

# Géométrie

[guillaume.didier@inspe-paris.fr](mailto:guillaume.didier@inspe-paris.fr)

# Enseigner par la résolution de problèmes

*« Faire des mathématiques, c'est poser et – si possible – résoudre des problèmes ». (Daniel Perrin)*

« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. C'est précisément ce sens du problème qui donne la marque du véritable esprit scientifique. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. »

(Gaston Bachelard)

*« J'avais ce goût pour les problèmes difficiles, qu'on ne croit pas pouvoir résoudre, qui exigent qu'on s'y reprenne à plusieurs fois et pour lesquels la solution est un véritable aboutissement. Là, il y a un sentiment de bonheur et de satisfaction infinie, en particulier celui d'avoir appris de ses erreurs et d'avoir réussi à rebondir. » (Hugo Duminil-Copin).*

# Enseigner par la résolution de problèmes

éduscol

Informer et accompagner  
les professionnels de l'éducation

D'après le BOEN n° 31 du 30 juillet 2020

Mathématiques

Une place importante doit être accordée à la **résolution de problèmes**.

Mais pour être en capacité de résoudre des problèmes, il faut à la fois prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer en procédant par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes, en identifiant une configuration géométrique [...].

Ceci suppose de **disposer d'automatismes** (corpus de connaissances et de procédures automatisées immédiatement disponibles en mémoire).

## Ressources d'accompagnement des anciens programmes

*À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.*

# Enseigner par la résolution de problèmes

éduscol

Informer et accompagner  
les professionnels de l'éducation

*D'après le BOEN n° 31 du 30 juillet 2020*

**Mathématiques**

Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la manipulation, puis celle de la verbalisation (mise en mots) ou de la représentation (mise en images).

## Ressources d'accompagnement des anciens programmes

- Pour construire un savoir solide, acquérir un comportement scientifique et ne pas avoir un ressenti dogmatique de l'enseignement qui lui est proposé, l'élève doit être confronté le plus souvent possible à des situations dans lesquelles il aura à faire preuve d'initiative. C'est évidemment le cas dans le cadre de la géométrie. Les problèmes rencontrés doivent être de vrais problèmes, contenir un enjeu mais rester accessibles aux élèves pour répondre aux objectifs définis ci-dessus. Le travail d'investigation (observation, manipulation, conjectures, débat, recherche d'explication ou de preuve) va permettre à l'élève de mettre en œuvre et de développer (c'est à dire apprendre à structurer) des capacités heuristiques personnelles qu'il pourra réutiliser dans des résolutions d'autres problèmes en autonomie.

# Enseigner par la résolution de problèmes

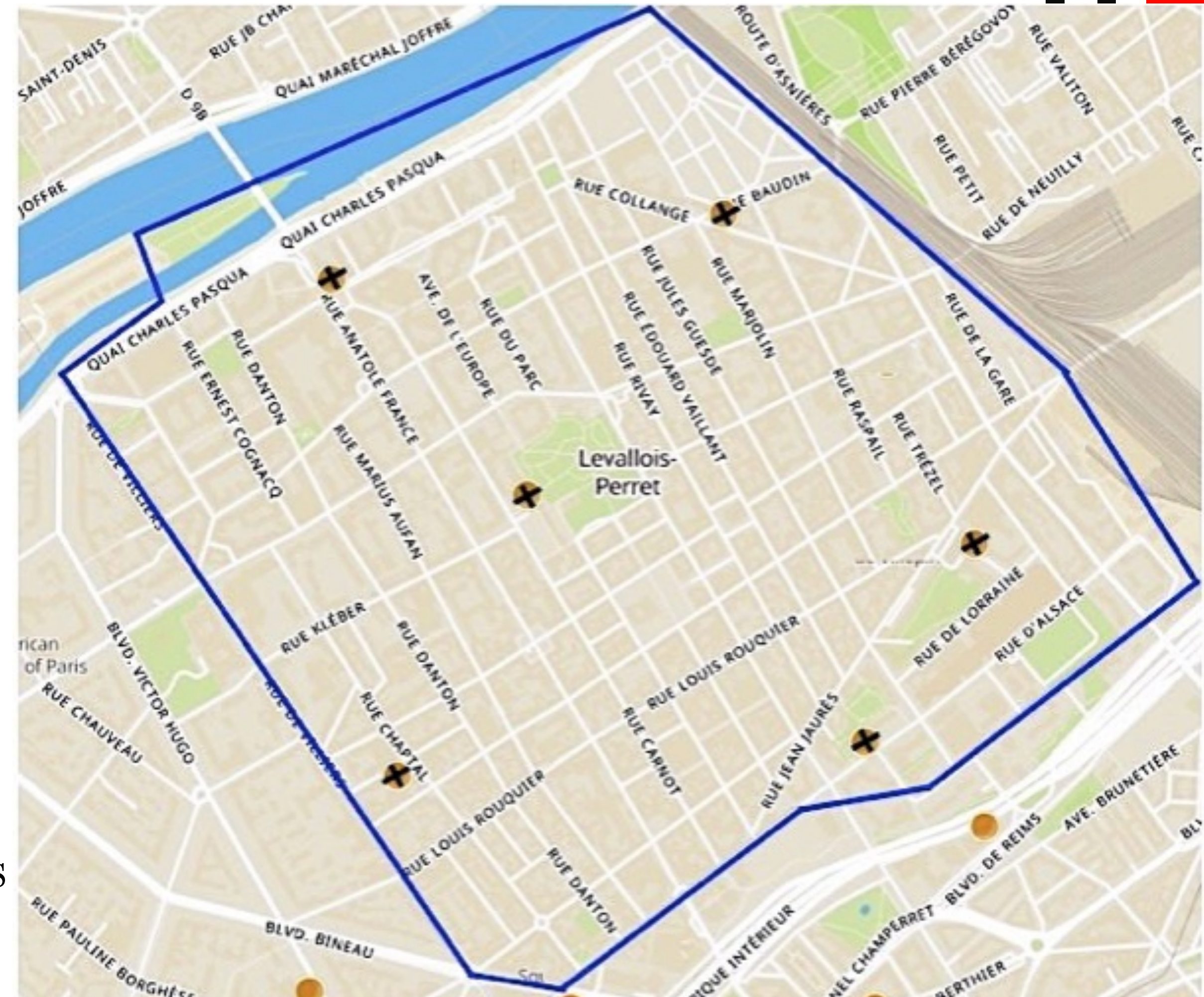
## Consigne 1 :

Voici un plan de la ville de Levallois-Perret où les croix représentent les 6 antennes-relais d'un opérateur de téléphonie.

## Contraintes à respecter :

L'opérateur a découpé la ville en 6 zones selon les deux contraintes suivantes :

- Afin d'éviter des interférences lors de communications, chaque zone contient une seule antenne-relais.
- Une zone est constituée de l'ensemble des points les plus proches de l'antenne-relais de cette zone que des antennes-relais se trouvant en dehors de cette zone.



Construire les 6 zones de Levallois-Perret utilisées par cet opérateur de téléphonie.

# Enseigner par la résolution de problèmes

S'assurer que la consigne est comprise par tous les élèves avant de les mettre en position de chercheur :

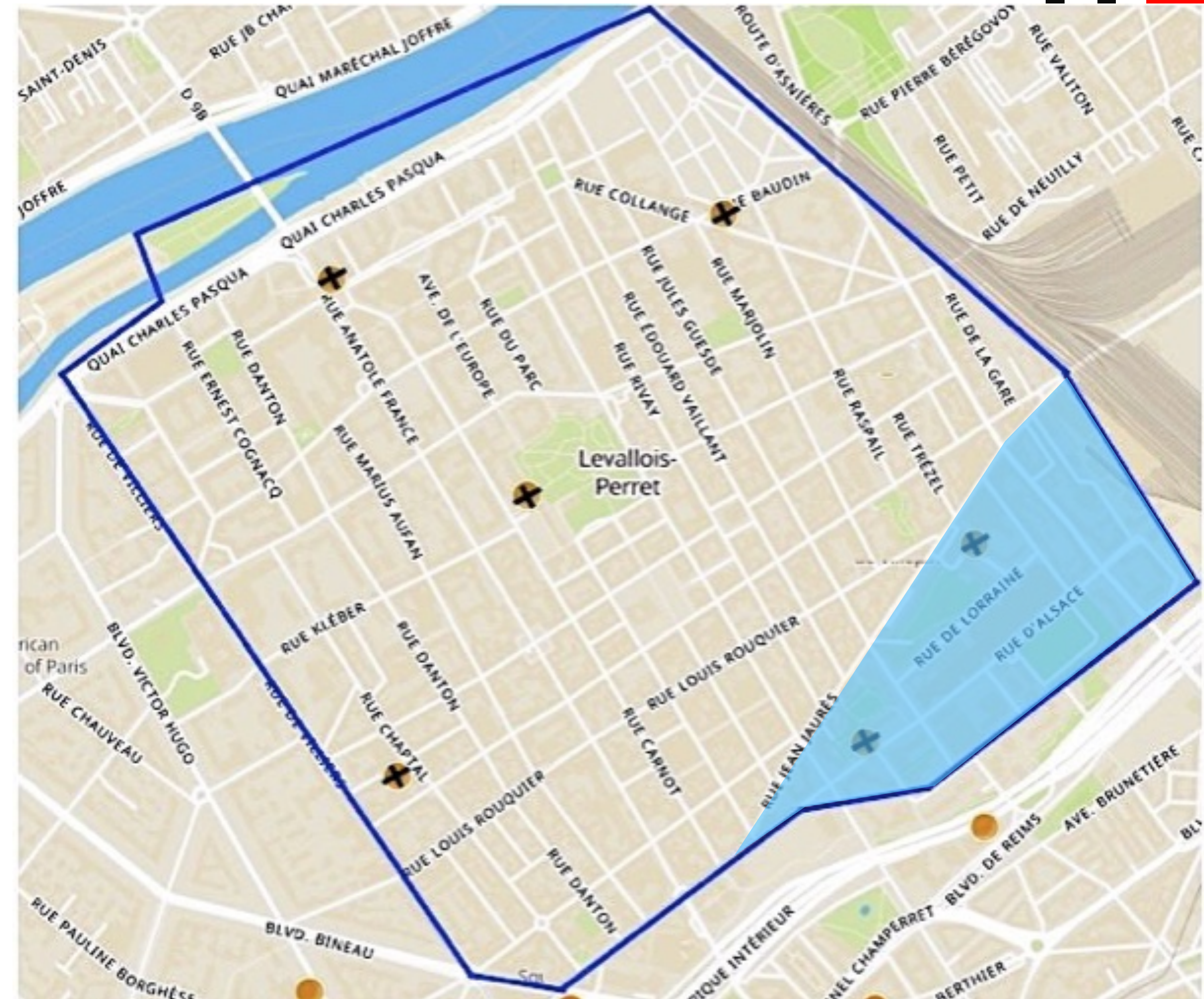
Exemple de mise en œuvre :

Poser une question, demander aux élèves d'y répondre individuellement, récolter l'ensemble des réponses puis faire débattre les élèves sur les réponses erronées.

