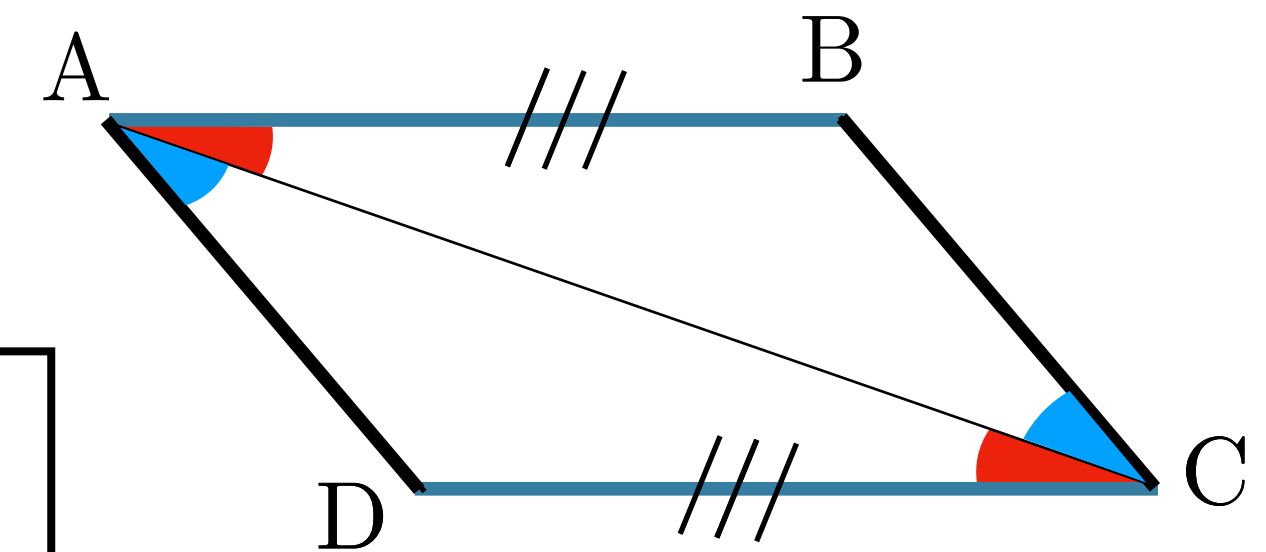
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Avant de renoncer se demander s'il n'existe pas une démonstration plus simple ?

Démonstration par les cas d'égalité des triangles :

Soit ABCD un quadrilatère non croisé tel que

$(AB) // (DC)$ et $AB = DC$. Ici on utilise l'hypothèse que ABCD un quadrilatère non croisé.



Les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont alternes-internes et $(AB) // (DC)$.

Donc les angles \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux.

Dans les triangles ABC et CDA, on a : $AB = CD$; $AC = CA$; $\widehat{DCA} = \widehat{BAC}$

D'après le cas d'égalité CAC, les triangles ABC et CAD sont isométriques.

Donc on a : $(AD = BC)$ et $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.

Comme les angles \widehat{BCA} et \widehat{DAC} sont égaux et alternes-internes,

les droites (AD) et (BC) sont parallèles. Ainsi ABCD est un parallélogramme.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Support pour une démonstration
du théorème de Pythagore :