Exemple de question :

Un élève a dessiné puis colorié en bleu une des six zones.

Cette zone peut-elle être correcte ?



# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.

A<sup>x</sup>

×B

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.

Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

A×

×B

# Enseigner par la résolution de problèmes

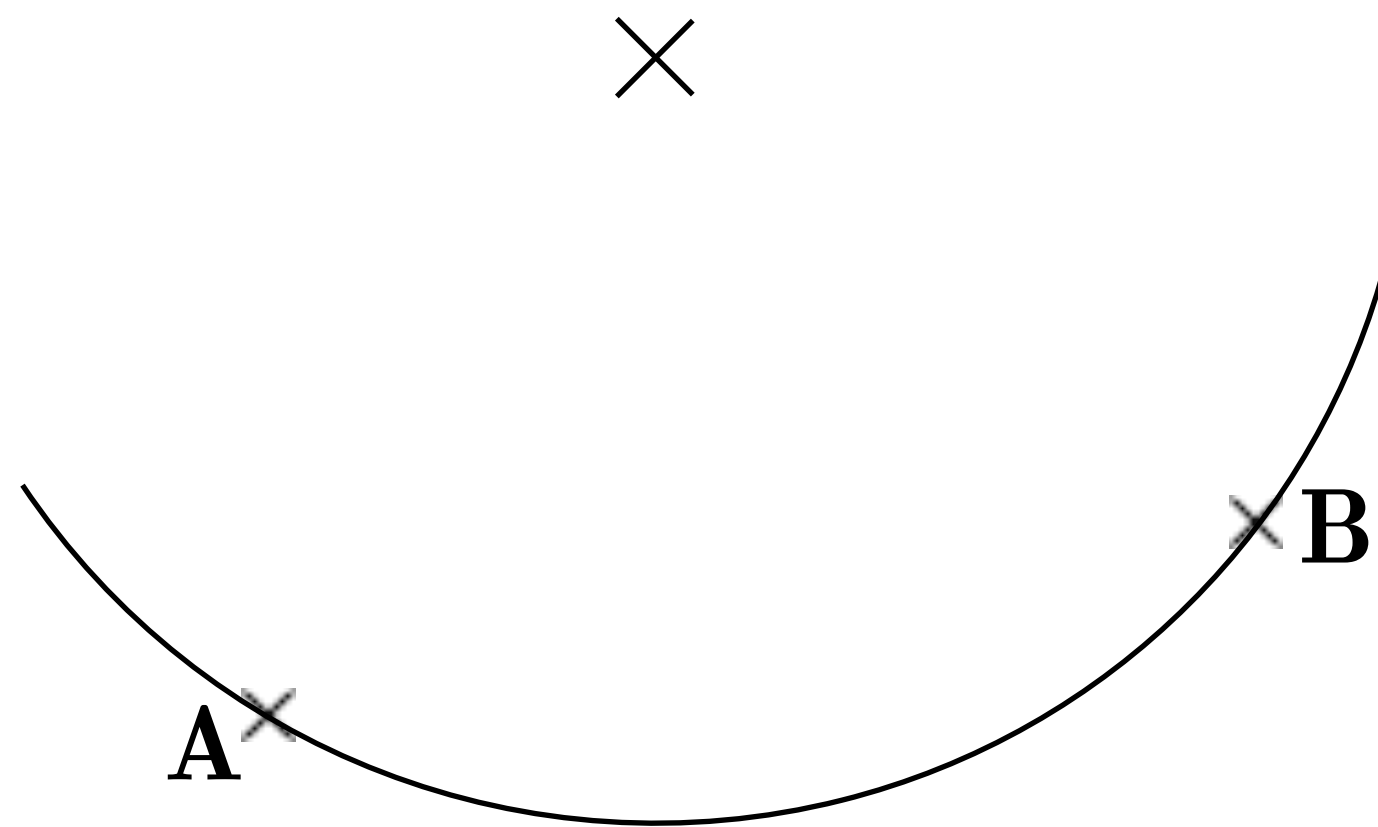
Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.

Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

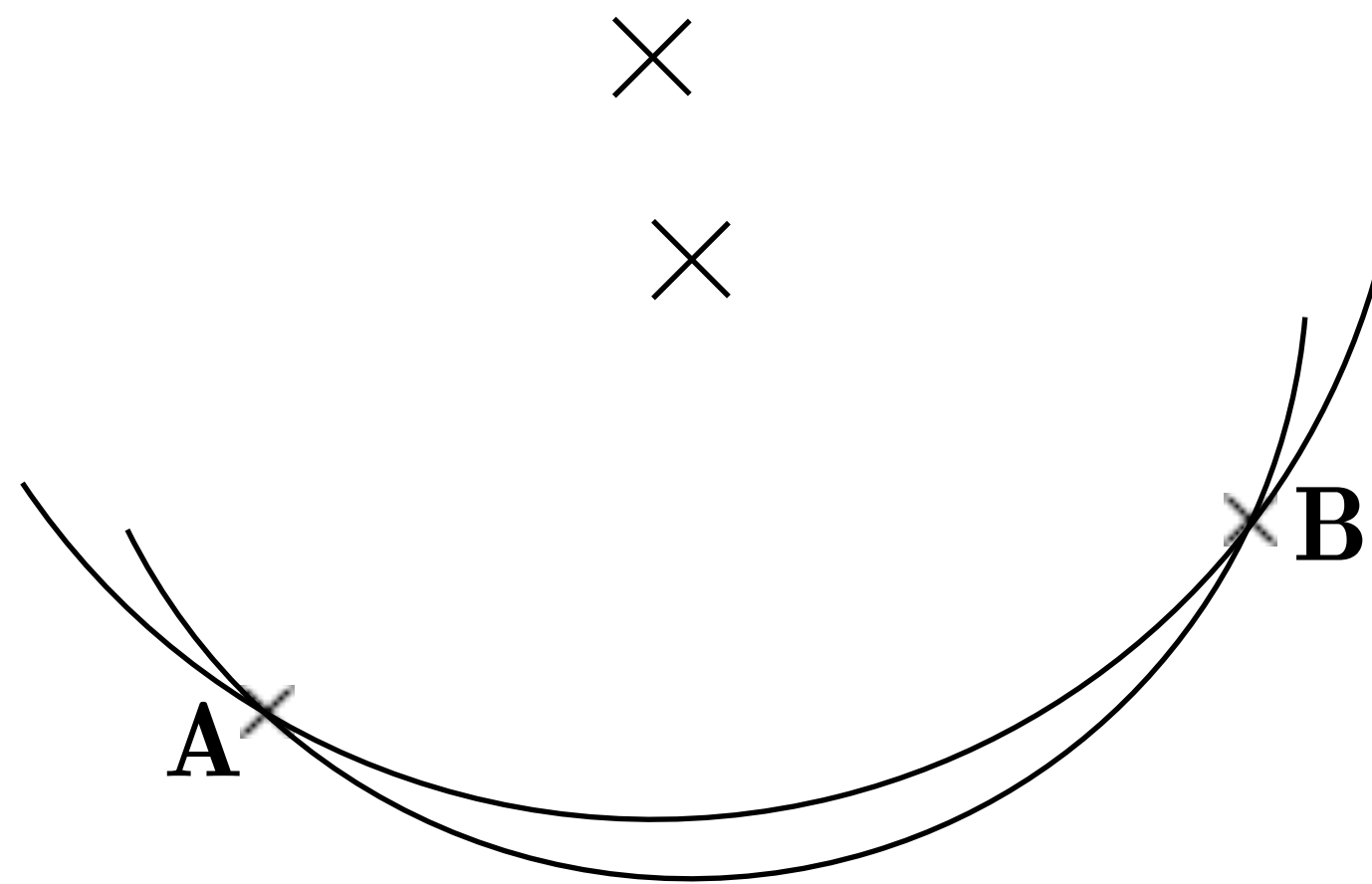


# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

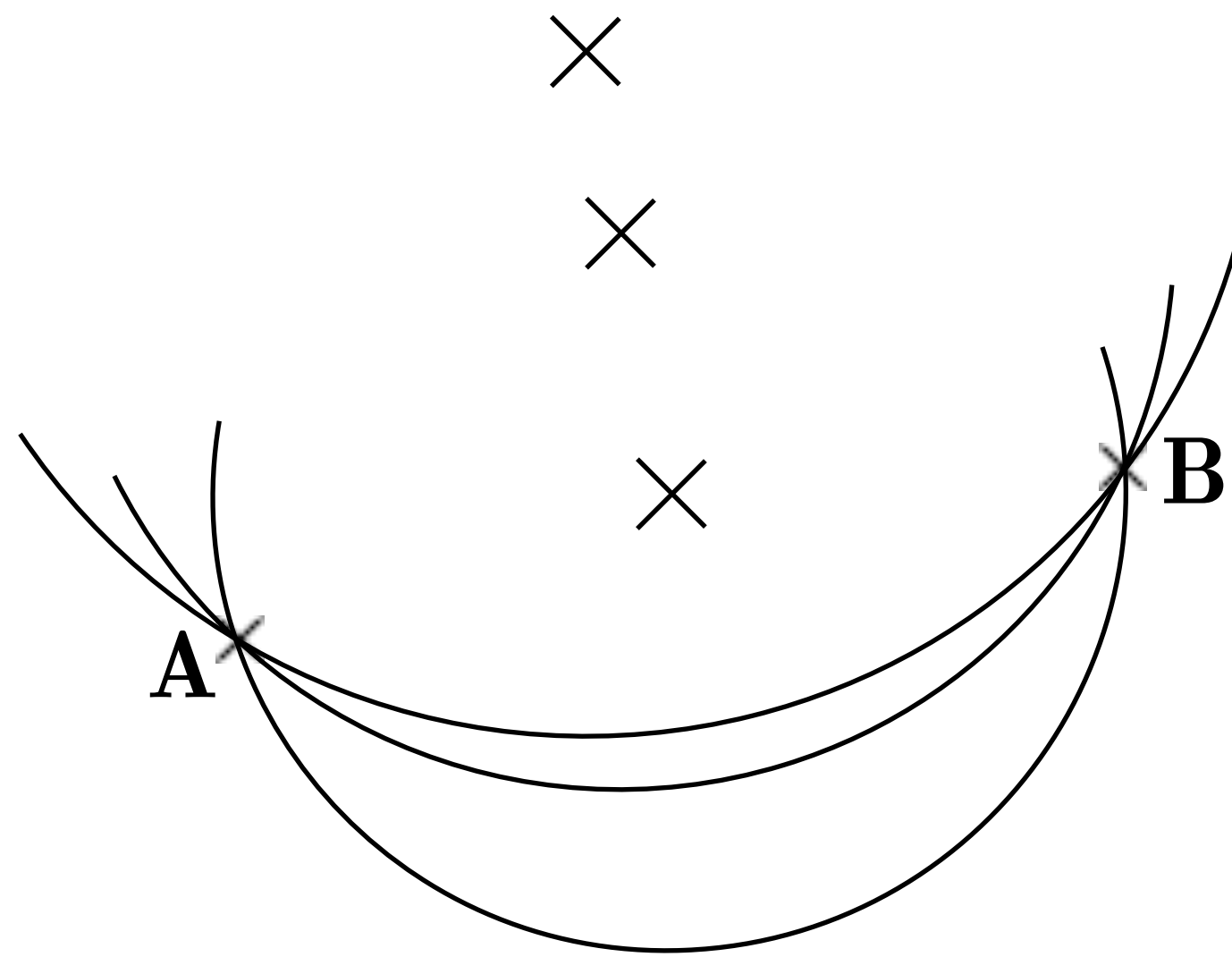
- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

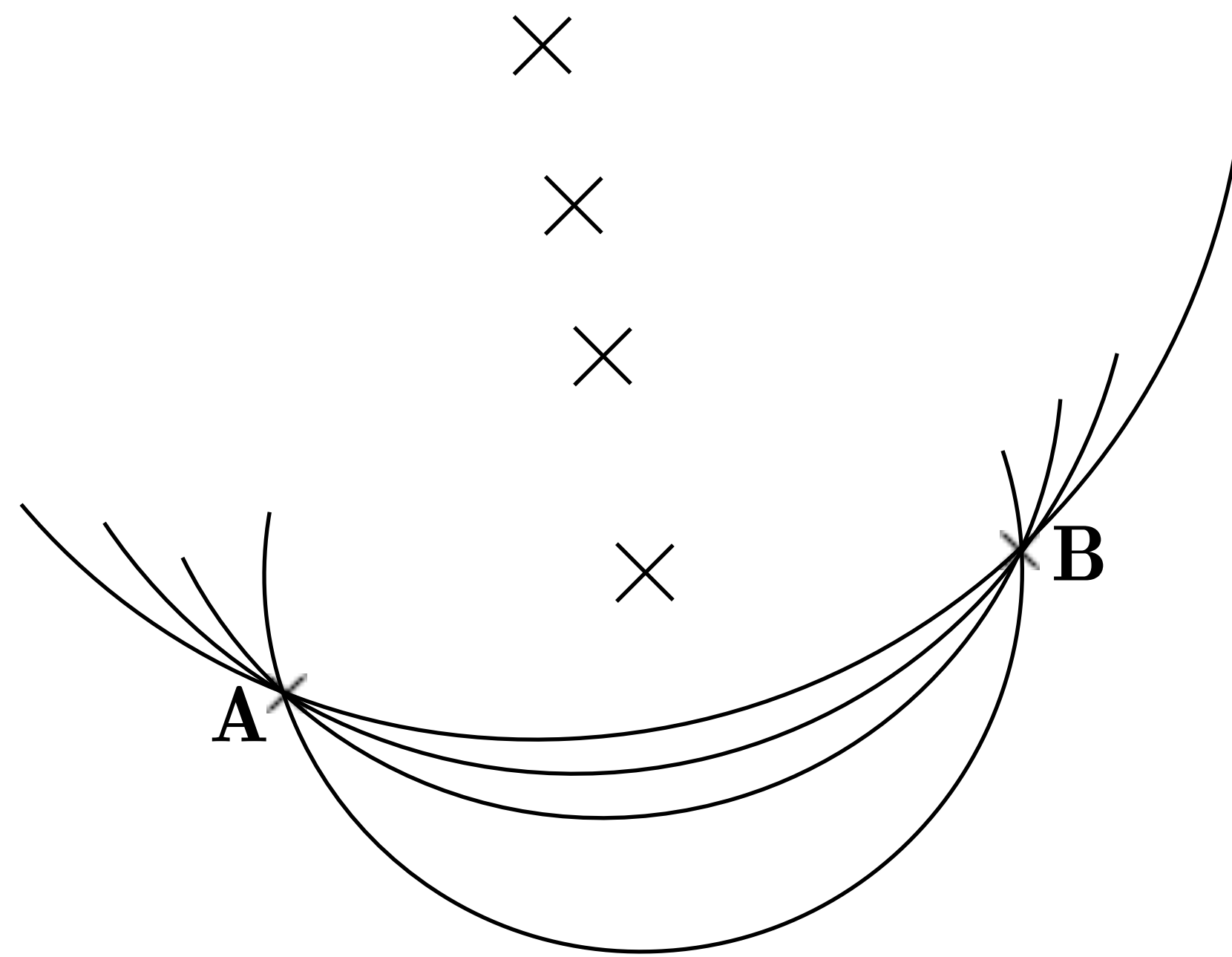
- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

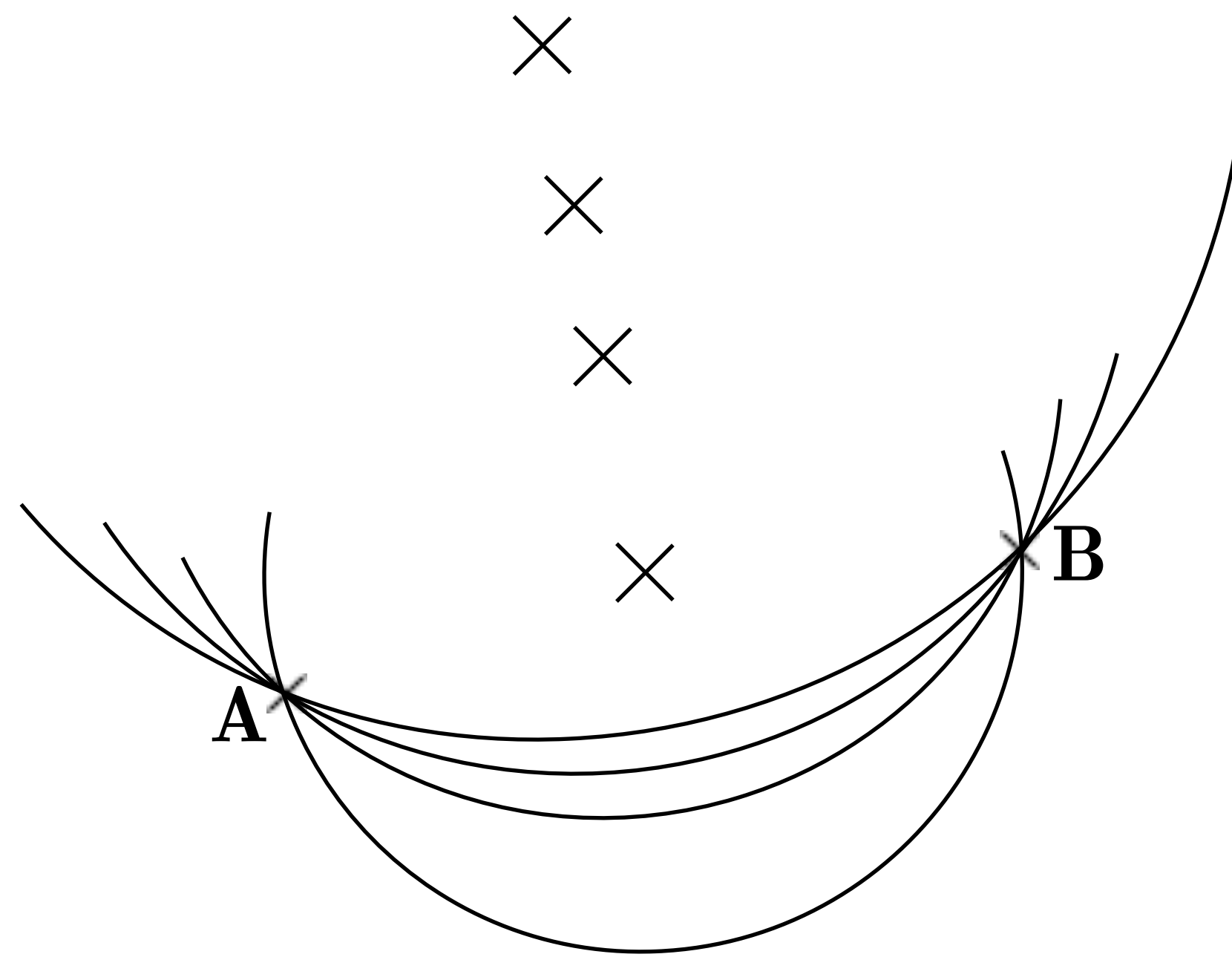
- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