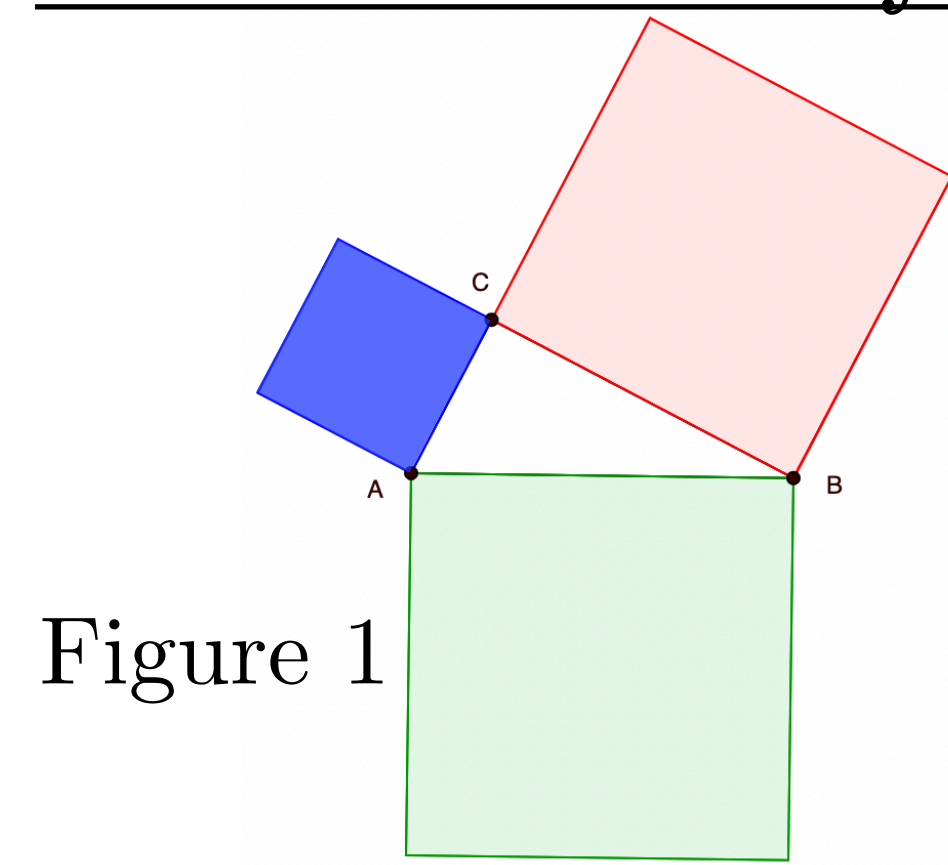


Figure 1

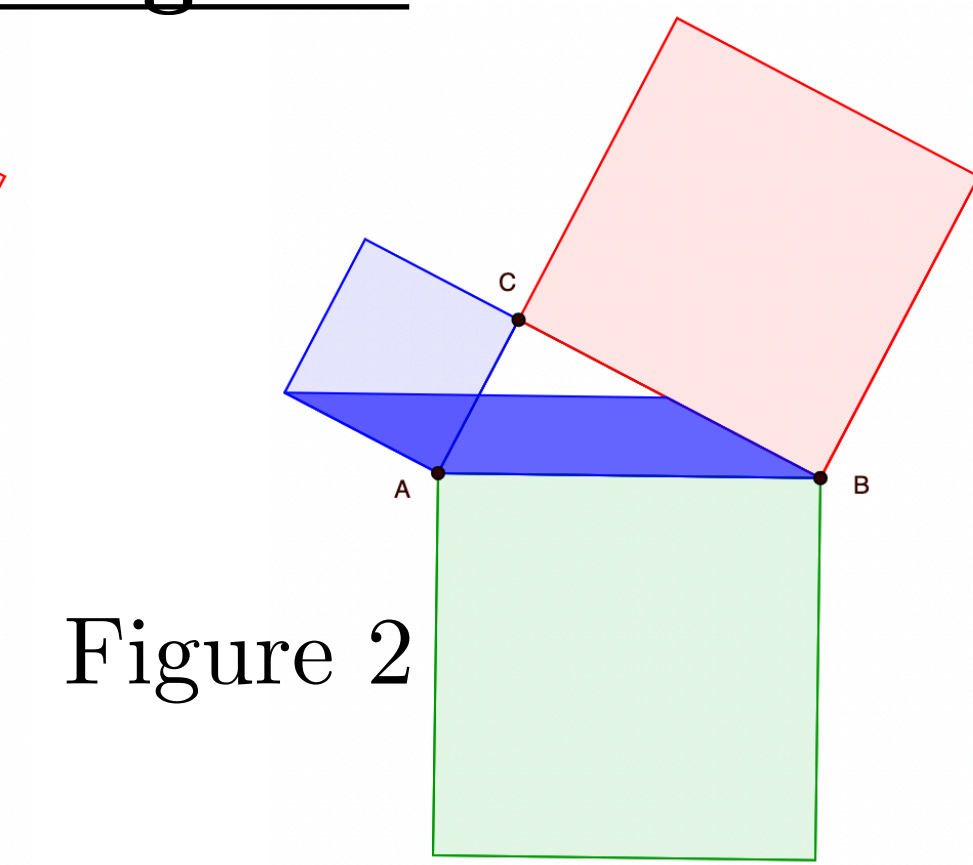


Figure 2

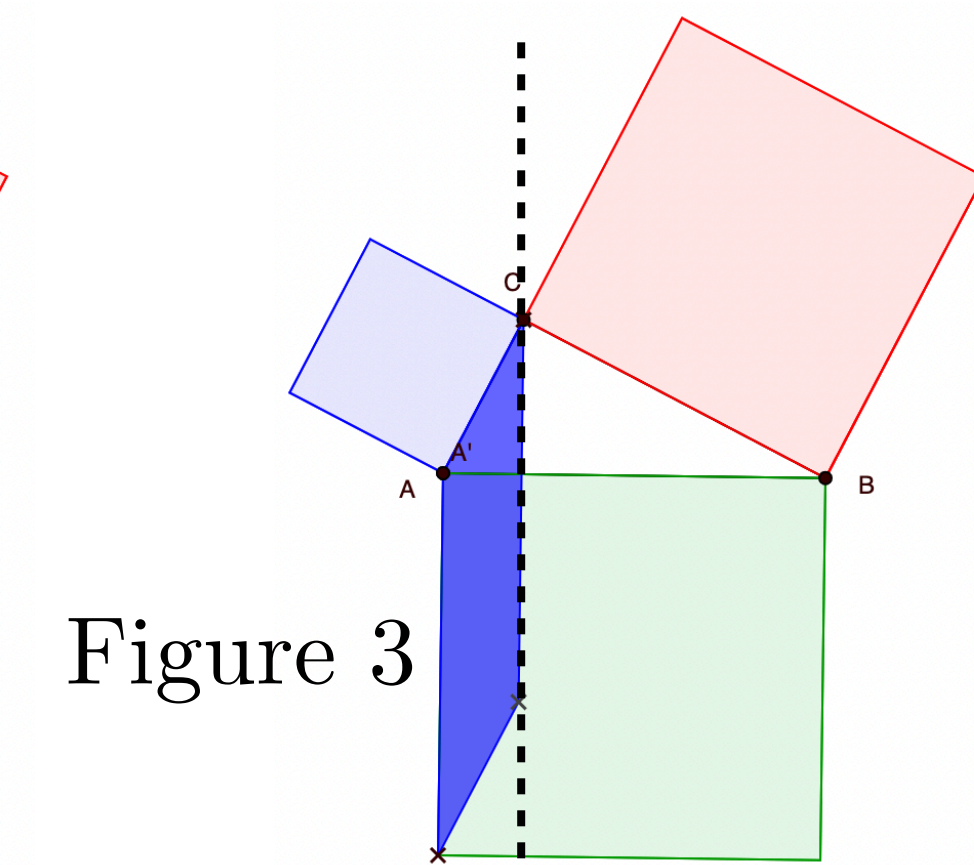


Figure 3

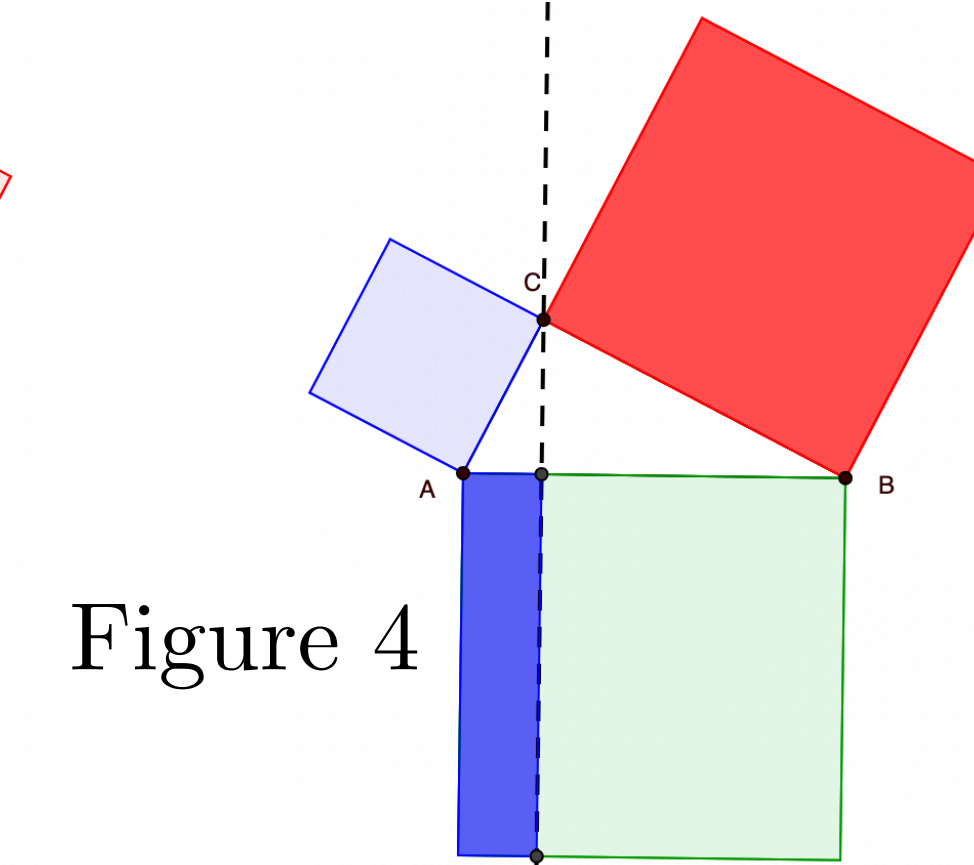


Figure 4

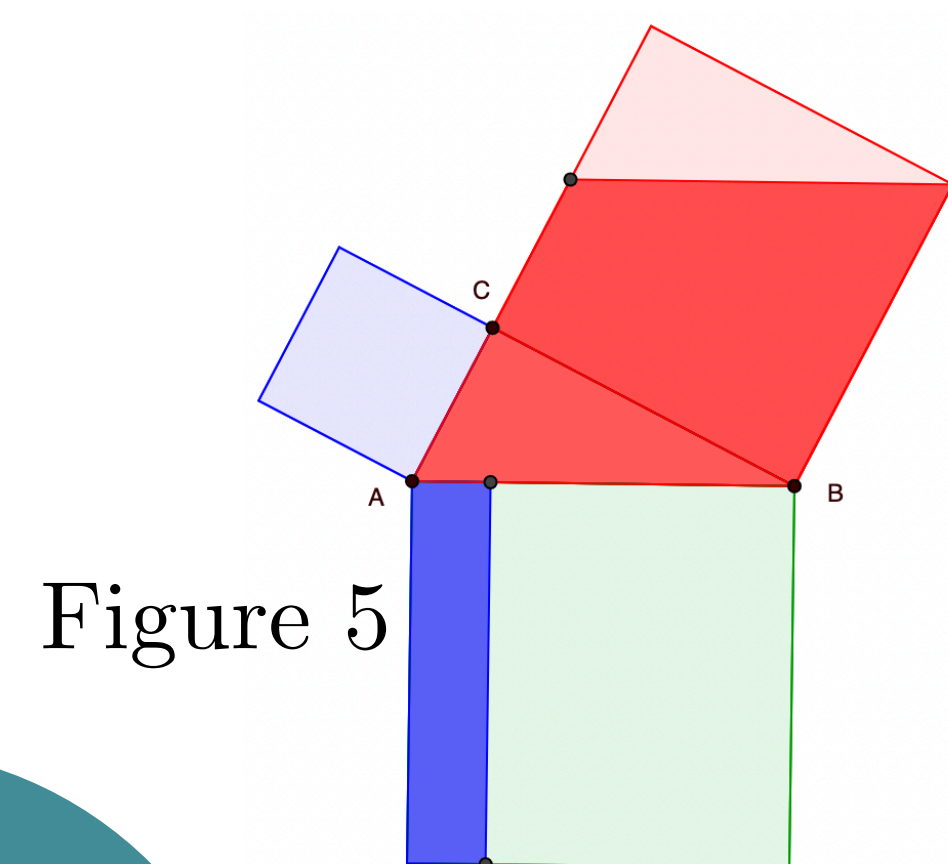


Figure 5

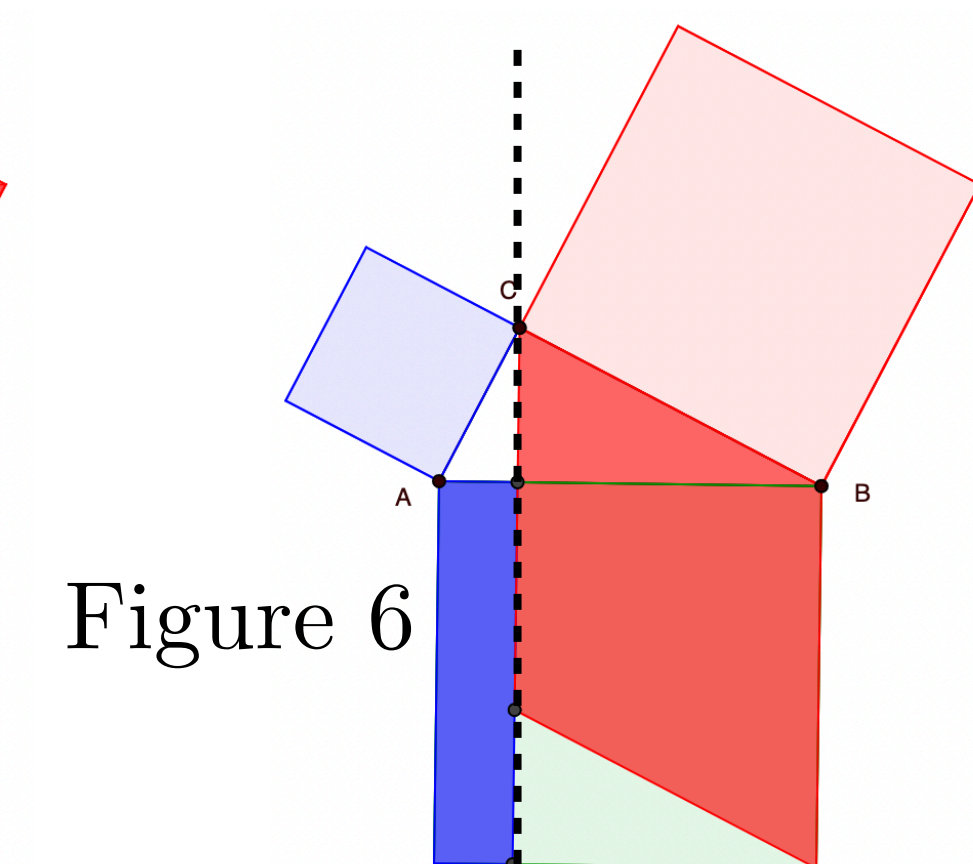


Figure 6

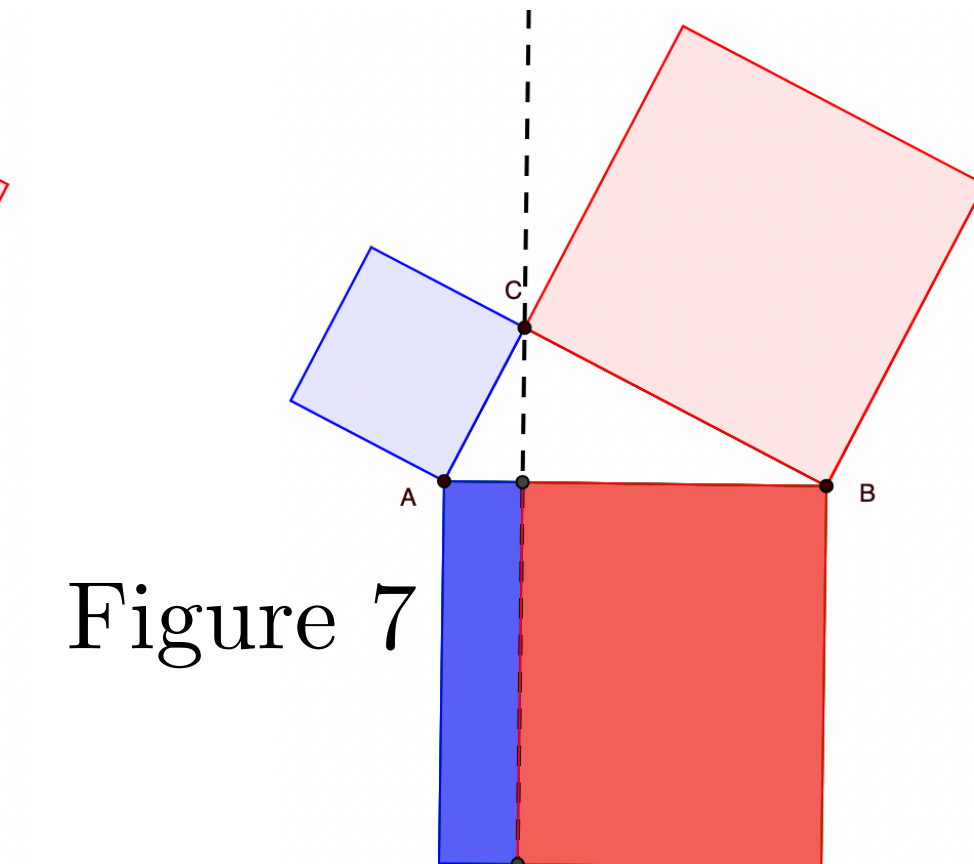


Figure 7

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Support pour une démonstration
du théorème de Pythagore :

Difficile à envisager avec des élèves sans un important travail sur la conservation des aires (et sur les rotations)

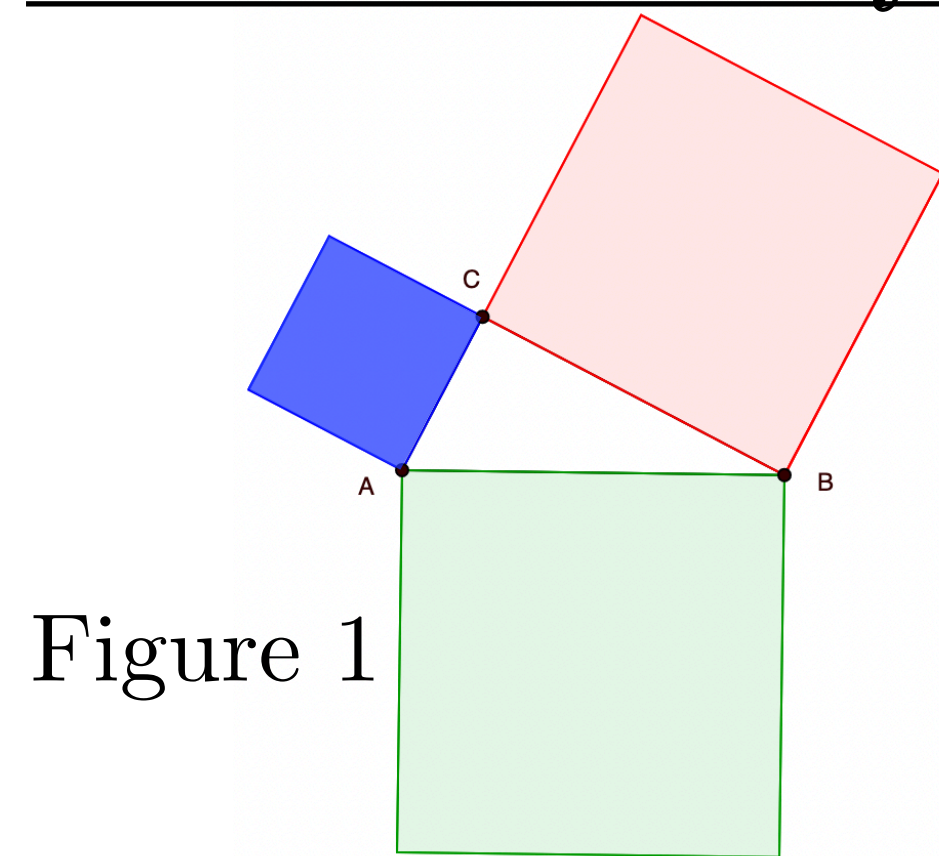


Figure 1

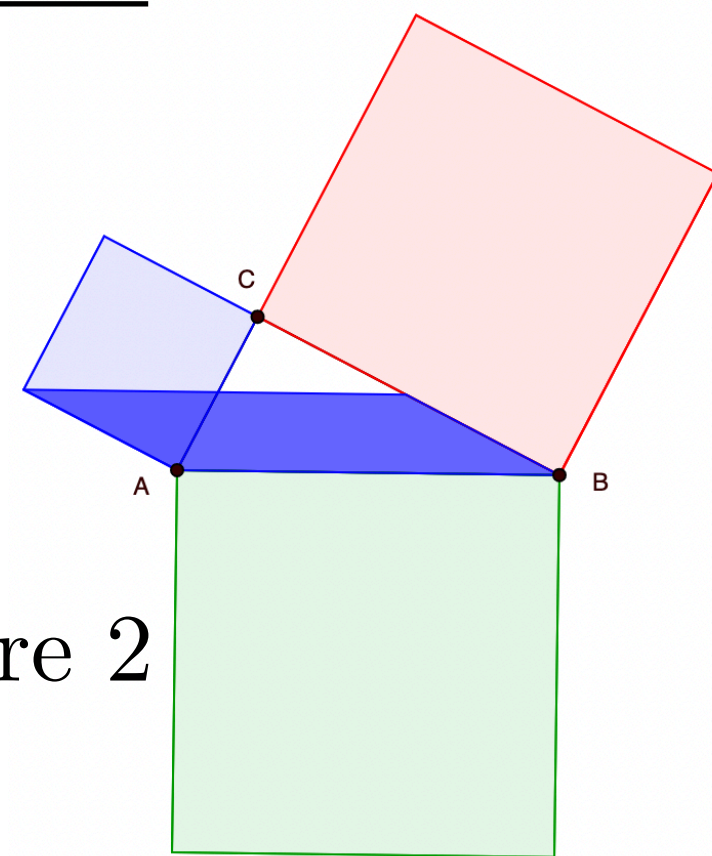


Figure 2

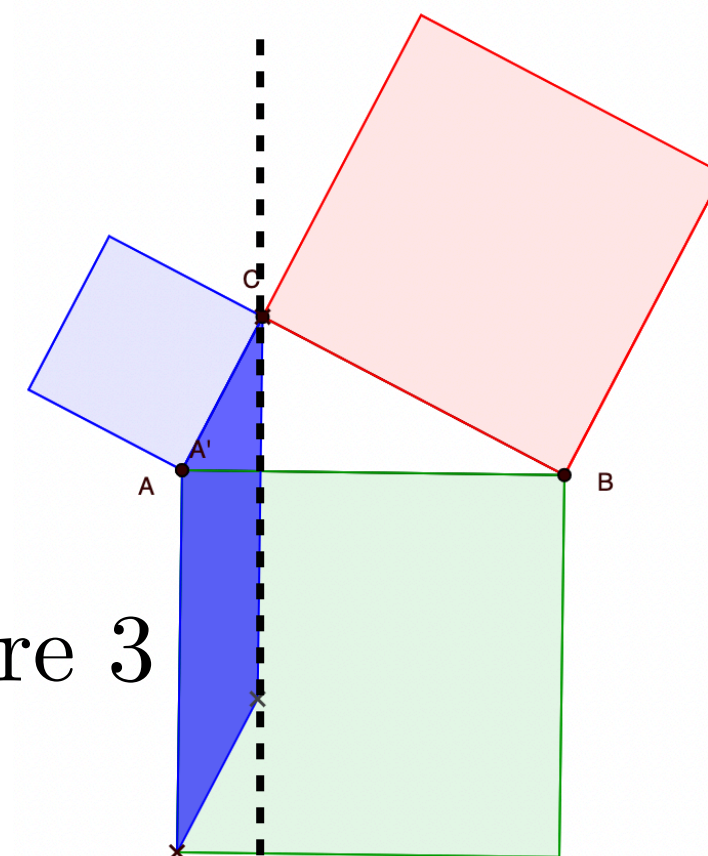


Figure 3

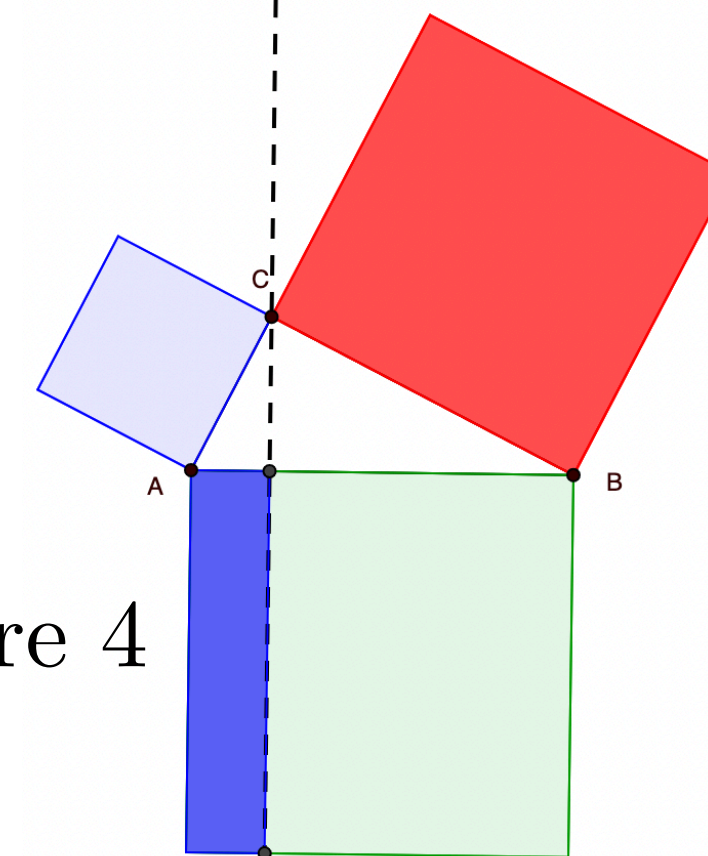


Figure 4

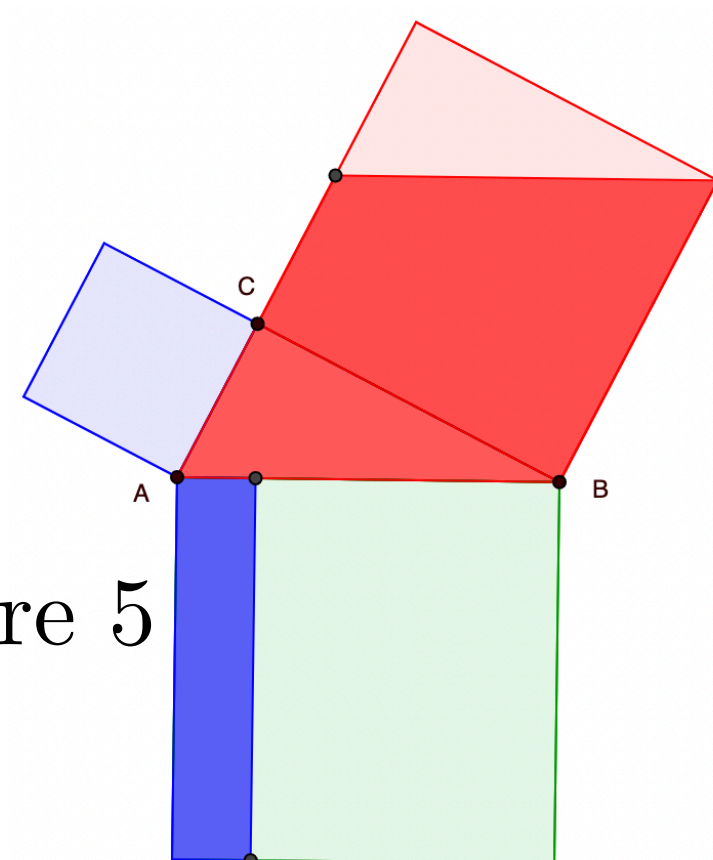


Figure 5

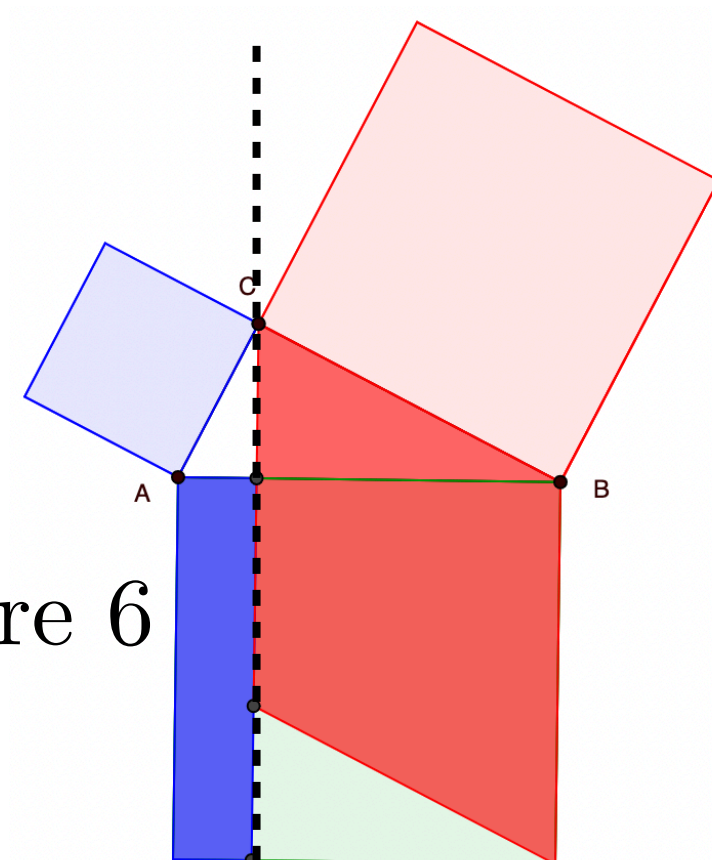


Figure 6

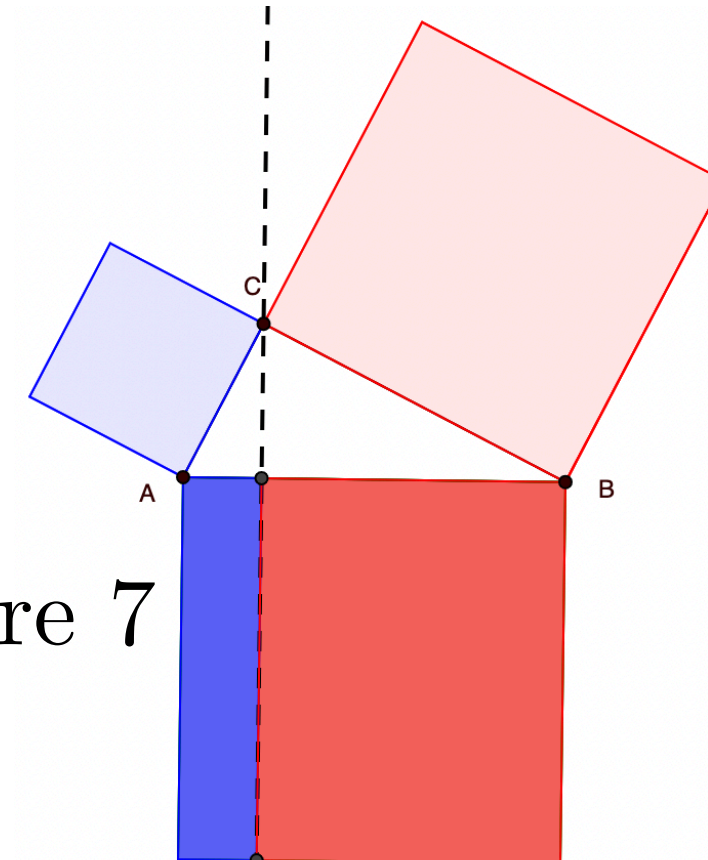


Figure 7

Connaissances utilisées :

L'aire d'un parallélogramme ne change pas lorsque l'on déplace un côté le long de la droite ayant pour support ce côté.

La rotation conserve l'aire d'une figure.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Support pour une démonstration

du théorème de Pythagore :

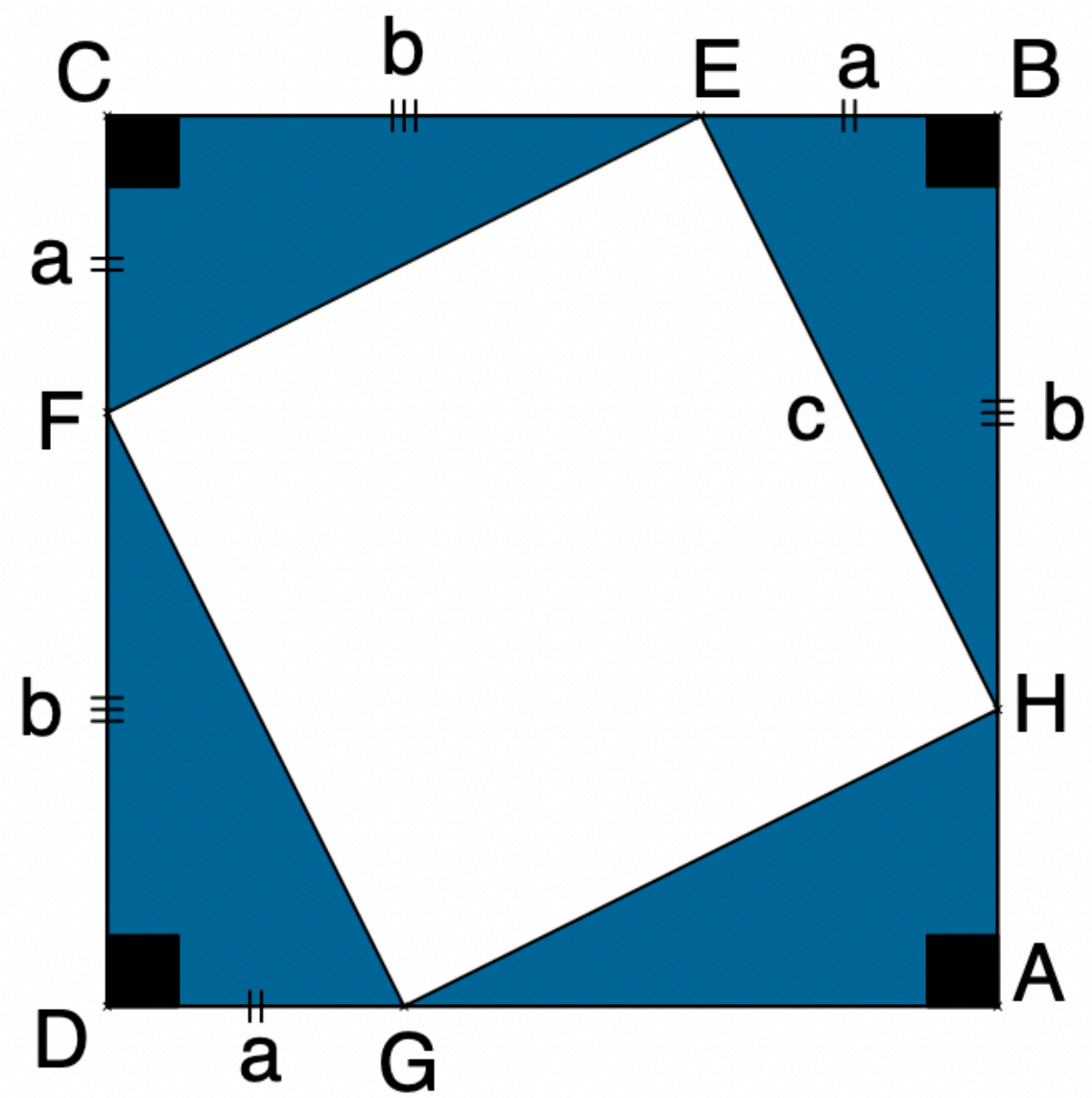


Figure 1

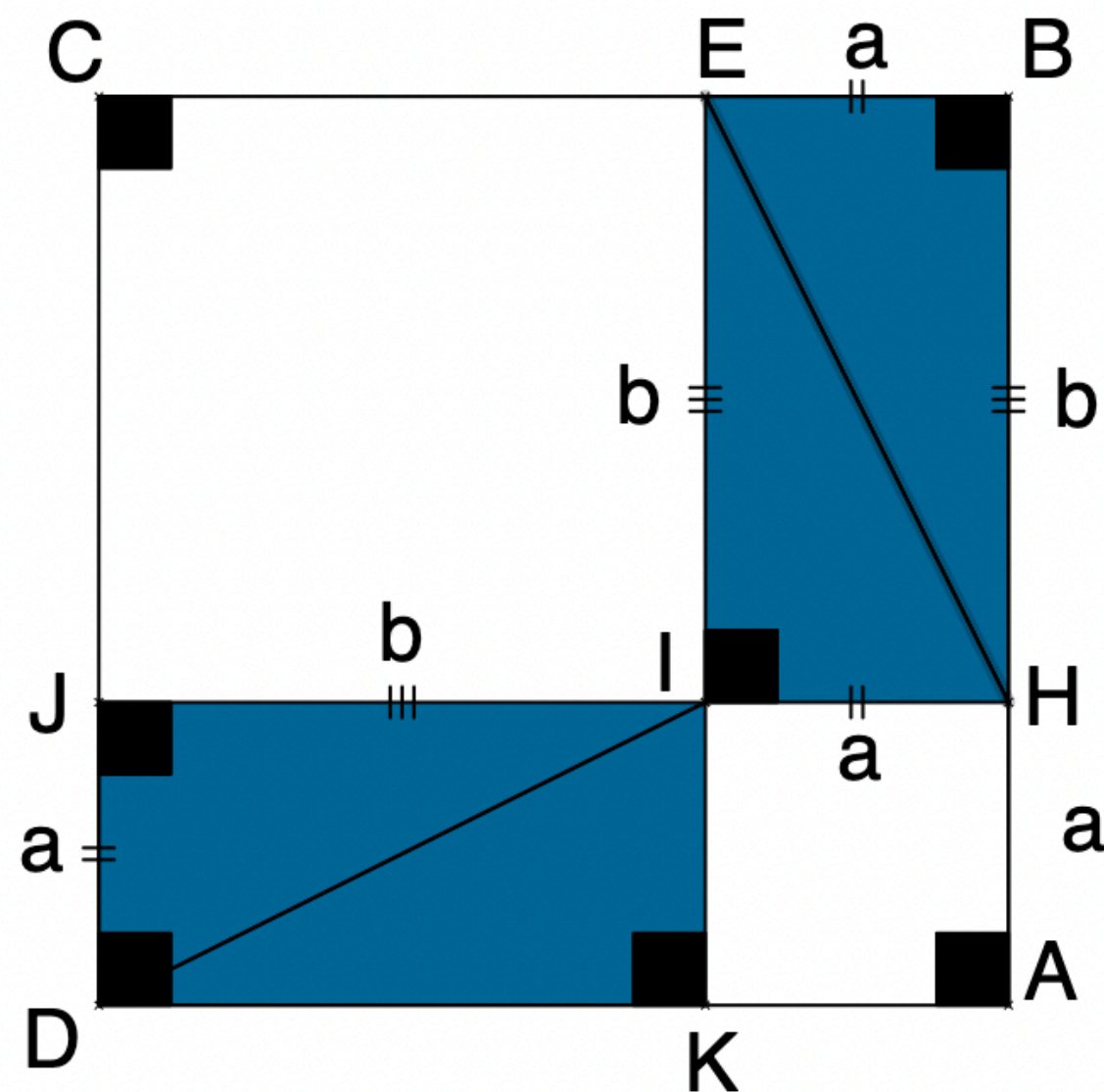


Figure 2

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Support pour une démonstration du théorème de Pythagore :

Démonstration envisageable avec des élèves
préparer en amont la décomposition et
recomposition de figure

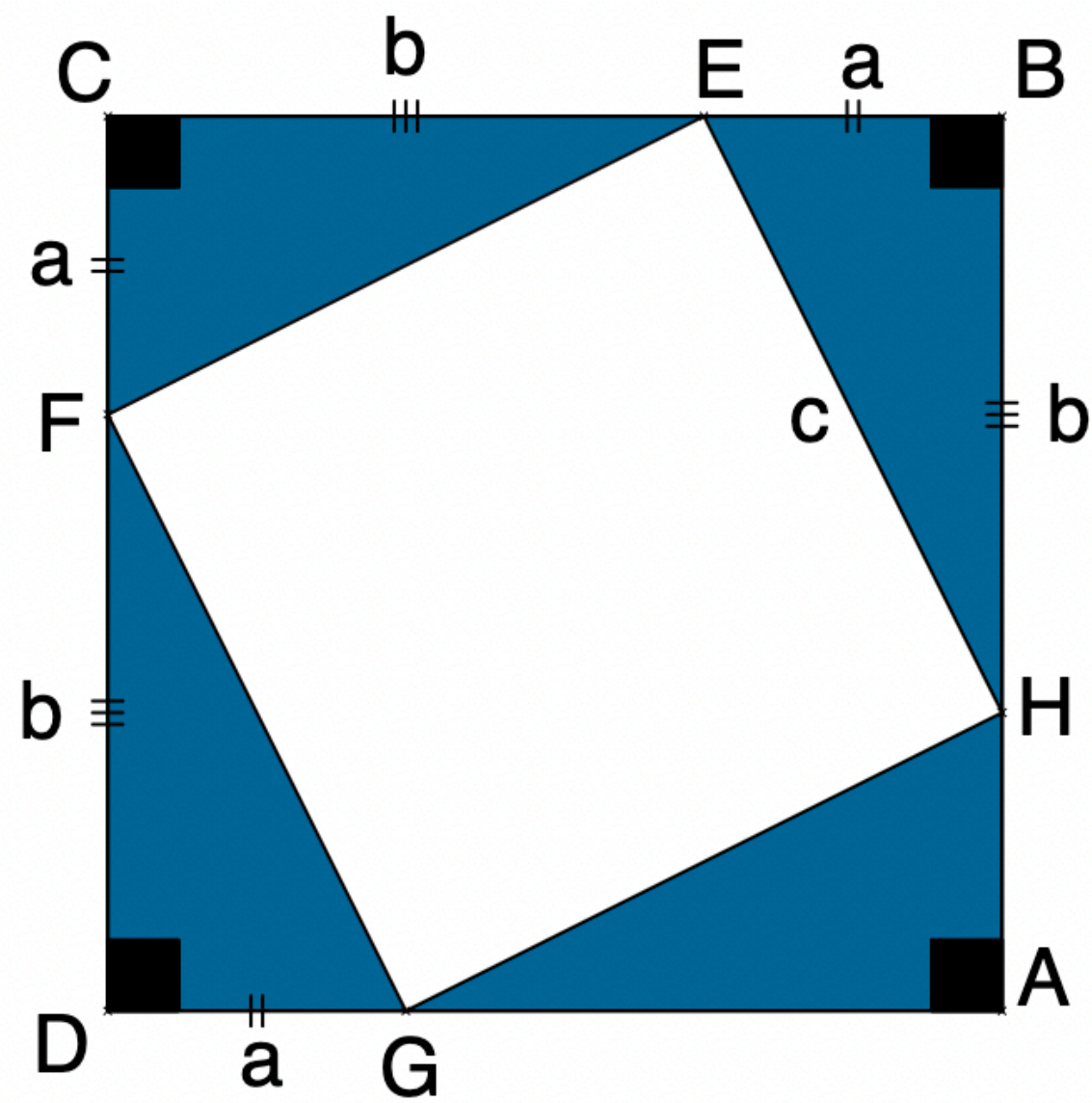


Figure 1

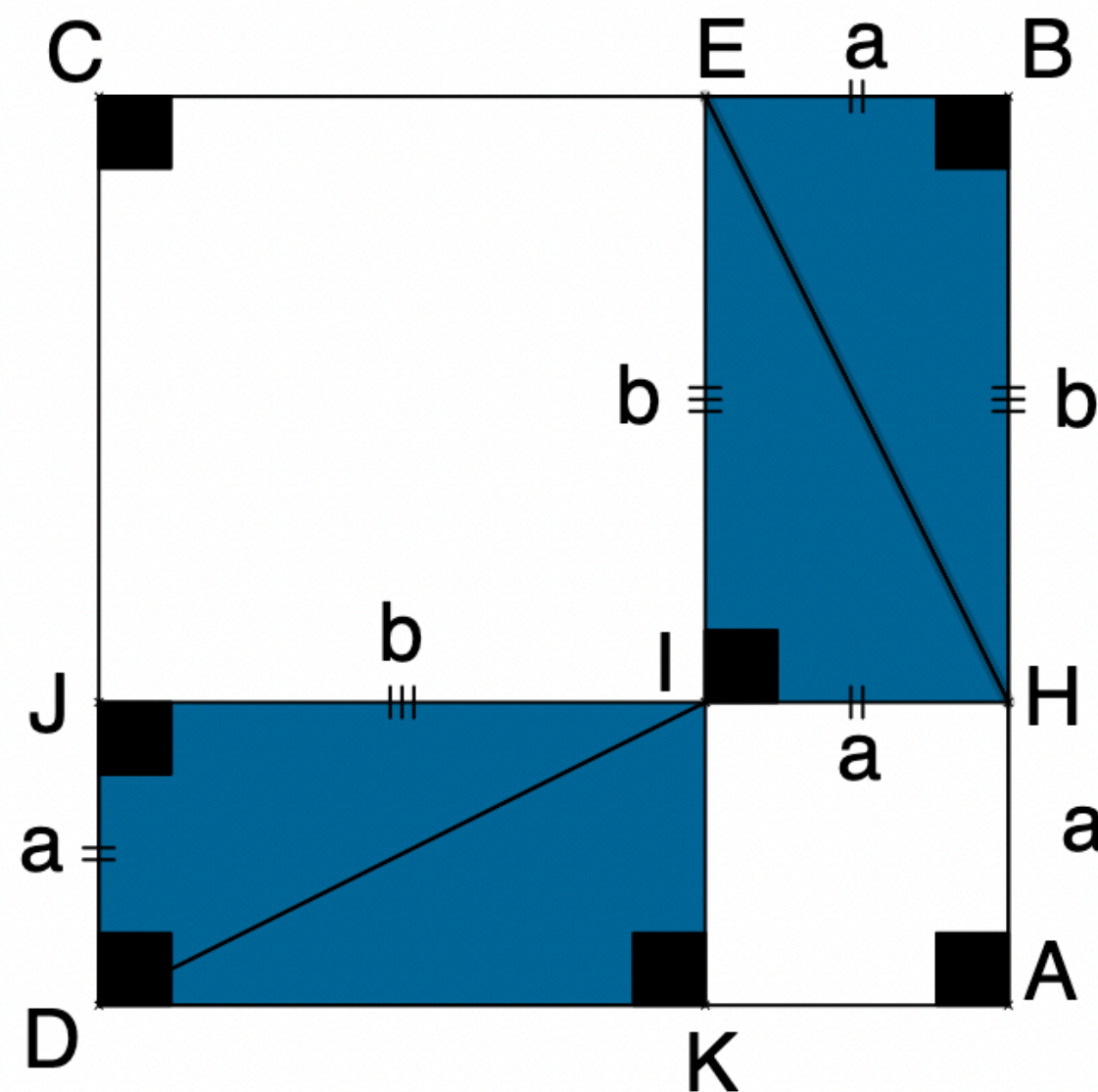


Figure 2

Connaissances utilisées :

Conservation de l'aire d'une figure par
découpage et recollement

Le cas d'égalité CAC

Définition d'un losange

La somme des angles dans un triangle

Lien entre un losange et un carré

Aire d'un carré

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.