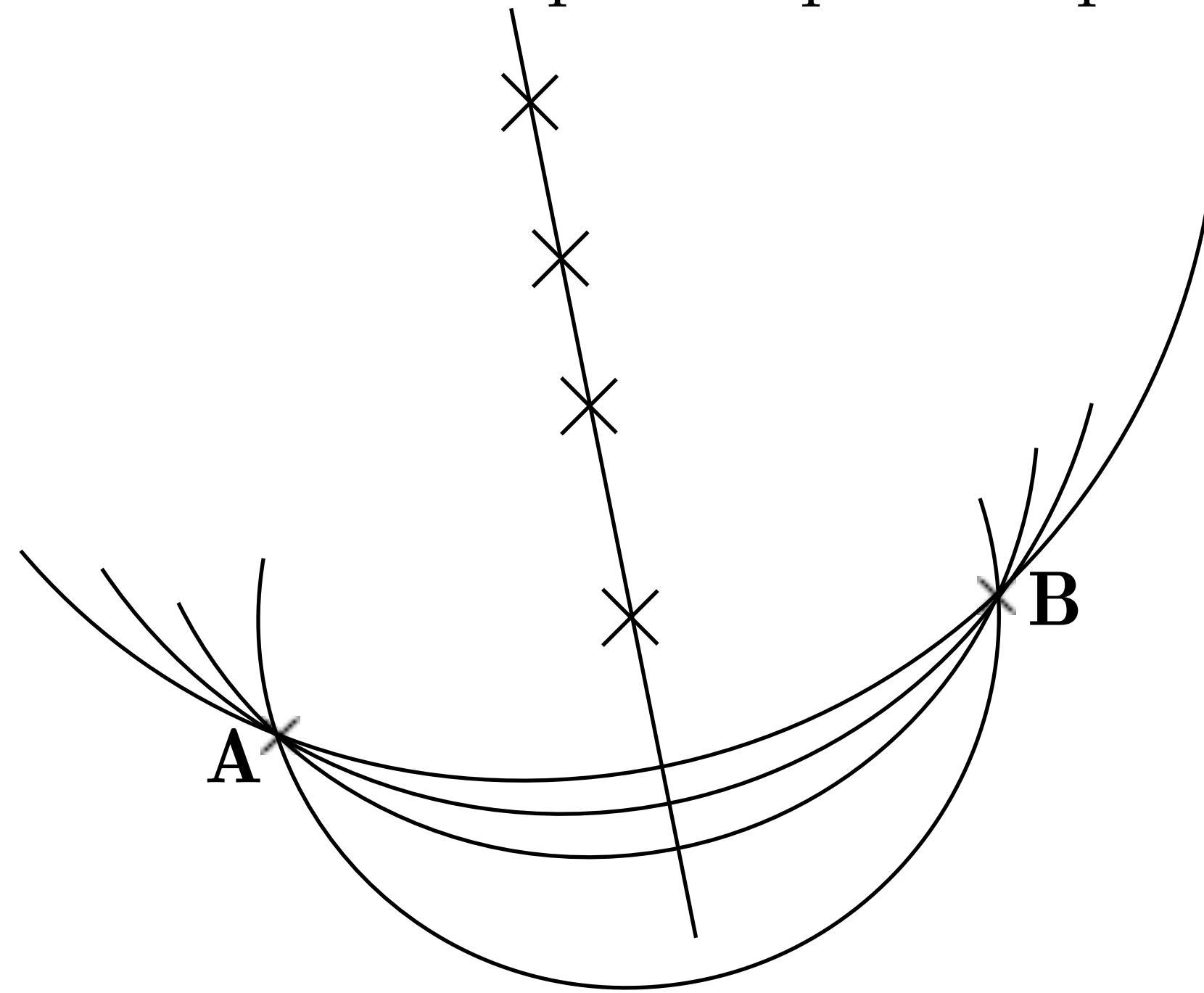
Faire débattre les élèves sur les positions des points trouvés pour trouver des régularités :

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

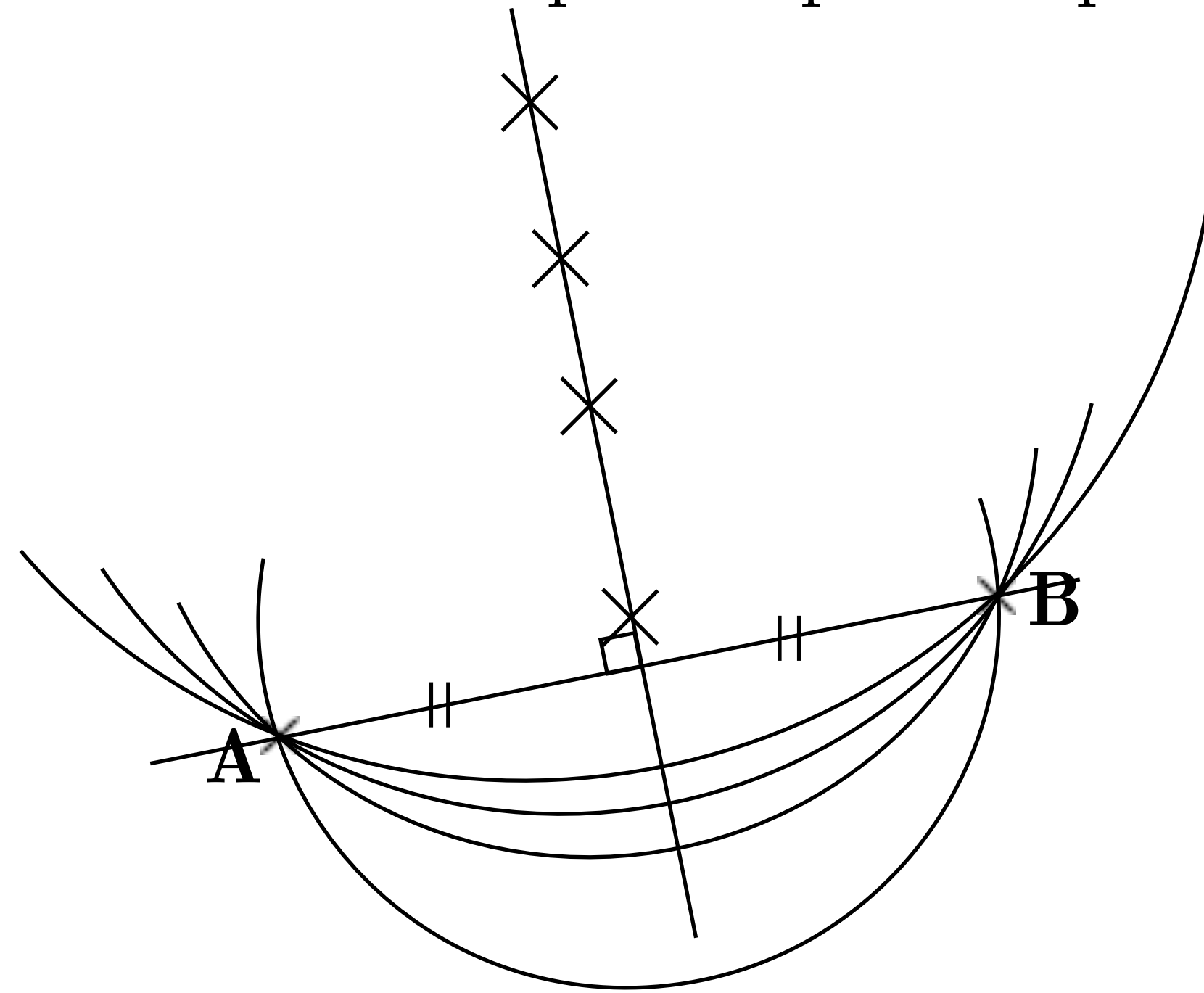
Faire débattre les élèves sur les positions des points trouvés pour trouver des régularités :

# Enseigner par la résolution de problèmes

Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

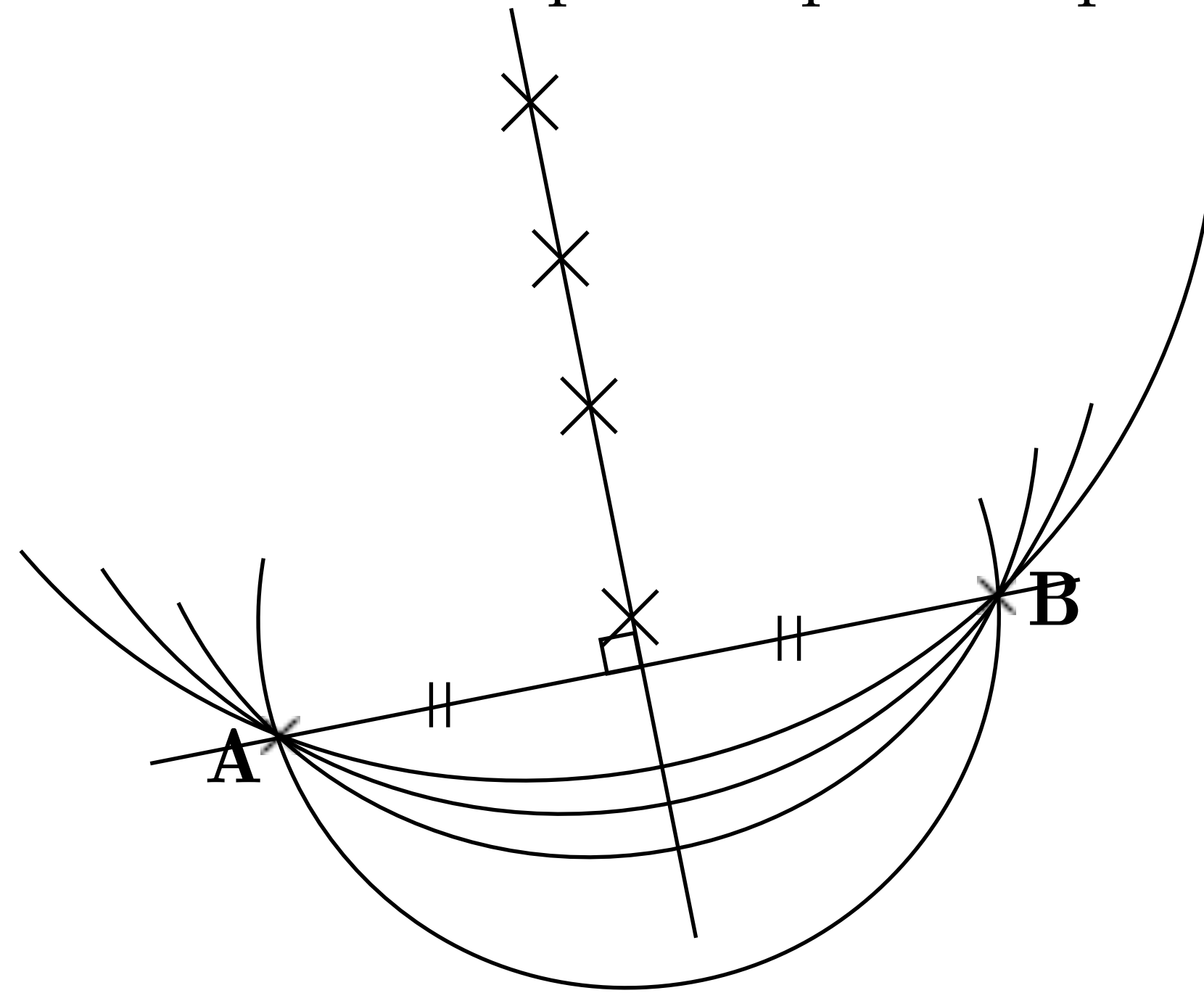
Faire débattre les élèves sur les positions des points trouvés pour trouver des régularités :

# Enseigner par la résolution de problèmes

## Simplifions le problème en le décomposant en sous-problèmes :

Soit A et B deux antennes.

Trouver tous les points qui sont plus près de l'antenne A que de l'antenne B.