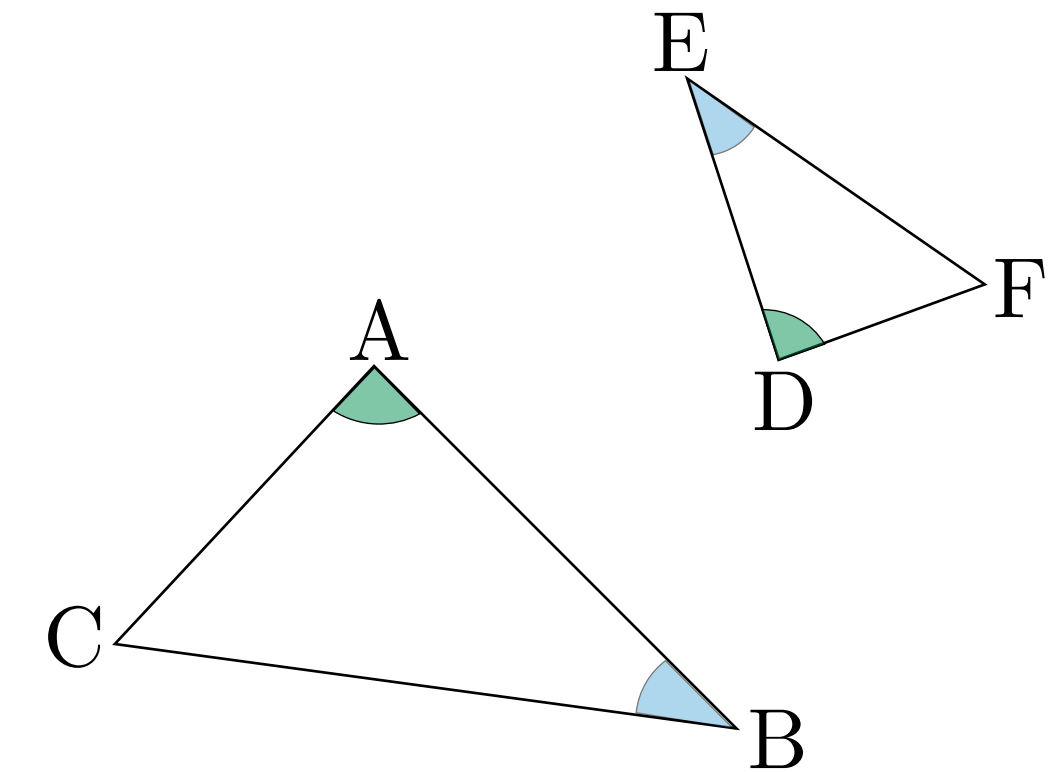
Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



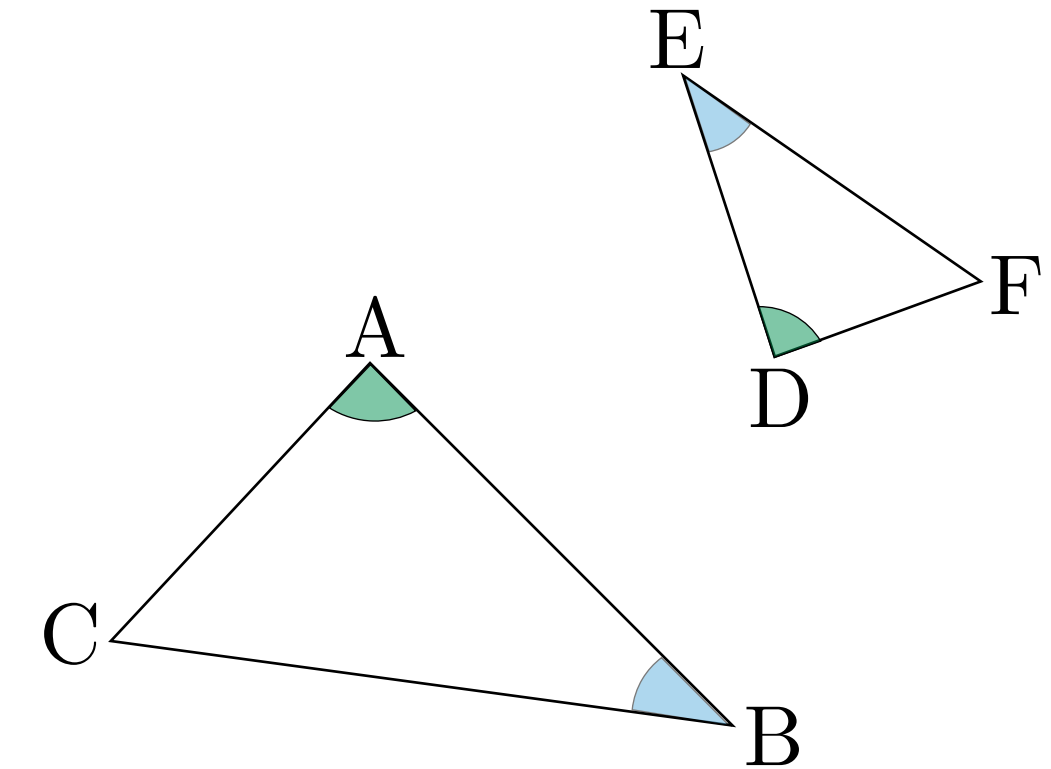
Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

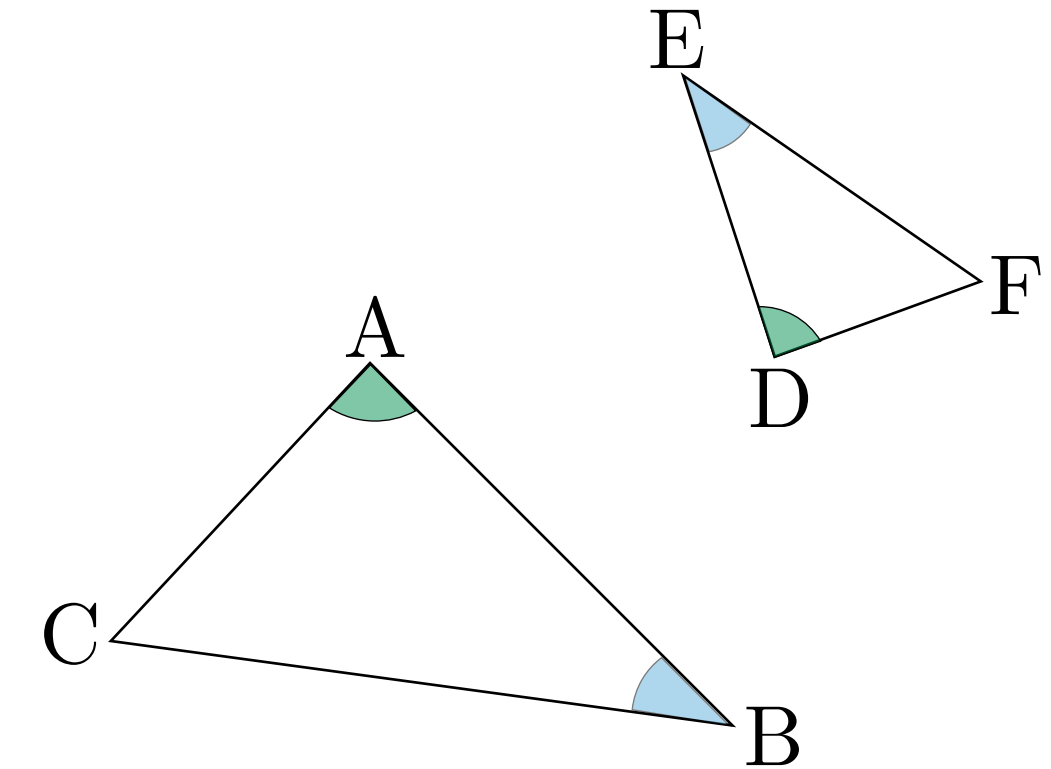
Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

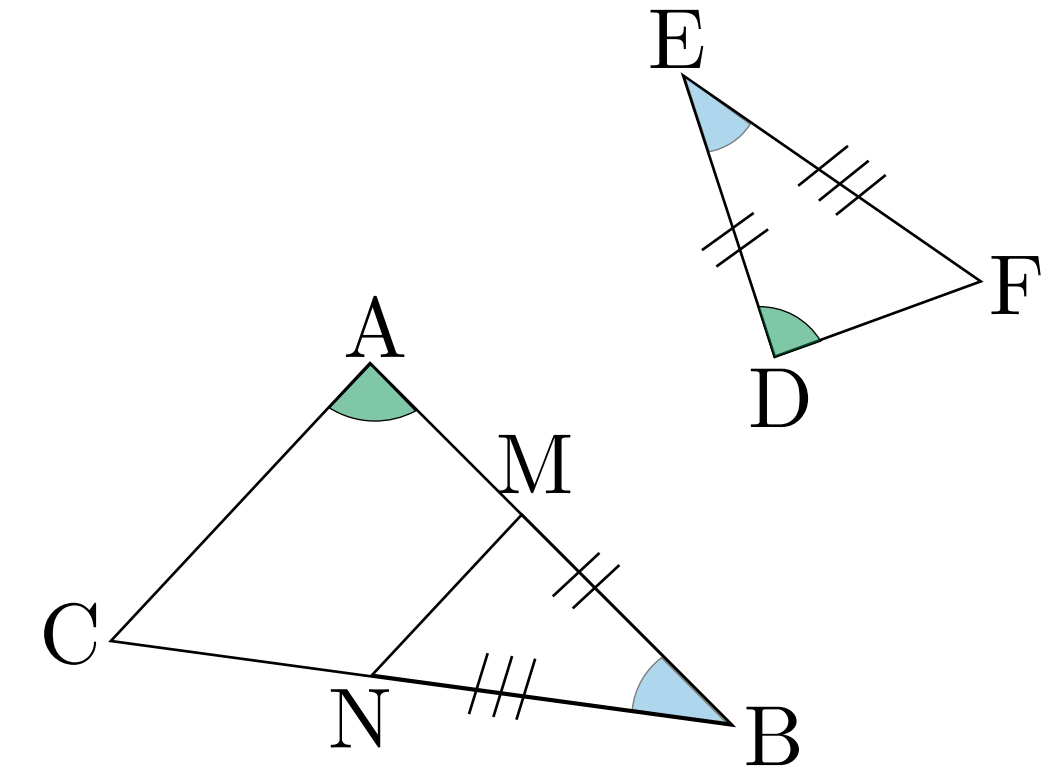
Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$$BM = ED, BN = EF, M \in [BA] \text{ et } N \in [BC]$$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

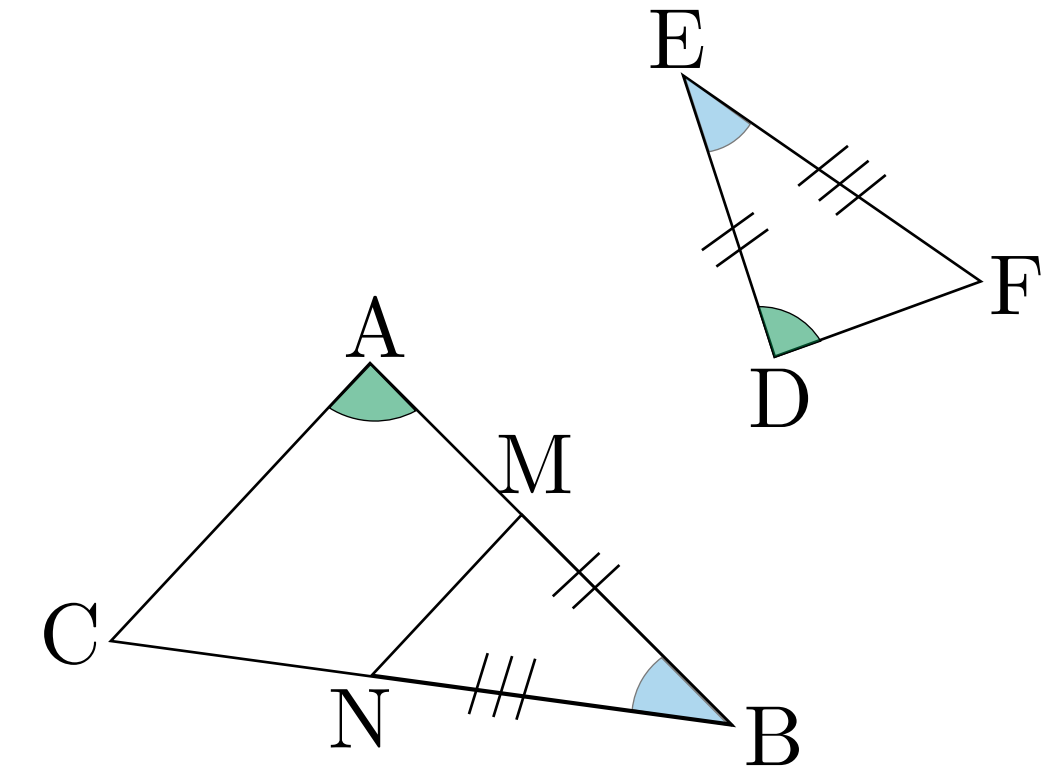
Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$$BM = ED, BN = EF, M \in [BA] \text{ et } N \in [BC]$$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

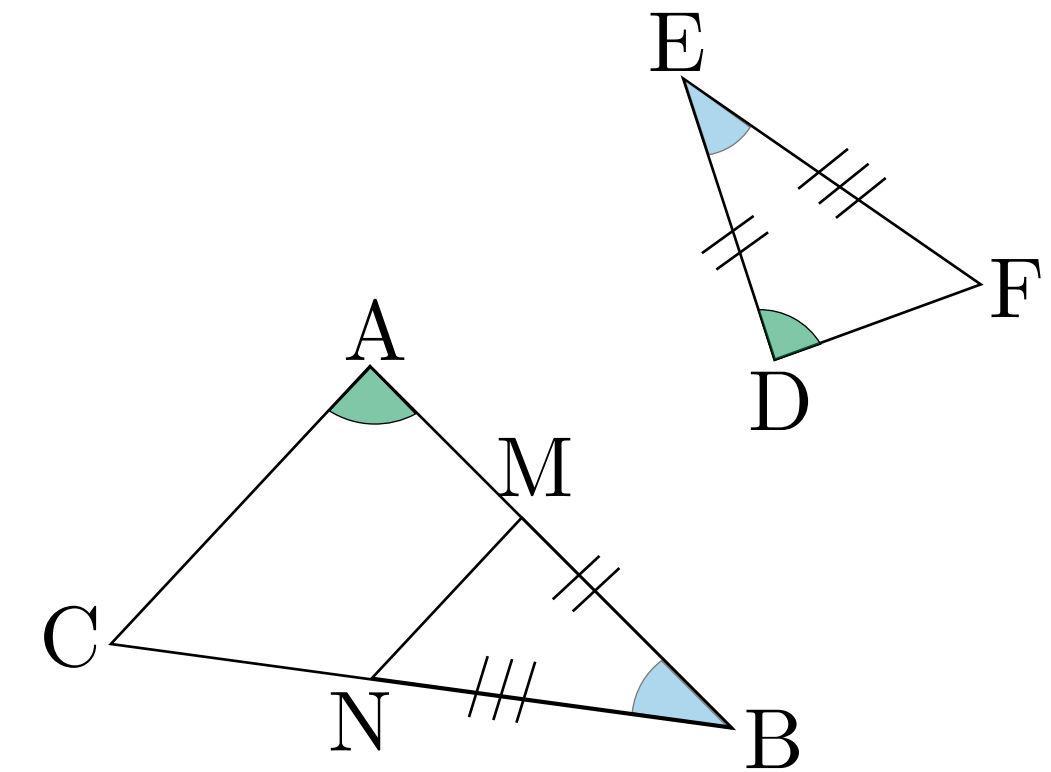
$BM = ED$, $BN = EF$, $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

Ainsi on a : $\widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$BM = ED$, $BN = EF$, $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

Ainsi on a : $\widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

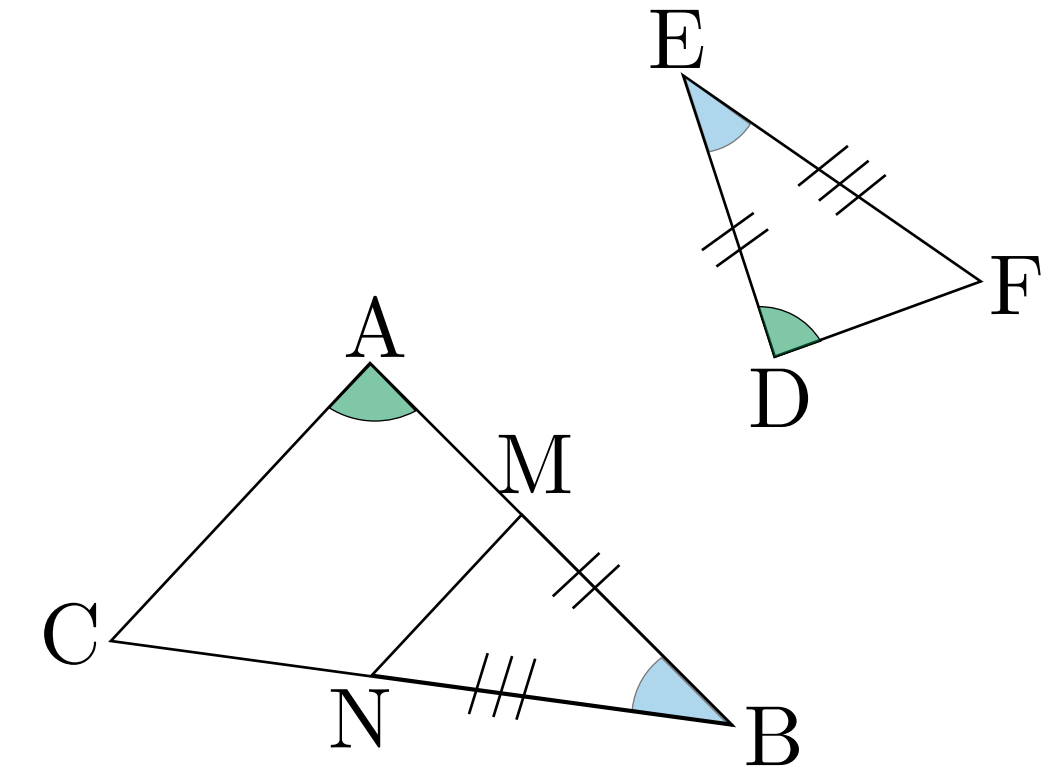
Dans les triangles BMN et EDF , on a :

$BM = ED$; $BN = EF$; $\widehat{MBN} = \widehat{DEF}$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$BM = ED$, $BN = EF$, $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

Ainsi on a : $\widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

Dans les triangles BMN et EDF , on a :

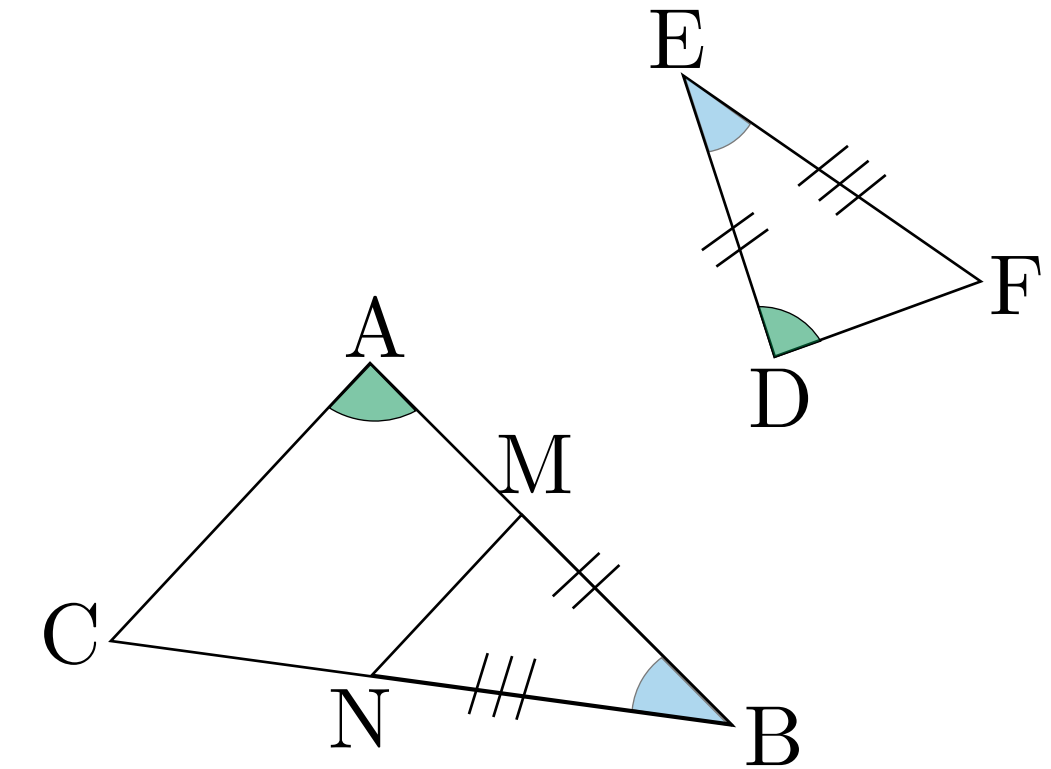
$BM = ED$; $BN = EF$; $\widehat{MBN} = \widehat{DEF}$

D'après le cas d'égalité CAC des triangles,
les triangles BMN et EDF sont isométriques.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$BM = ED$, $BN = EF$, $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

Ainsi on a : $\widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

Dans les triangles BMN et EDF , on a :

$BM = ED$; $BN = EF$; $\widehat{MBN} = \widehat{DEF}$

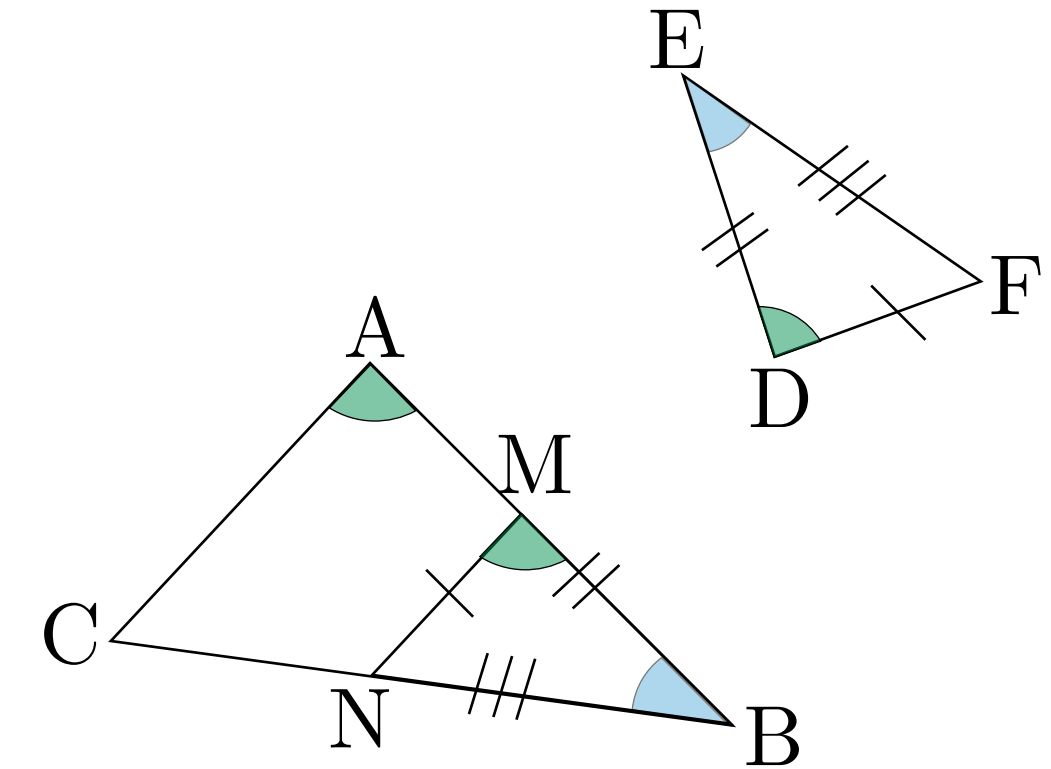
D'après le cas d'égalité CAC des triangles,
les triangles BMN et EDF sont isométriques.

D'où $\widehat{BMN} = \widehat{EDF}$, $\widehat{MNB} = \widehat{DEF}$
et $MN = DF$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$BM = ED$, $BN = EF$, $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

Ainsi on a : $\widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

Dans les triangles BMN et EDF , on a :

$BM = ED$; $BN = EF$; $\widehat{MBN} = \widehat{DEF}$

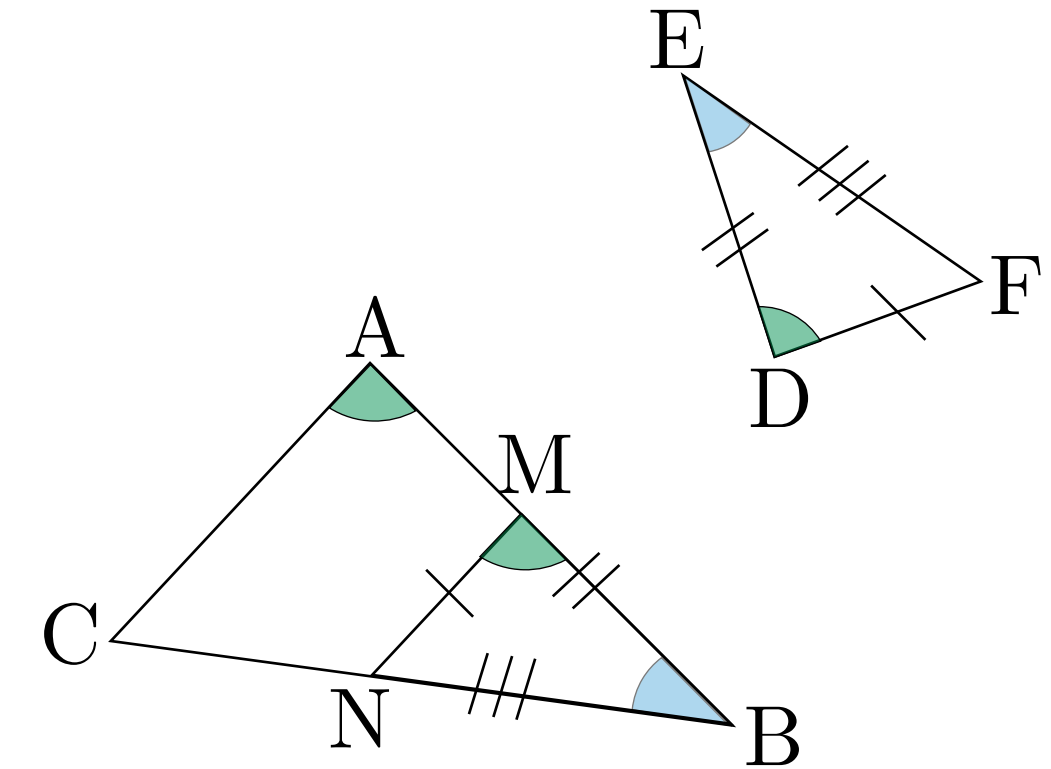
D'après le cas d'égalité CAC des triangles,
les triangles BMN et EDF sont isométriques.

D'où $\widehat{BMN} = \widehat{EDF}$, $\widehat{MNB} = \widehat{DEF}$
et $MN = DF$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Soit ABC et DEF deux triangles tels que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Sans perdre de généralité, on peut supposer, par exemple, que l'on a $AB > DE$.

Dans le triangle ABC , on peut donc construire les points M et N tels que :

$$BM = ED, BN = EF, M \in [BA] \text{ et } N \in [BC]$$

$$\text{Ainsi on a : } \widehat{MBN} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$$

Dans les triangles BMN et EDF , on a :

$$BM = ED ; BN = EF ; \widehat{MBN} = \widehat{DEF}$$

D'après le cas d'égalité CAC des triangles,
les triangles BMN et EDF sont isométriques.

$$\text{D'où } \widehat{BMN} = \widehat{EDF}, \widehat{MNB} = \widehat{DEF} \\ \text{et } MN = DF$$

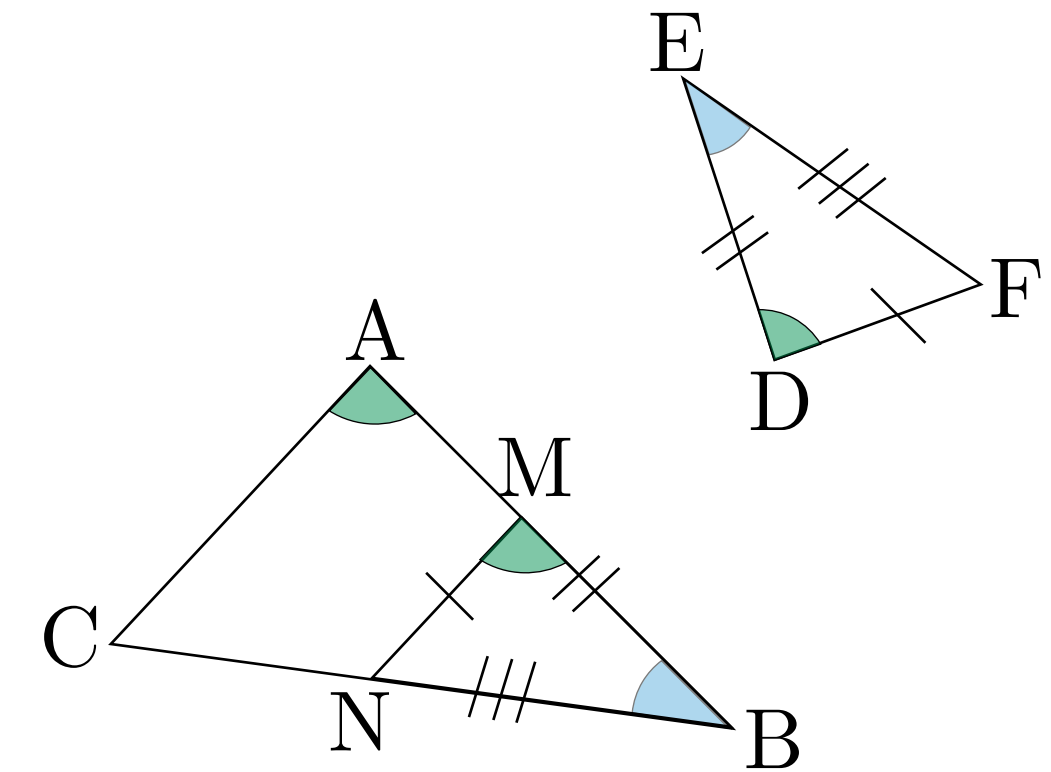
$$\text{Donc on a : } \widehat{BMN} = \widehat{EDF} = \widehat{BAC}.$$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.

Démonstration :



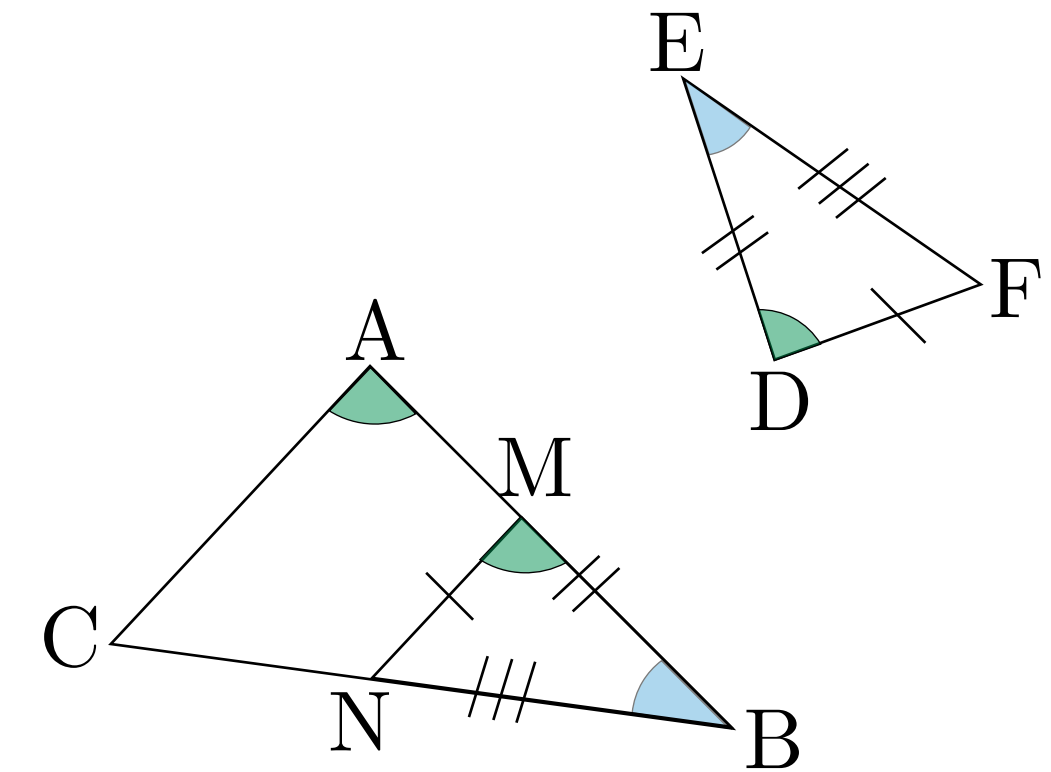
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.