## Méthode possible de résolution :

- Par essais/ajustements avec son compas
- Sur GeoGebra

## Faire débattre les élèves sur les positions des points trouvés pour trouver des régularités :

- Alignement sur une droite perpendiculaire au segment  $[AB]$  passant par le milieu du segment  $[AB]$

# Enseigner par la résolution de problèmes

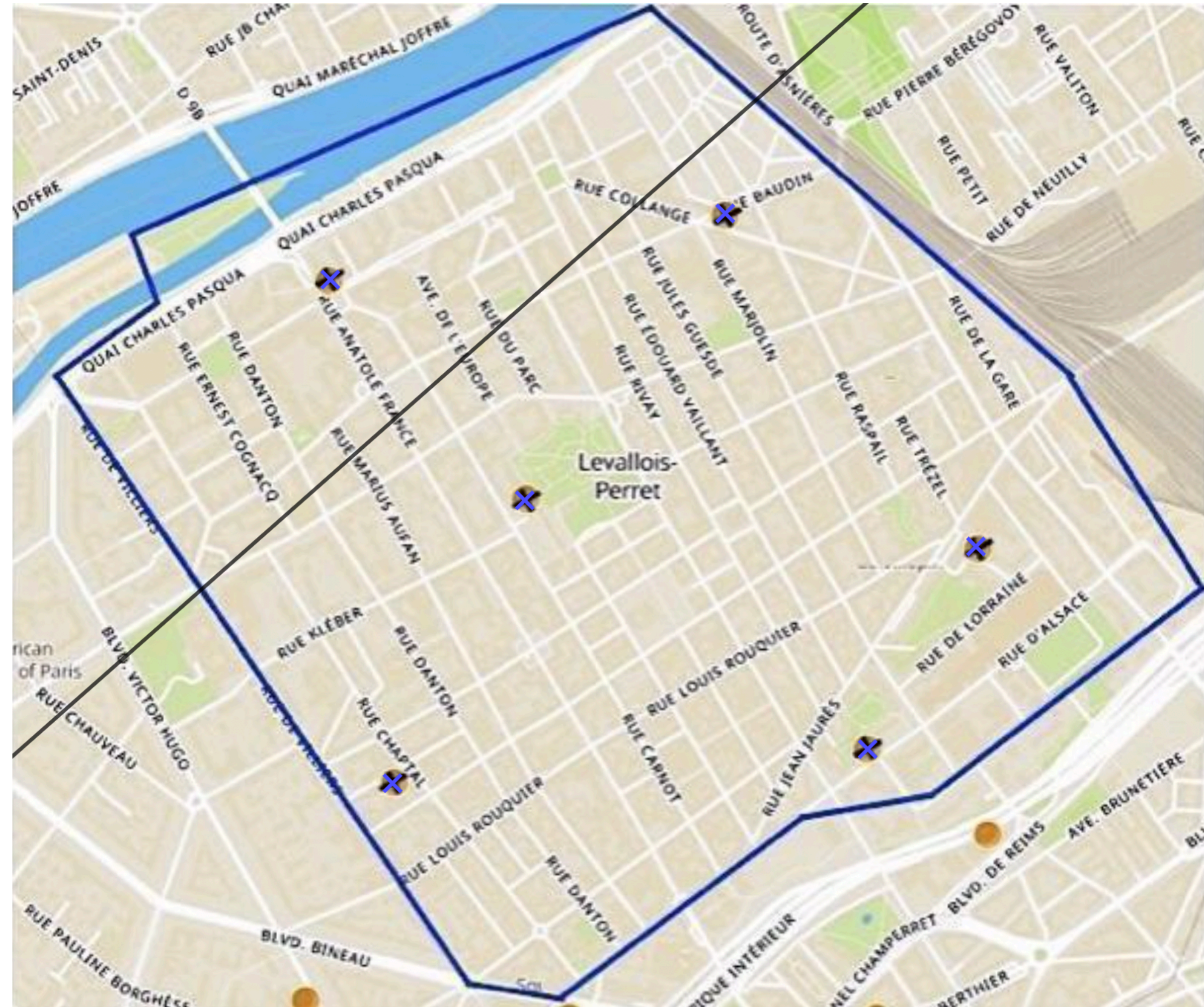
## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.

# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

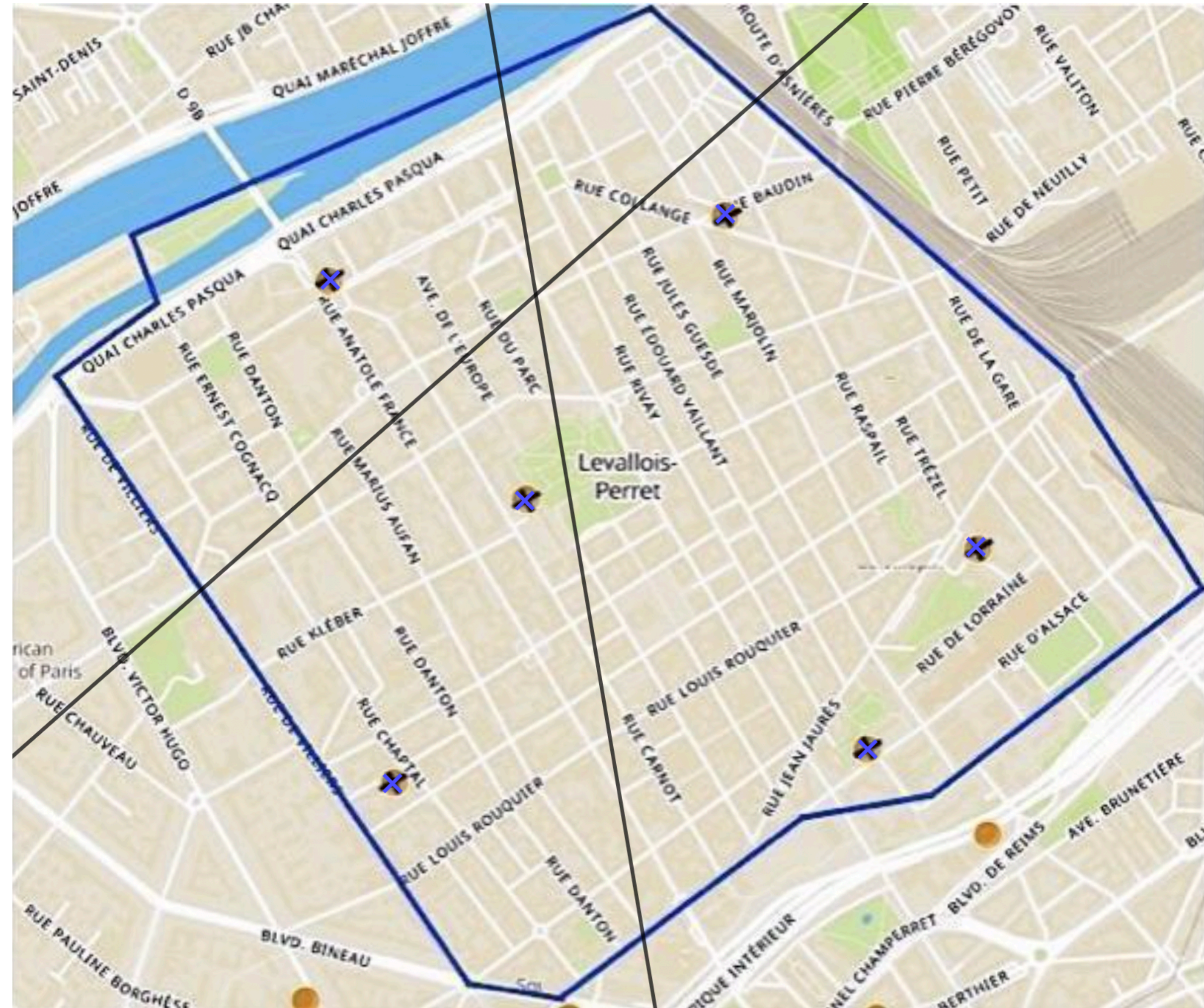
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

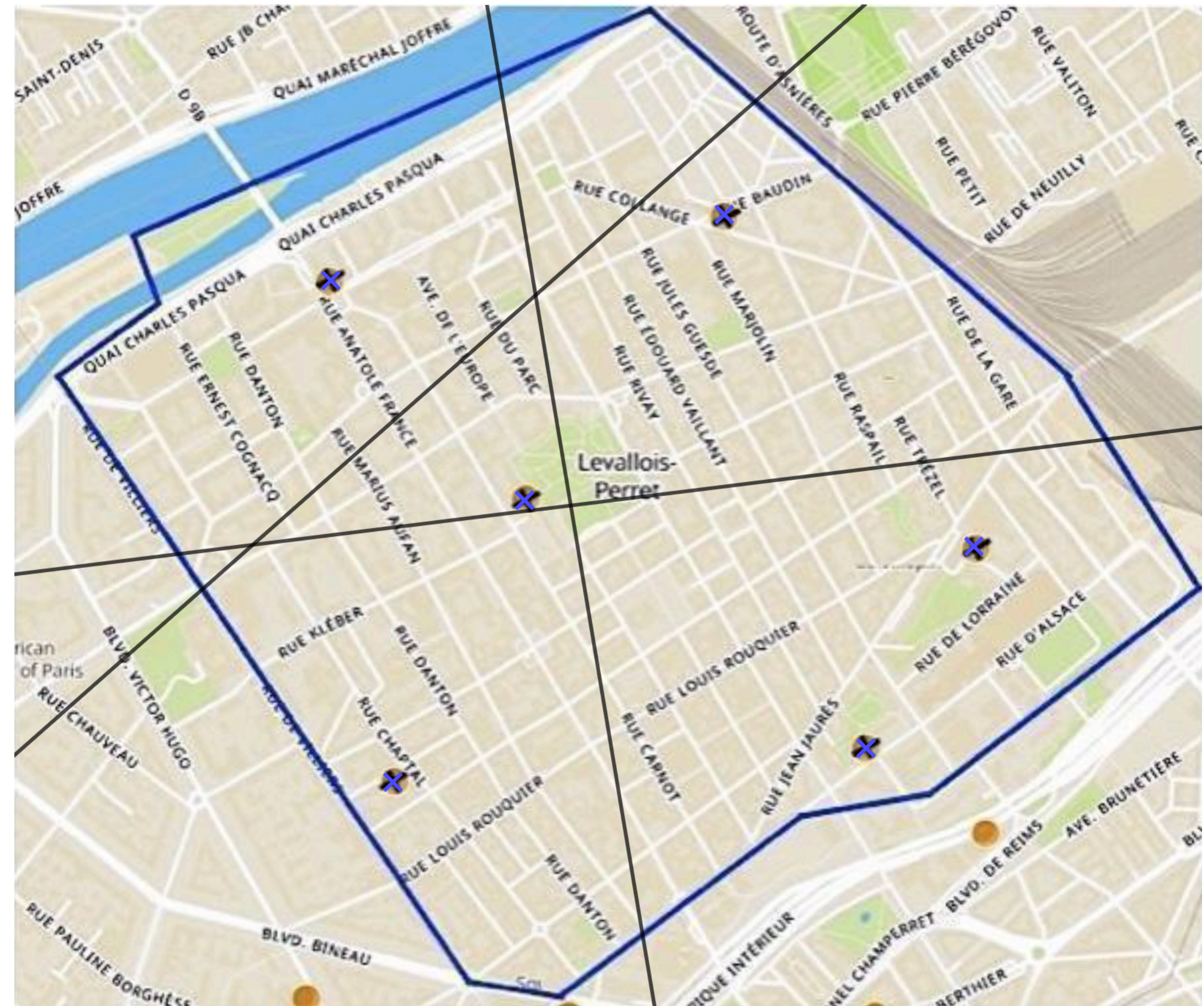
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.







# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.







# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

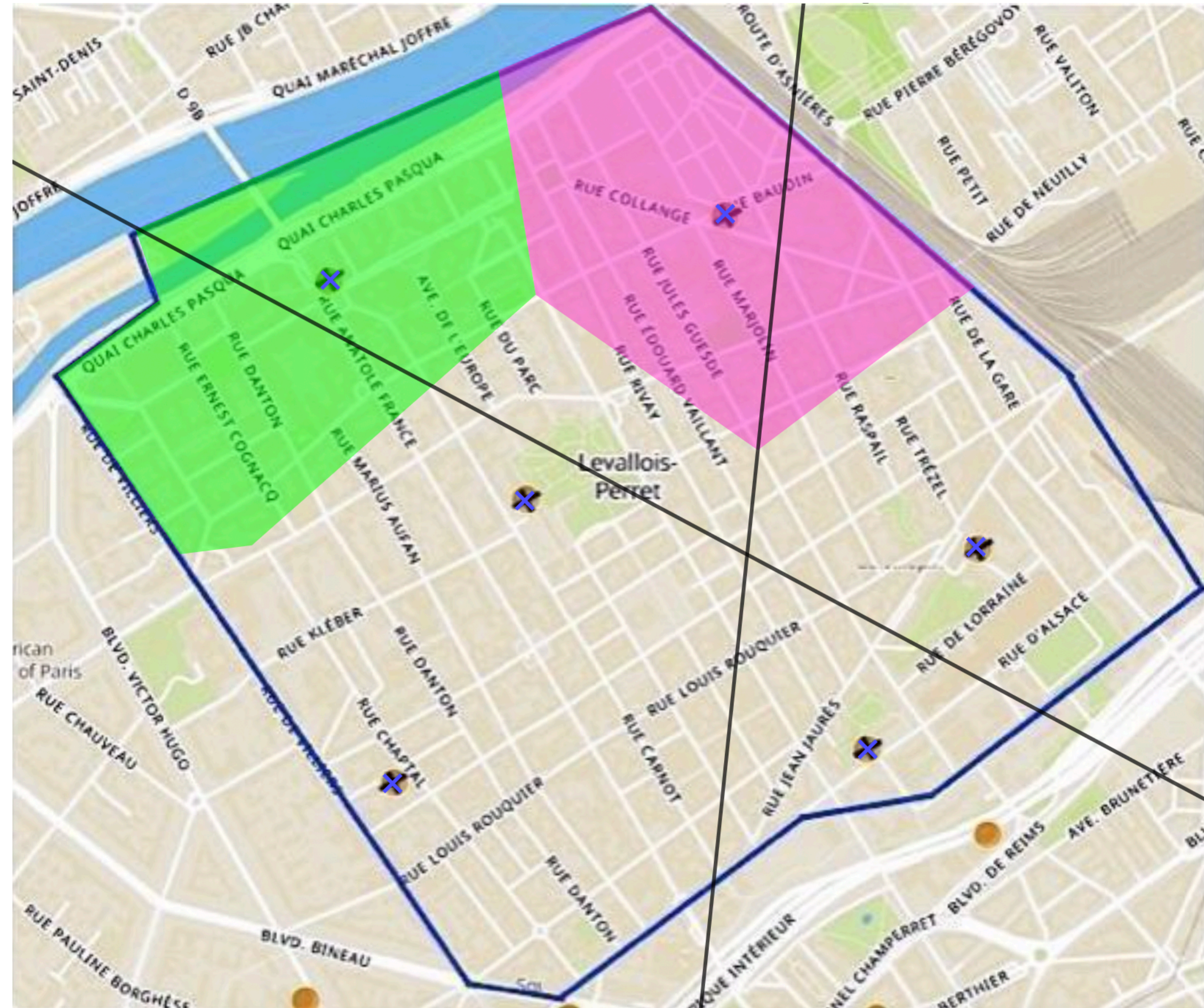
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

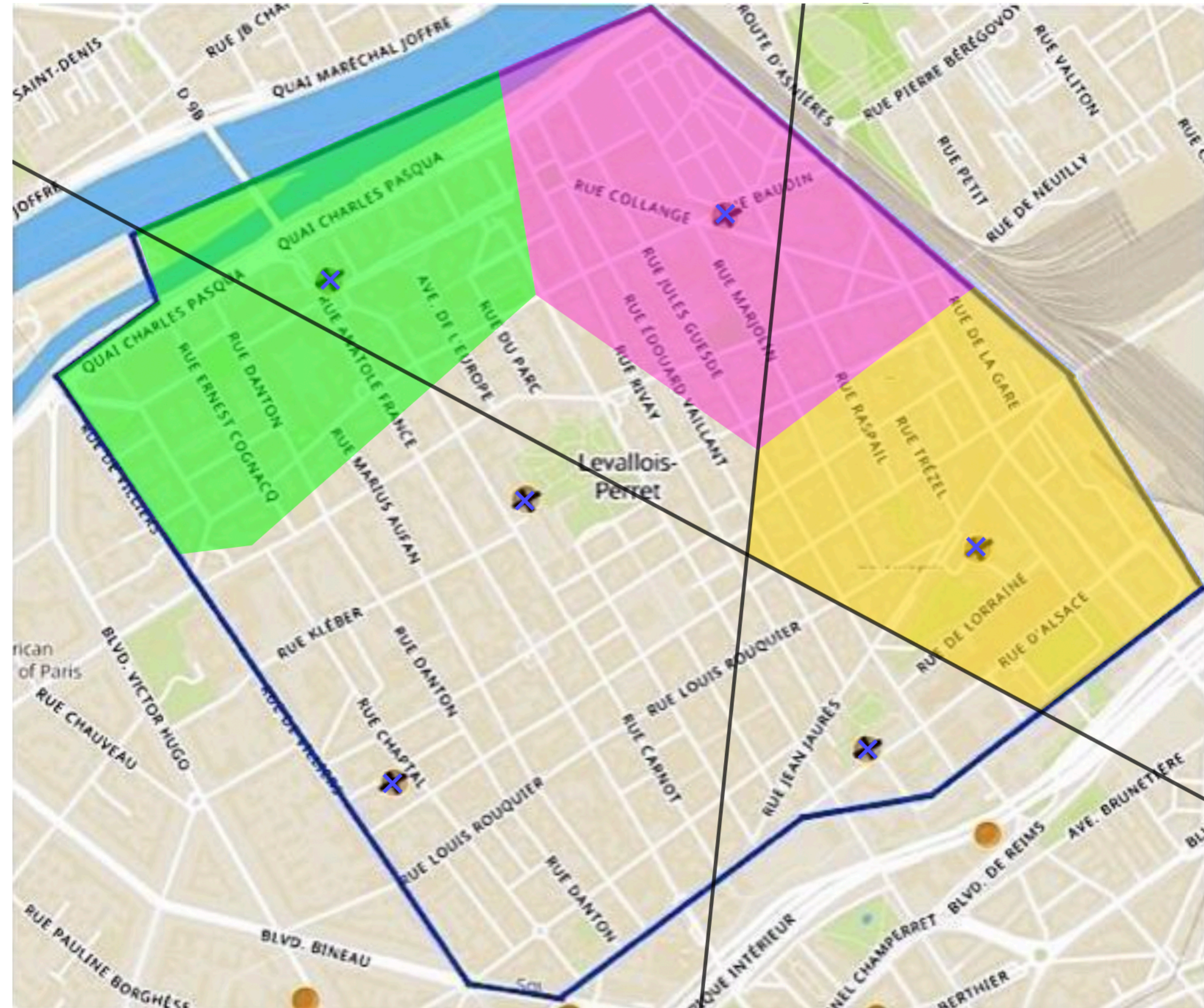
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