Démonstration :

Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.



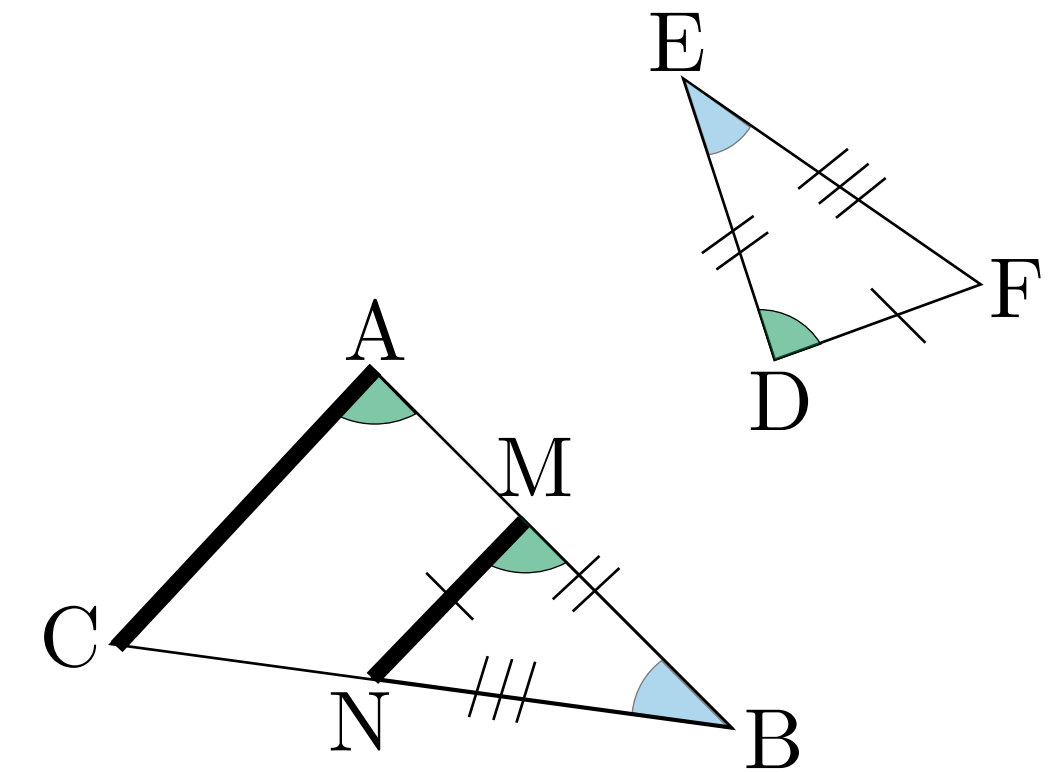
QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.

Démonstration :

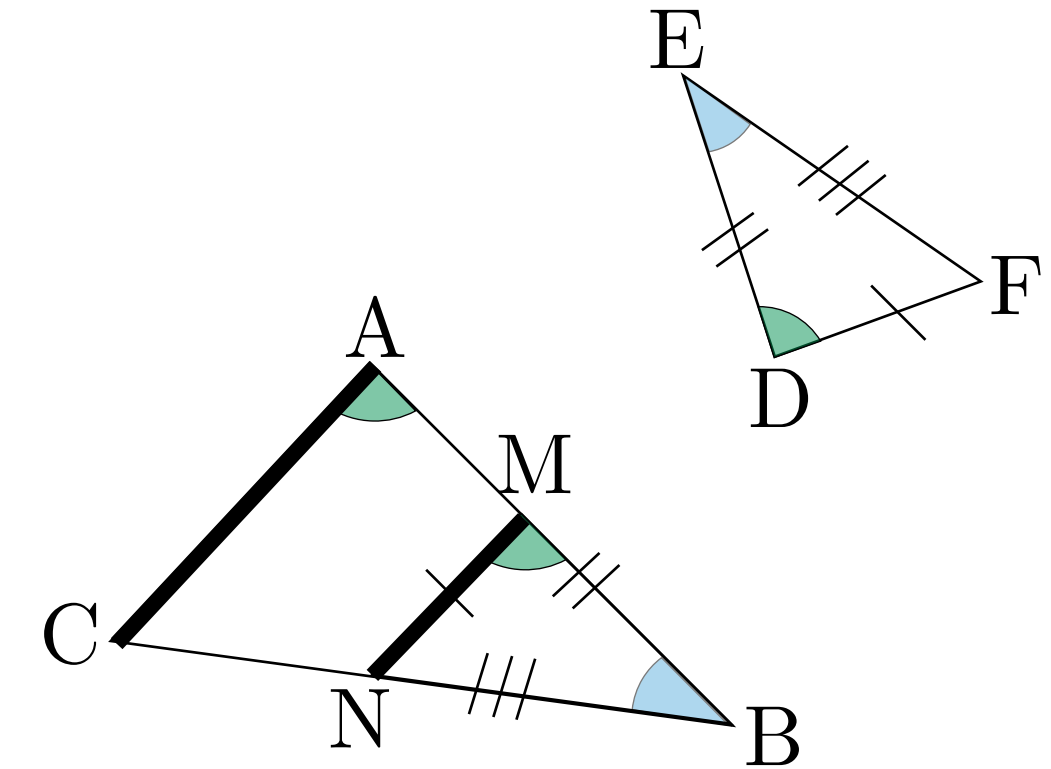
Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

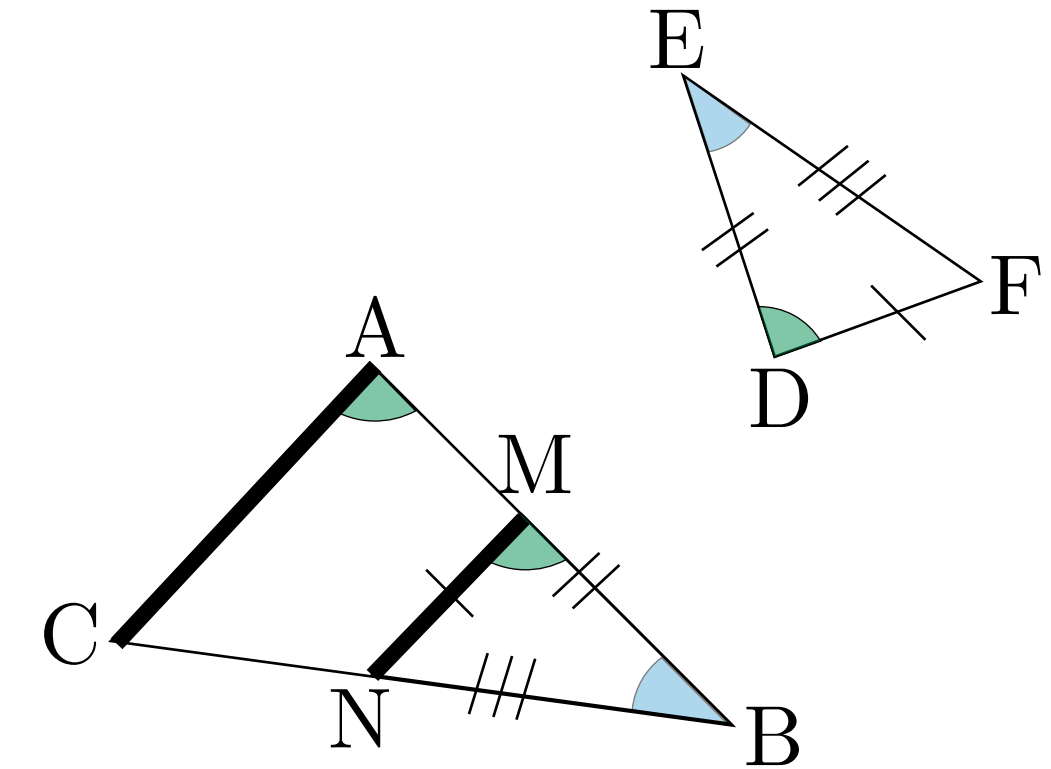
Dans les triangles BMN et BAC , d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{CA}$$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

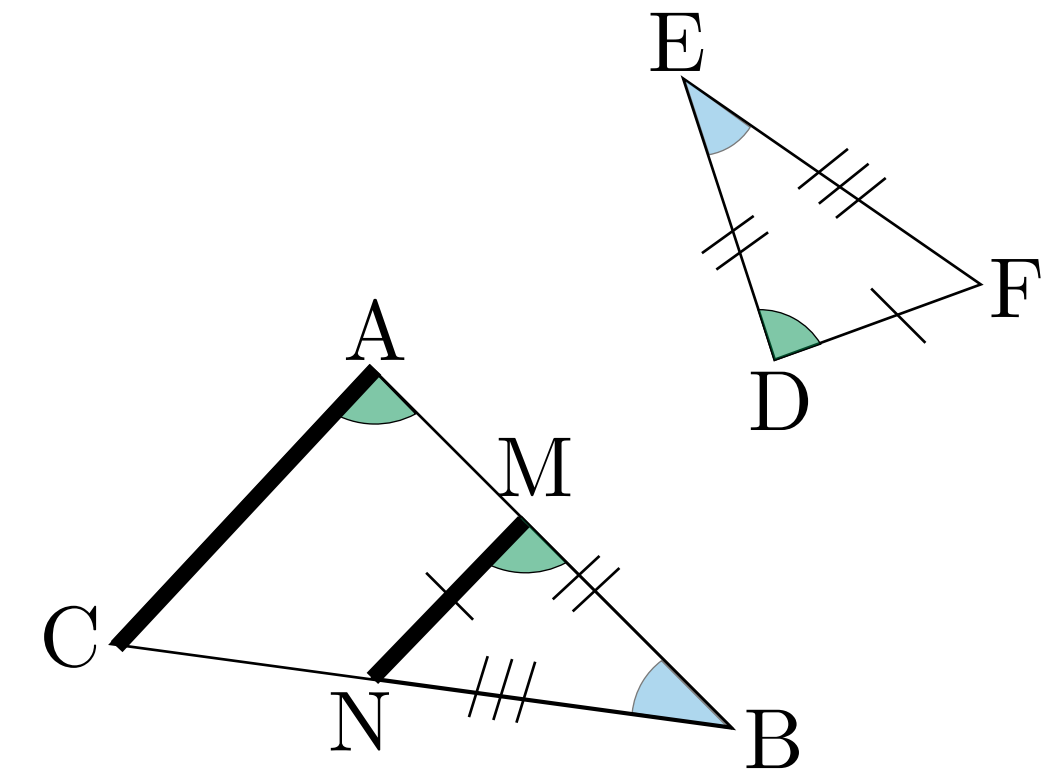
Dans les triangles BMN et BAC, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{CA} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{CA} = \frac{ED}{BA}$$

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Dans les triangles BMN et BAC, d'après le théorème de Thalès, on a :

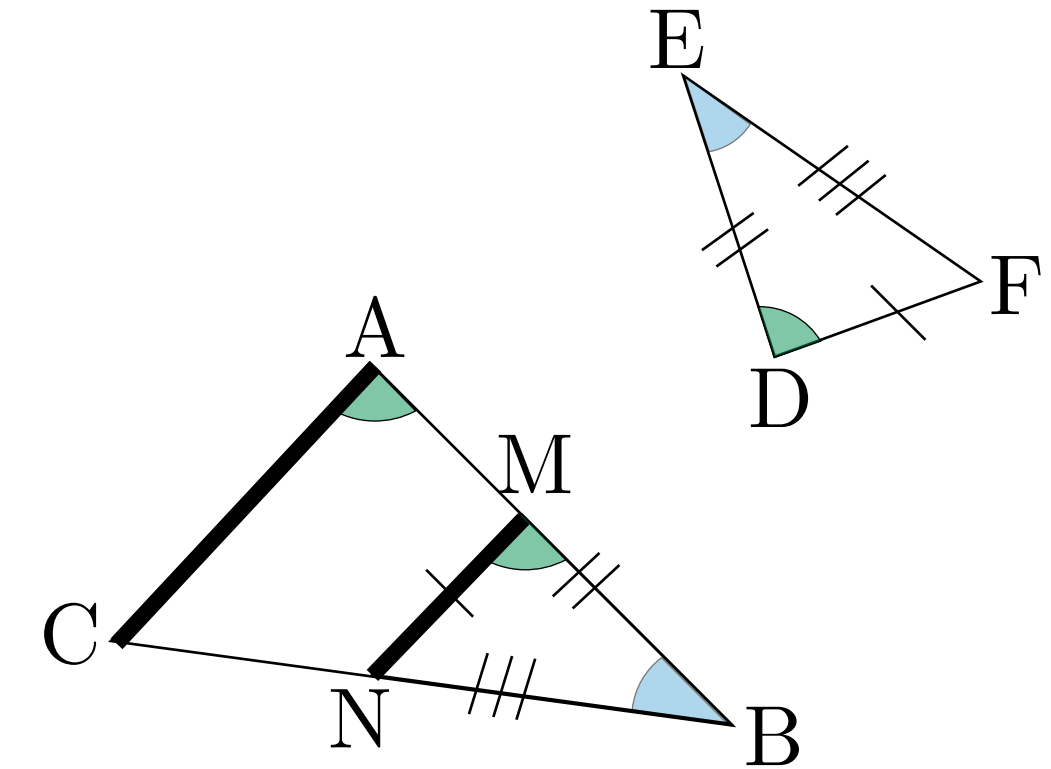
$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{CA} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{CA} = \frac{ED}{BA}$$

Donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Cas de similitude AA :

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un second triangle alors ces triangles sont semblables.