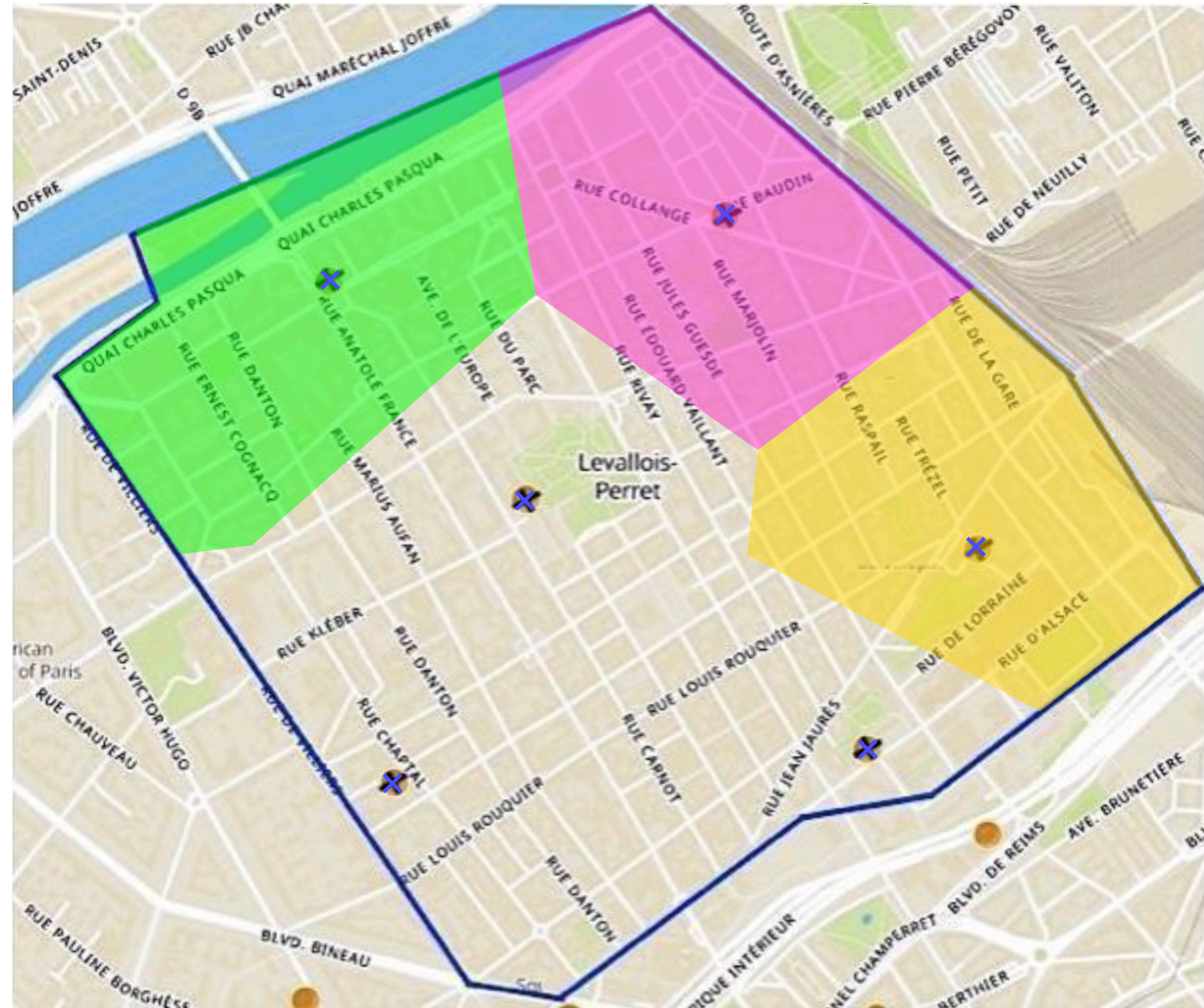
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

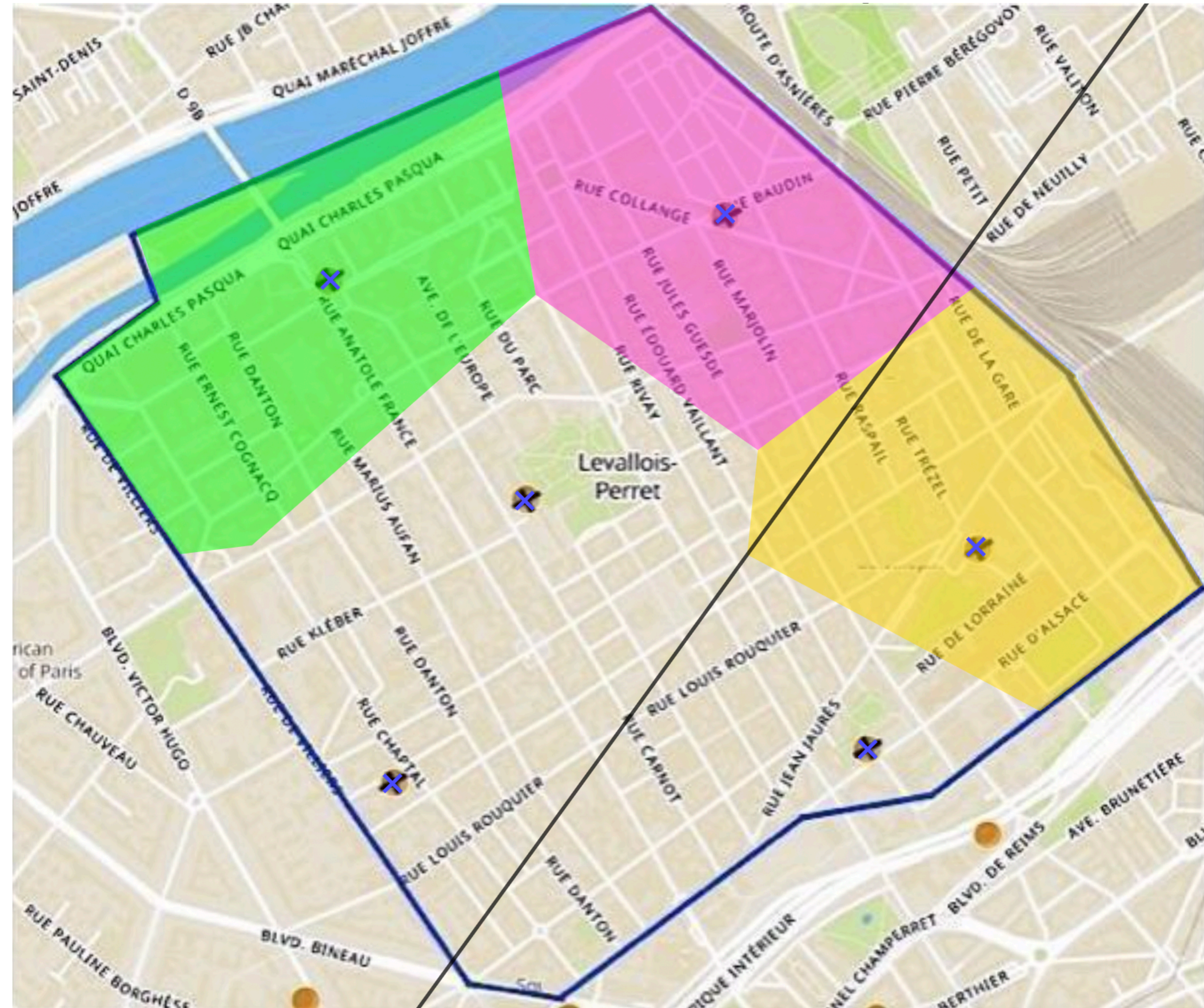
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

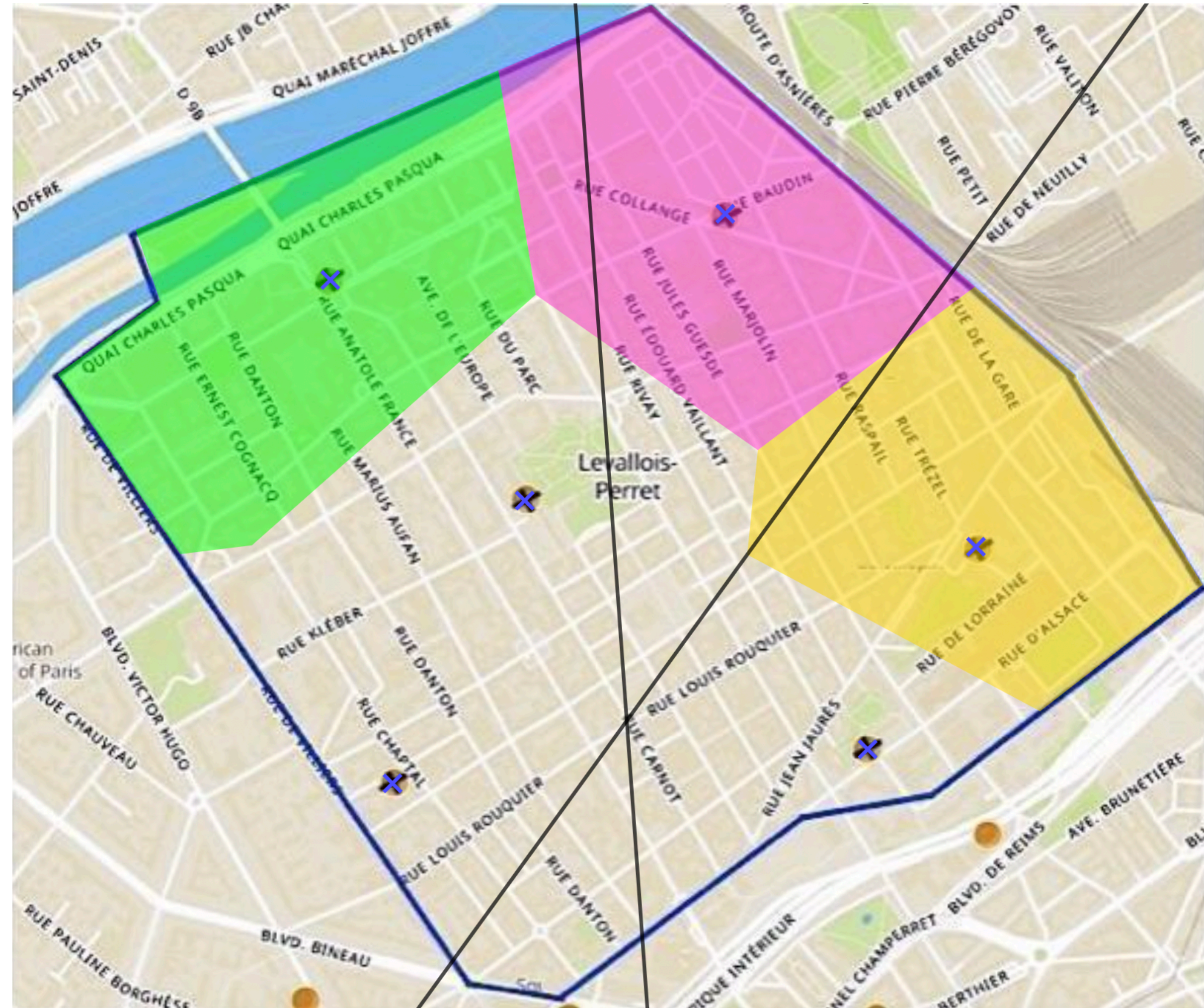
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