Démonstration :

Comme les angles \widehat{NMB} et \widehat{CAB} sont des angles correspondants égaux, les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Dans les triangles BMN et BAC, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{CA} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{CA} = \frac{ED}{BA}$$

Donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

Difficile à envisager telle quelle avec des élèves (partie très technique au début) ;
Possibilité de la faire en passant sous silence le début

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

*B

*M

*A

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

*B

*M

N*

*A

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

*B

*M

N*

*A

QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

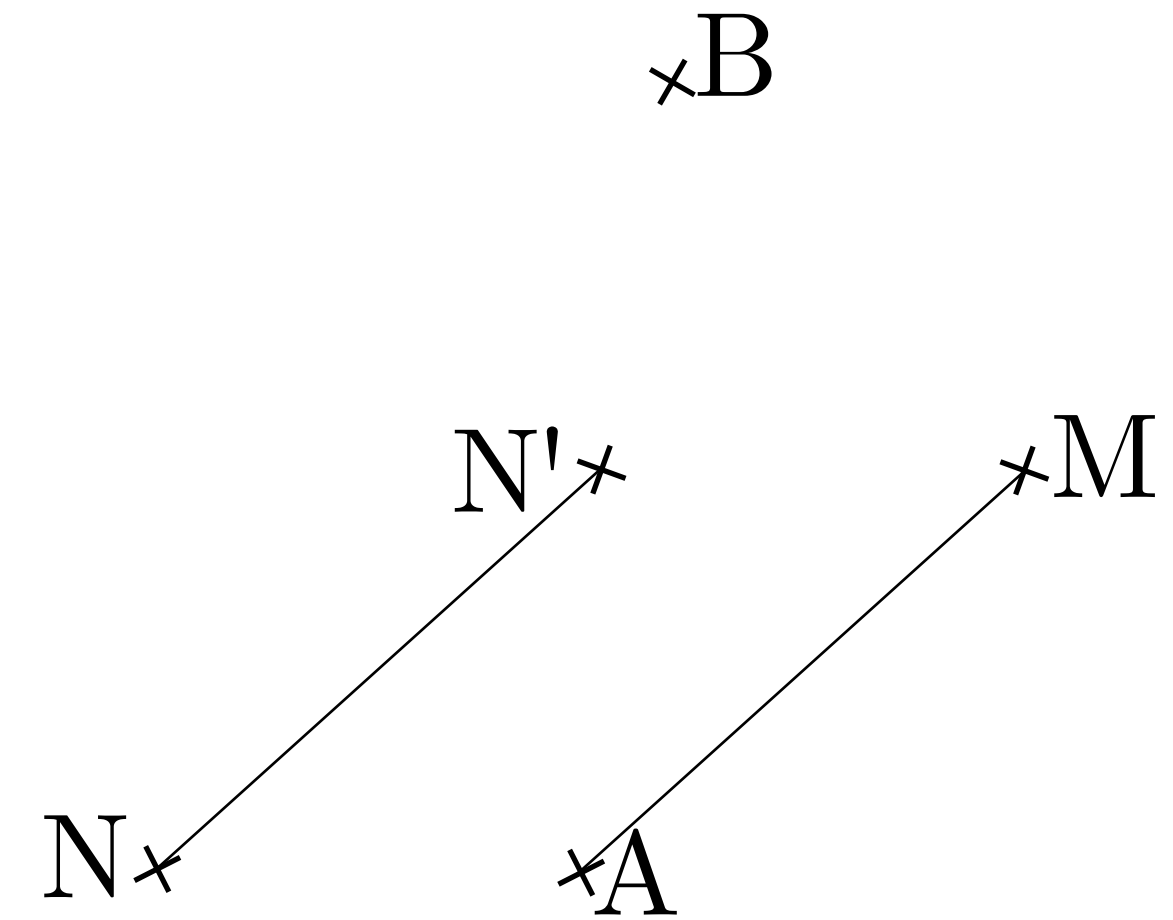
Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

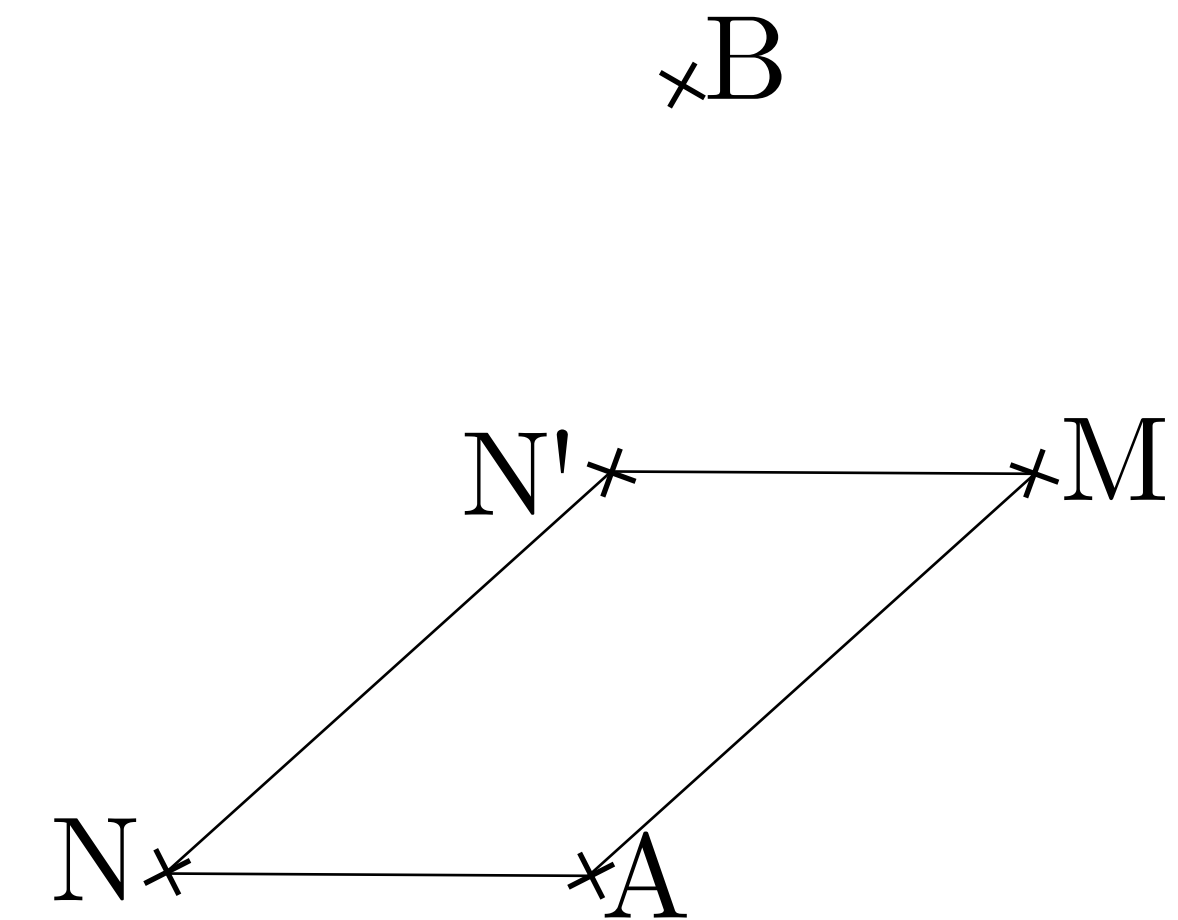
Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

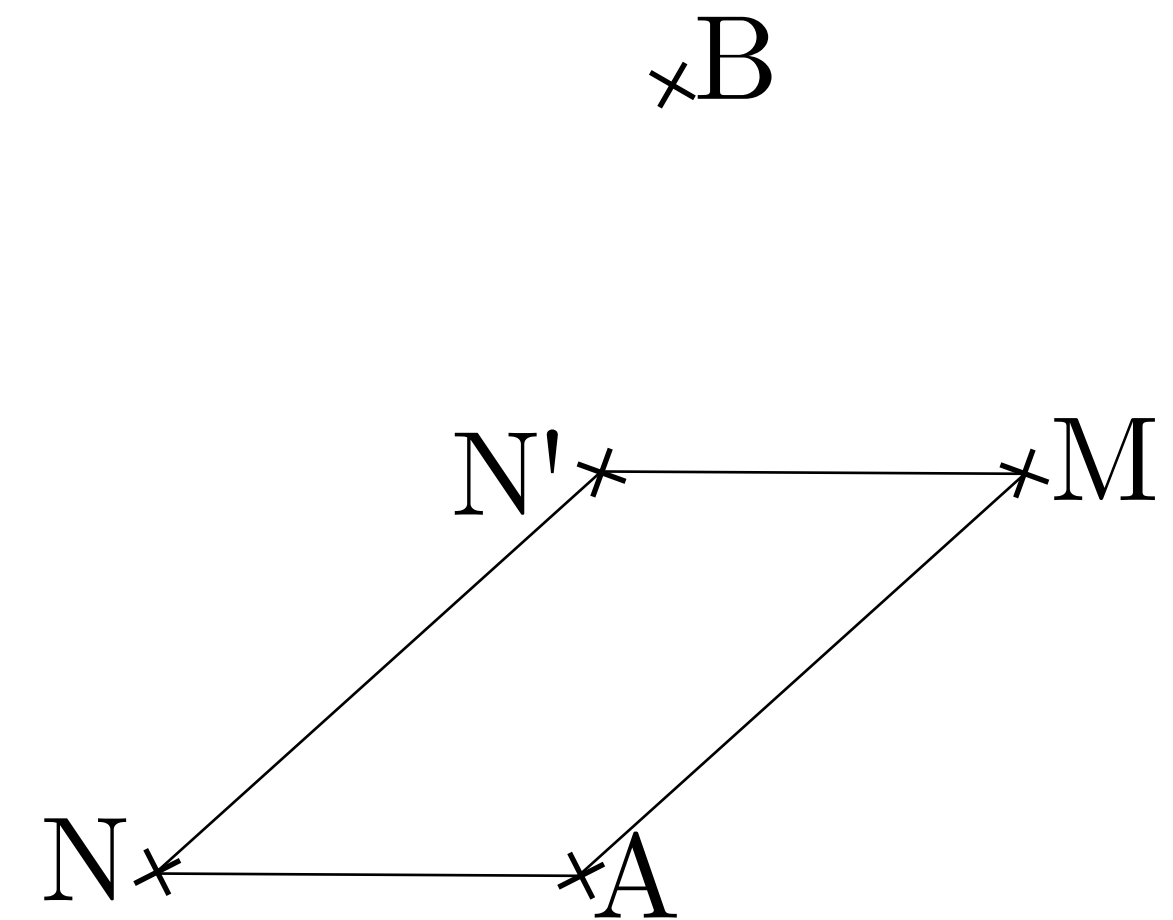
Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

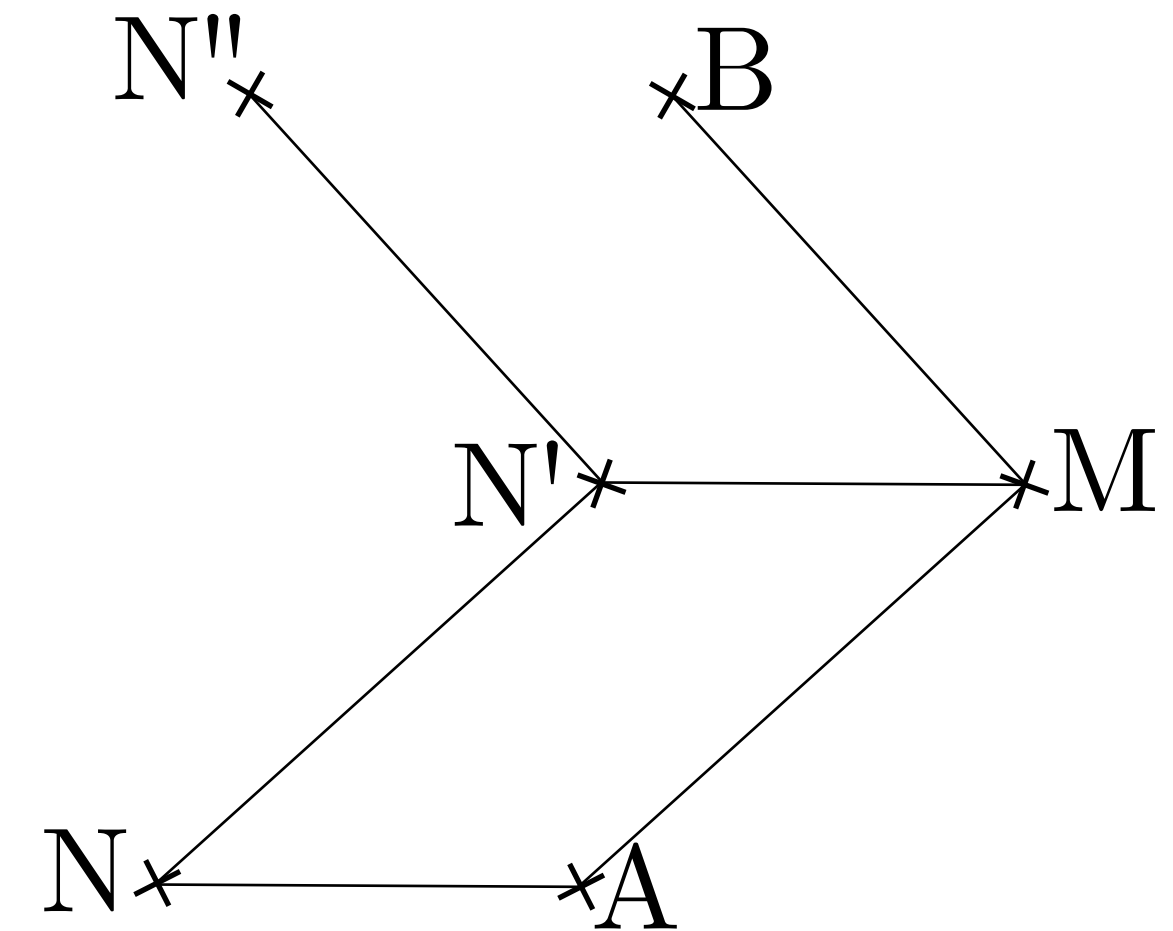
Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

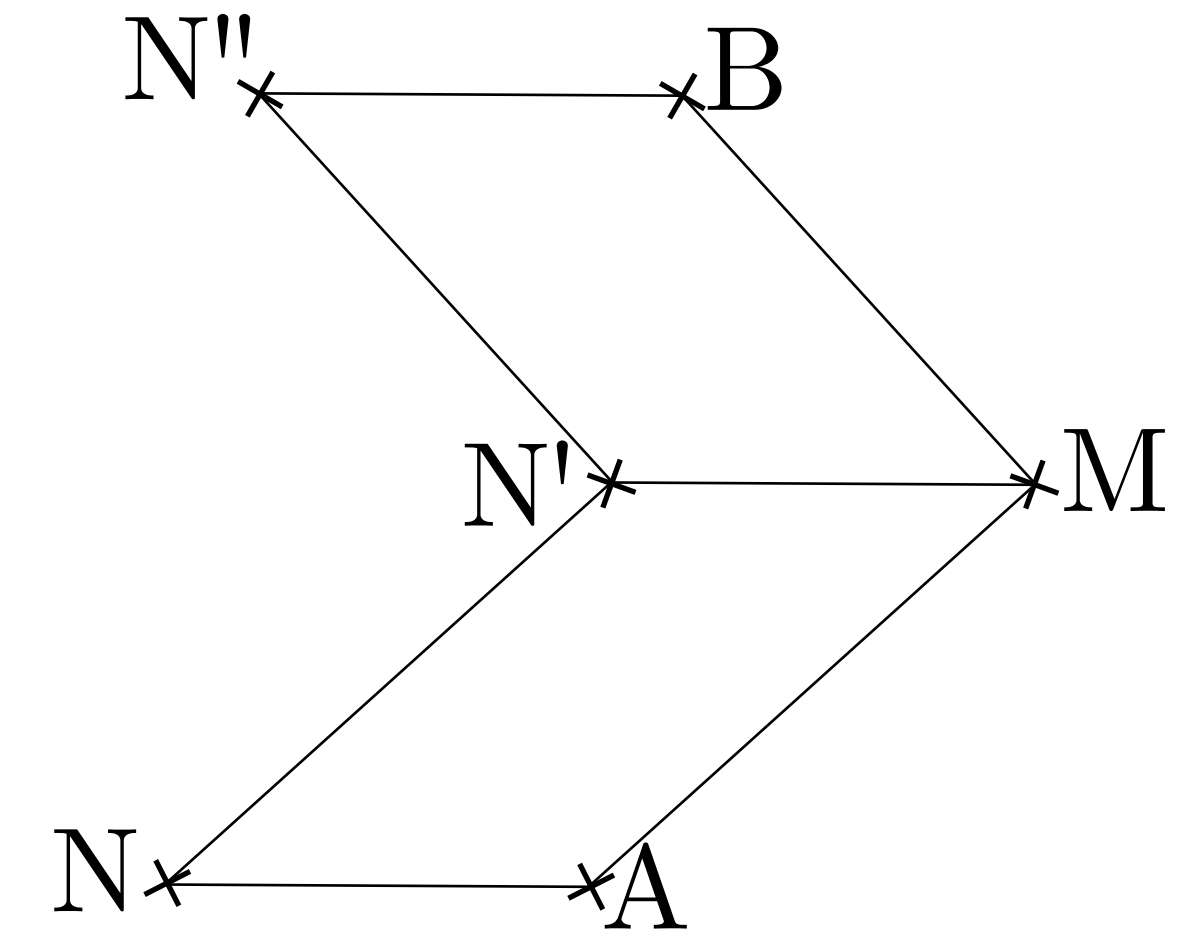
Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

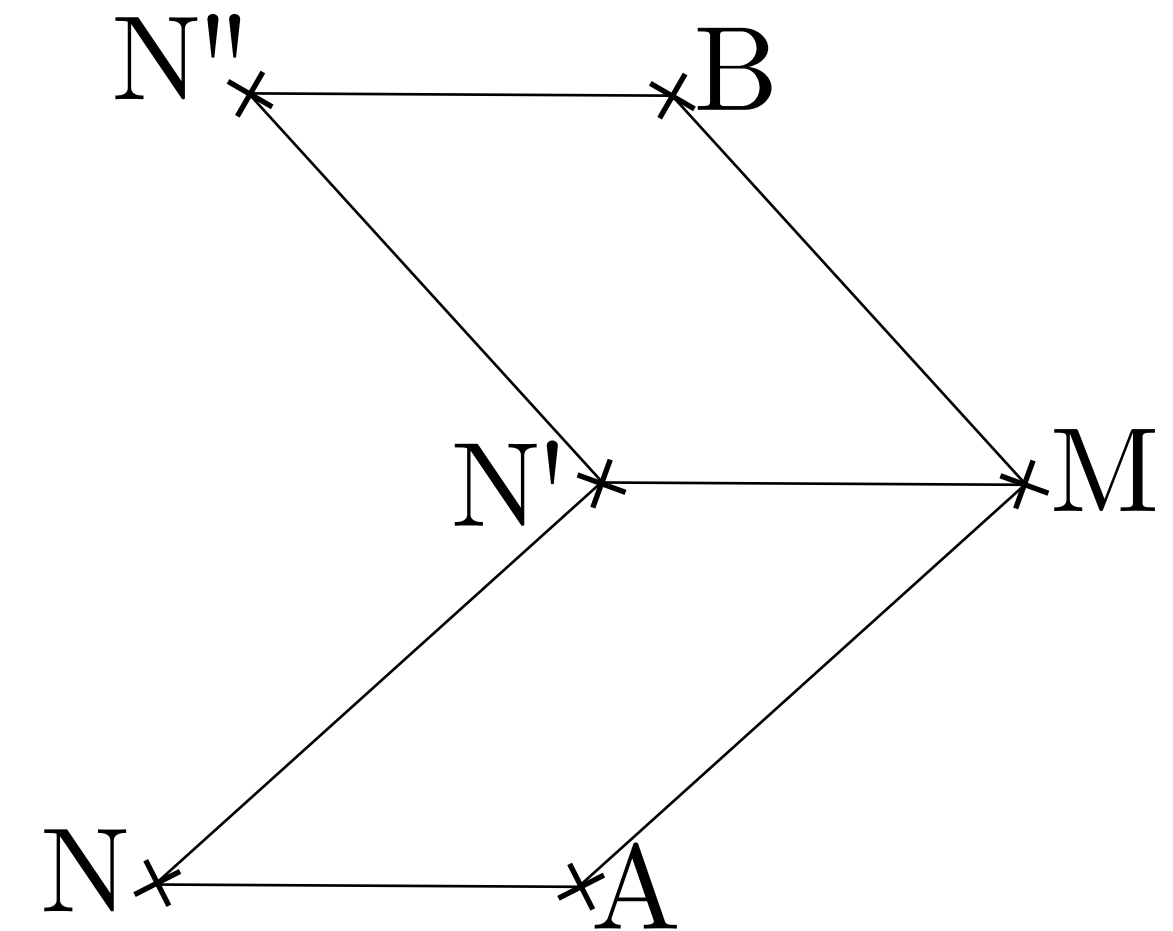
Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

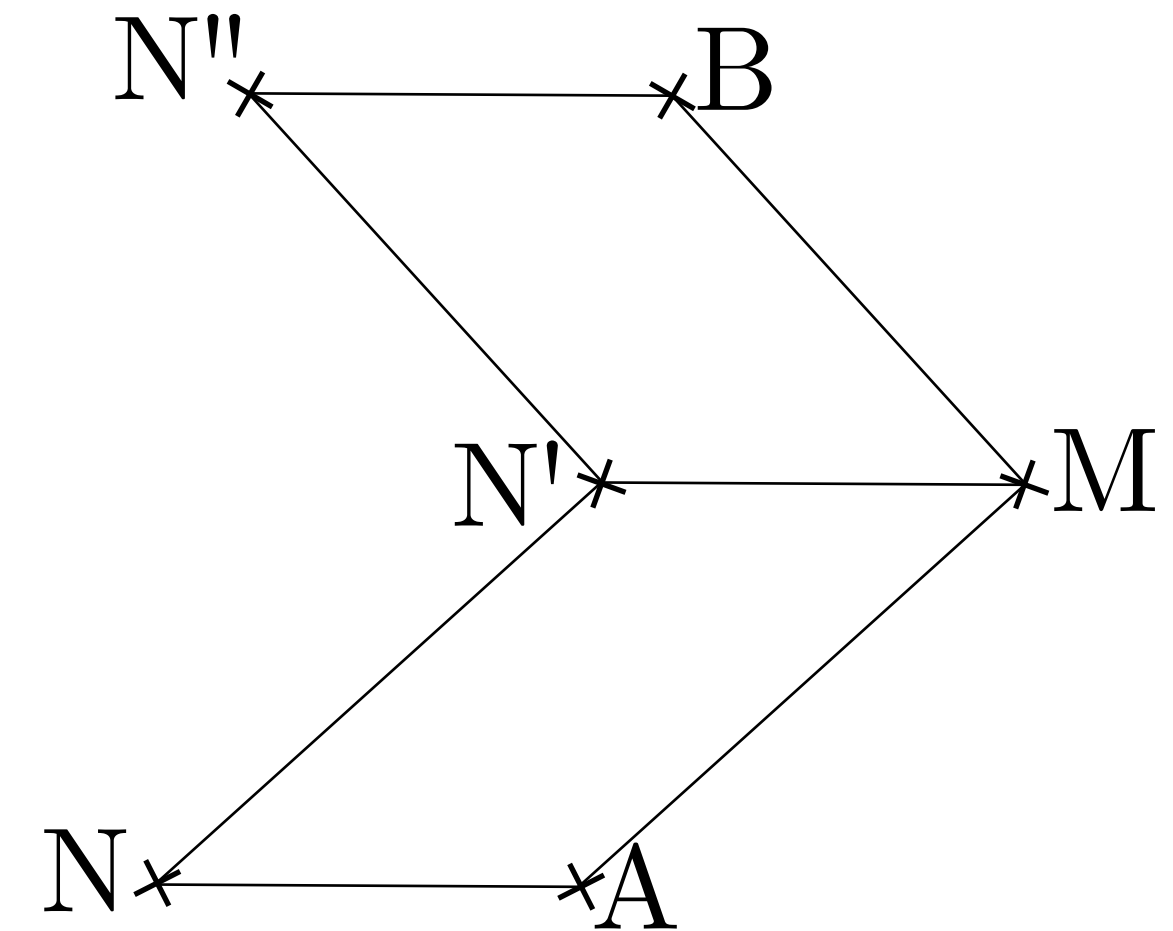
On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$

D'où : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N''B}$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

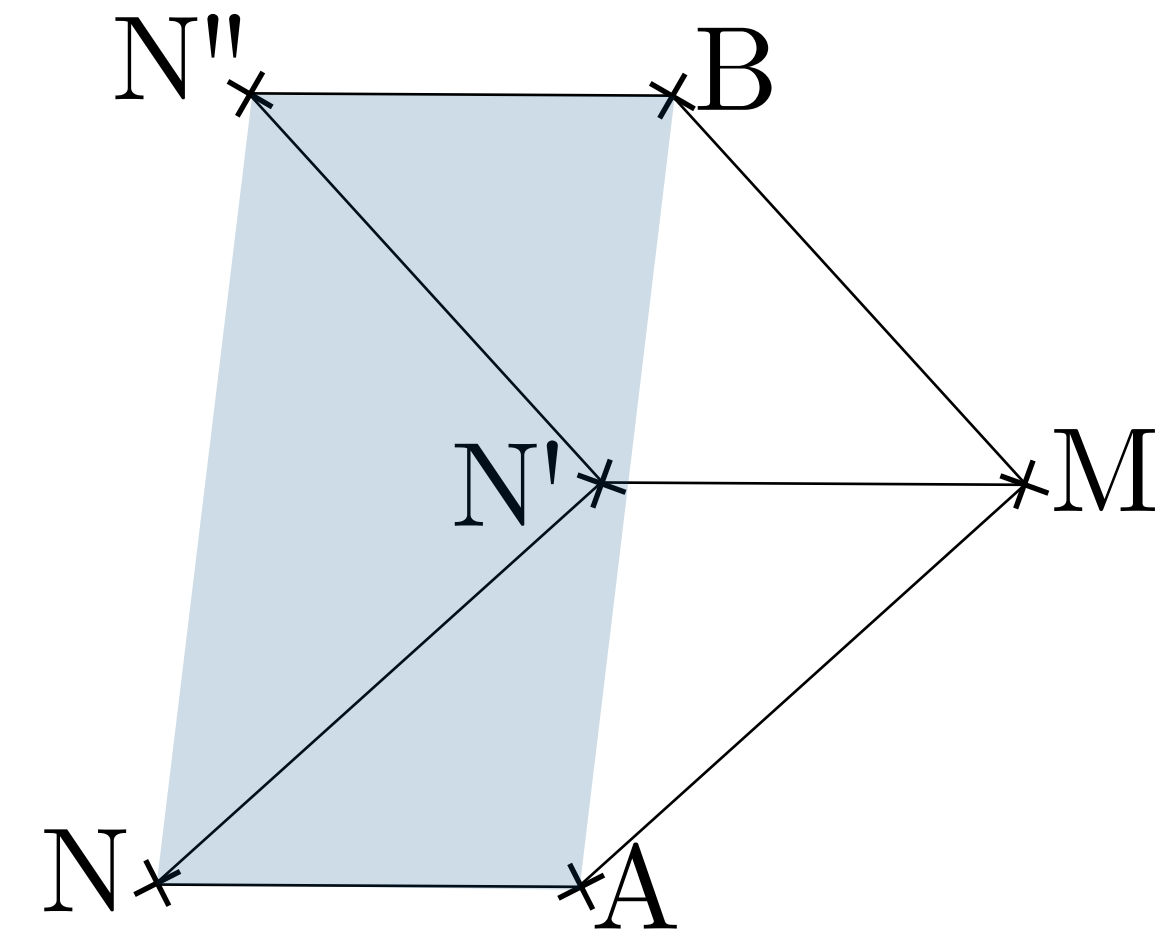
On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$

D'où : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N''B}$ Par conséquent, ABN''N est un parallélogramme.



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

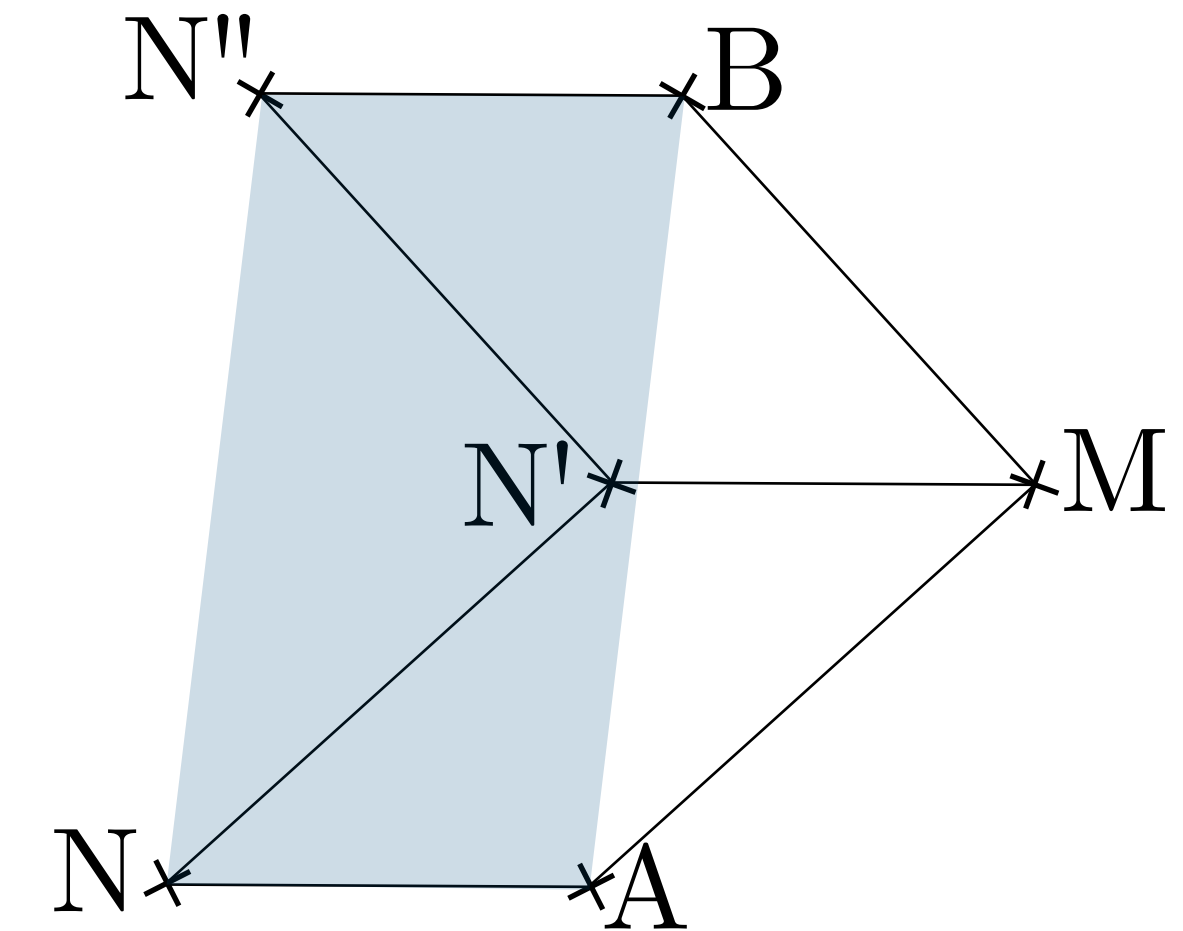
Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$

D'où : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N''B}$ Par conséquent, ABN''N est un parallélogramme.

Autrement dit, N'' est l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

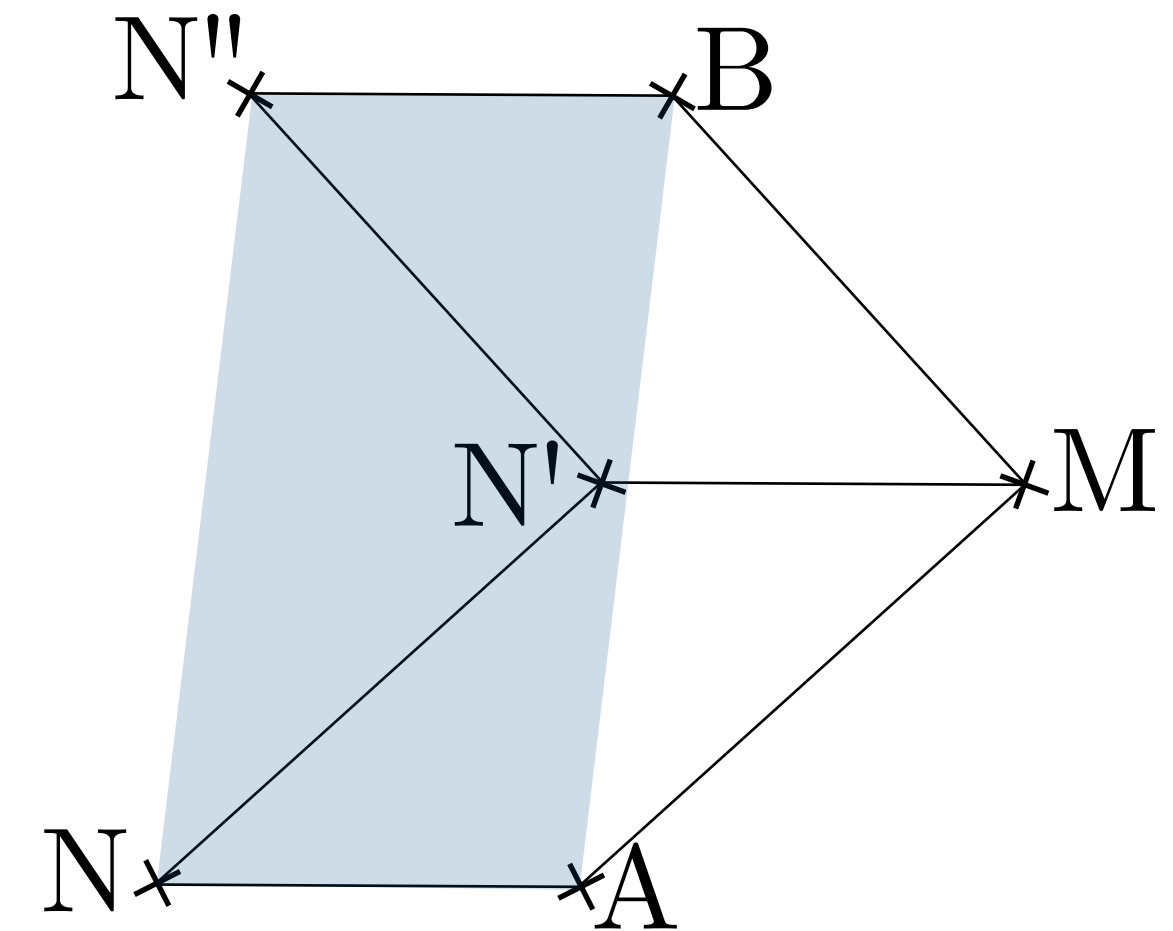
On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$

D'où : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N''B}$ Par conséquent, ABN''N est un parallélogramme.

Autrement dit, N'' est l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}

Par conséquent, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$



QUELLE PLACE POUR LES DÉMONSTRATIONS ?

Relation de Chasles :

Soit A et B deux points plan.

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Démonstration :

Soit N un point du plan.

Le visuel est très parlant ! Est-ce que la démonstration ne va pas créer une perte de compréhension chez les élèves.

On note N' l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AM}

Ainsi AMN'N est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N'M}$

On note N'' l'image du point N' par la translation de vecteur \overrightarrow{MB}

Ainsi N'MBN'' est un parallélogramme. Par conséquent, on a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N''B}$

D'où : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{N''B}$ Par conséquent, ABN''N est un parallélogramme.

Autrement dit, N'' est l'image du point N par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}

Par conséquent, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