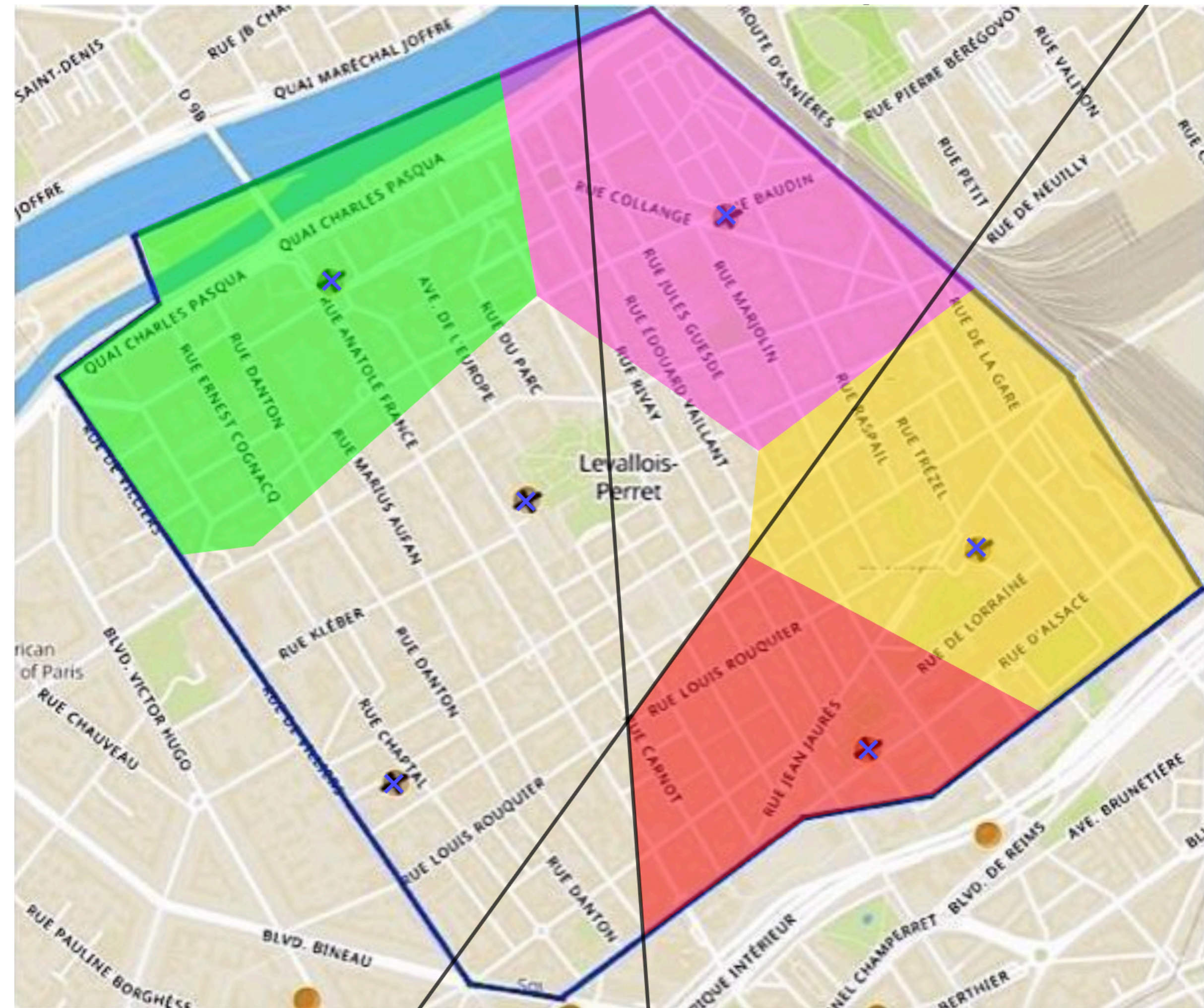
On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



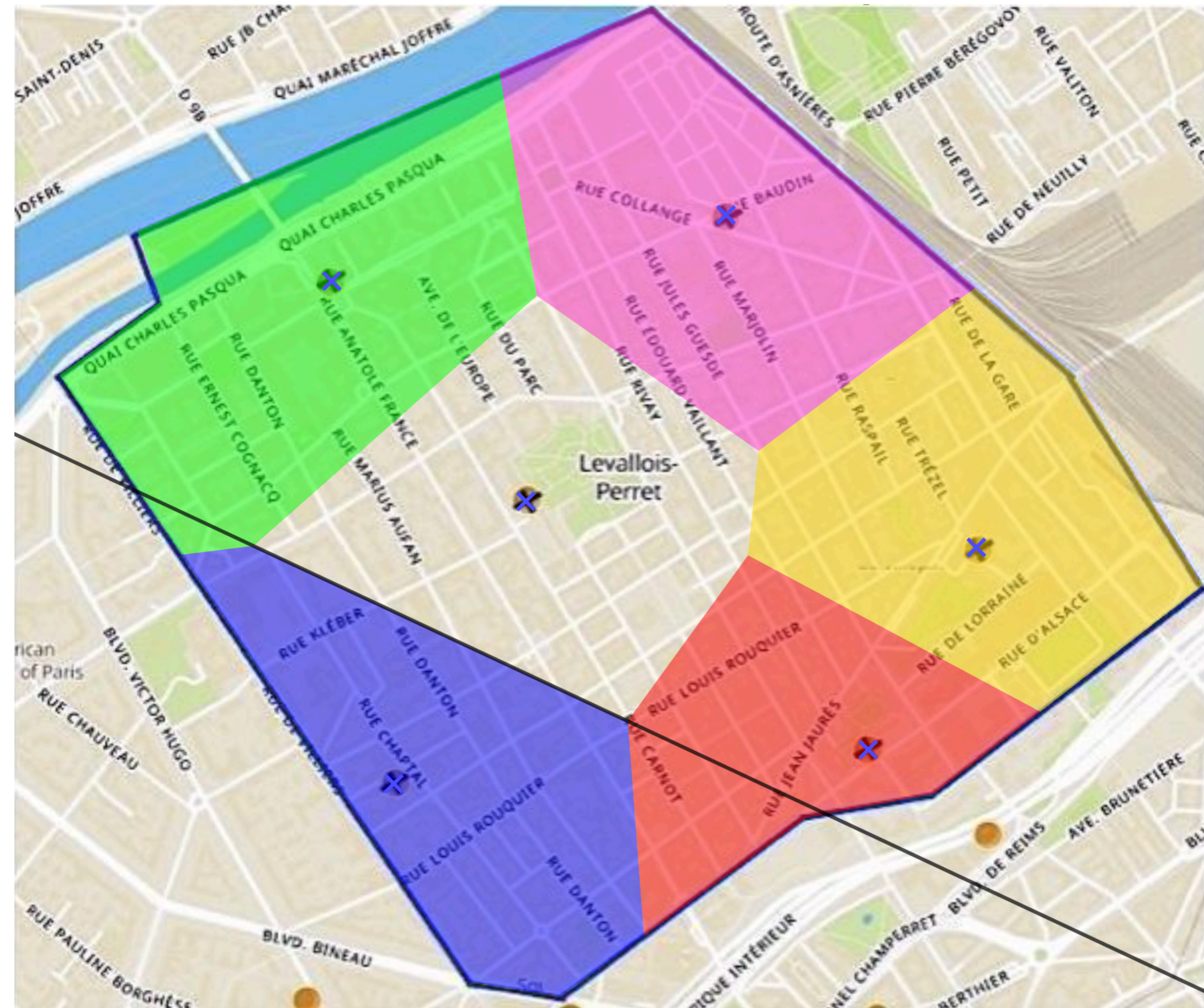




# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.



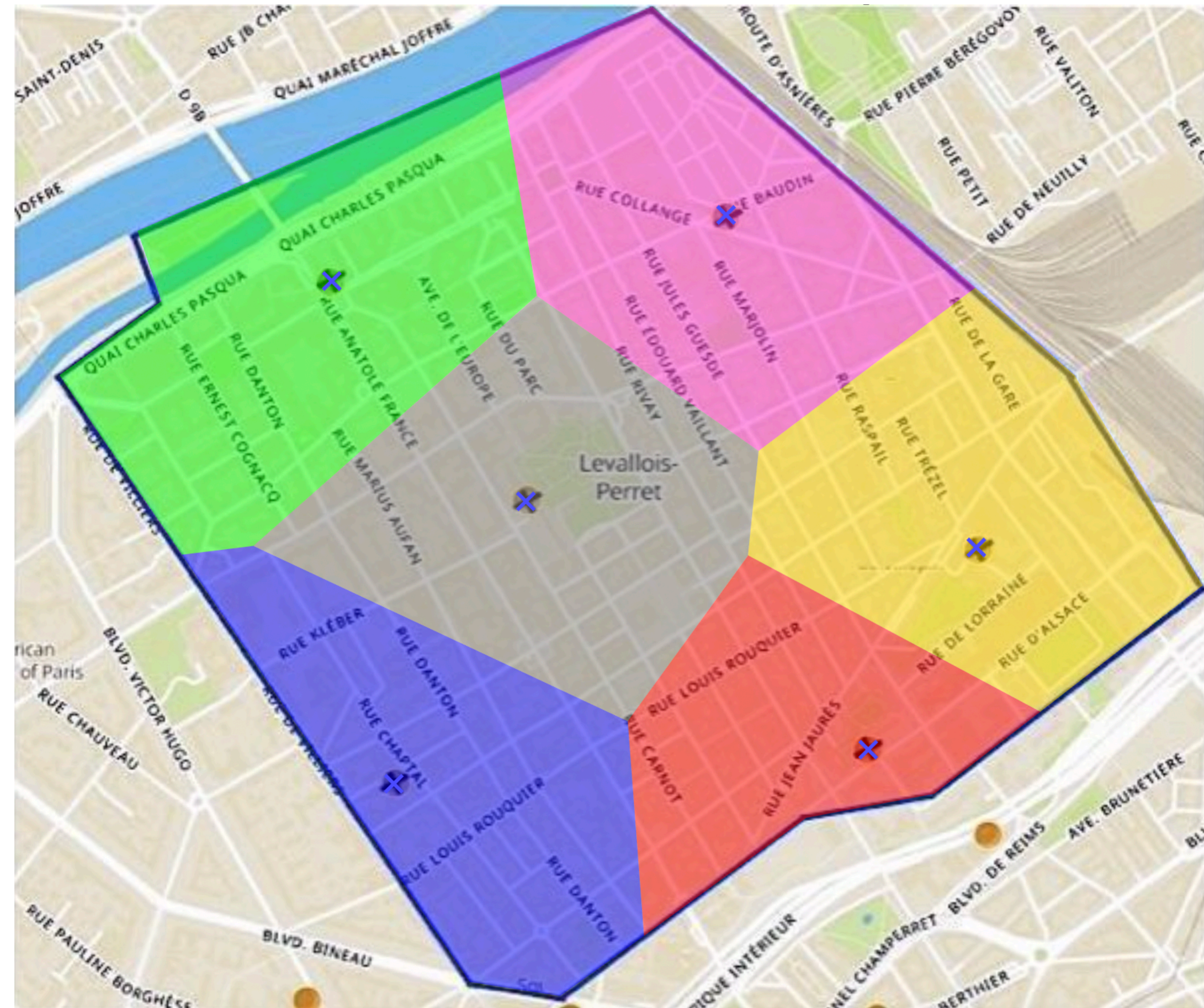




# Enseigner par la résolution de problèmes

## Retour au problème initial :

On trace les médiatrices des segments ayant pour extrémités deux antennes.

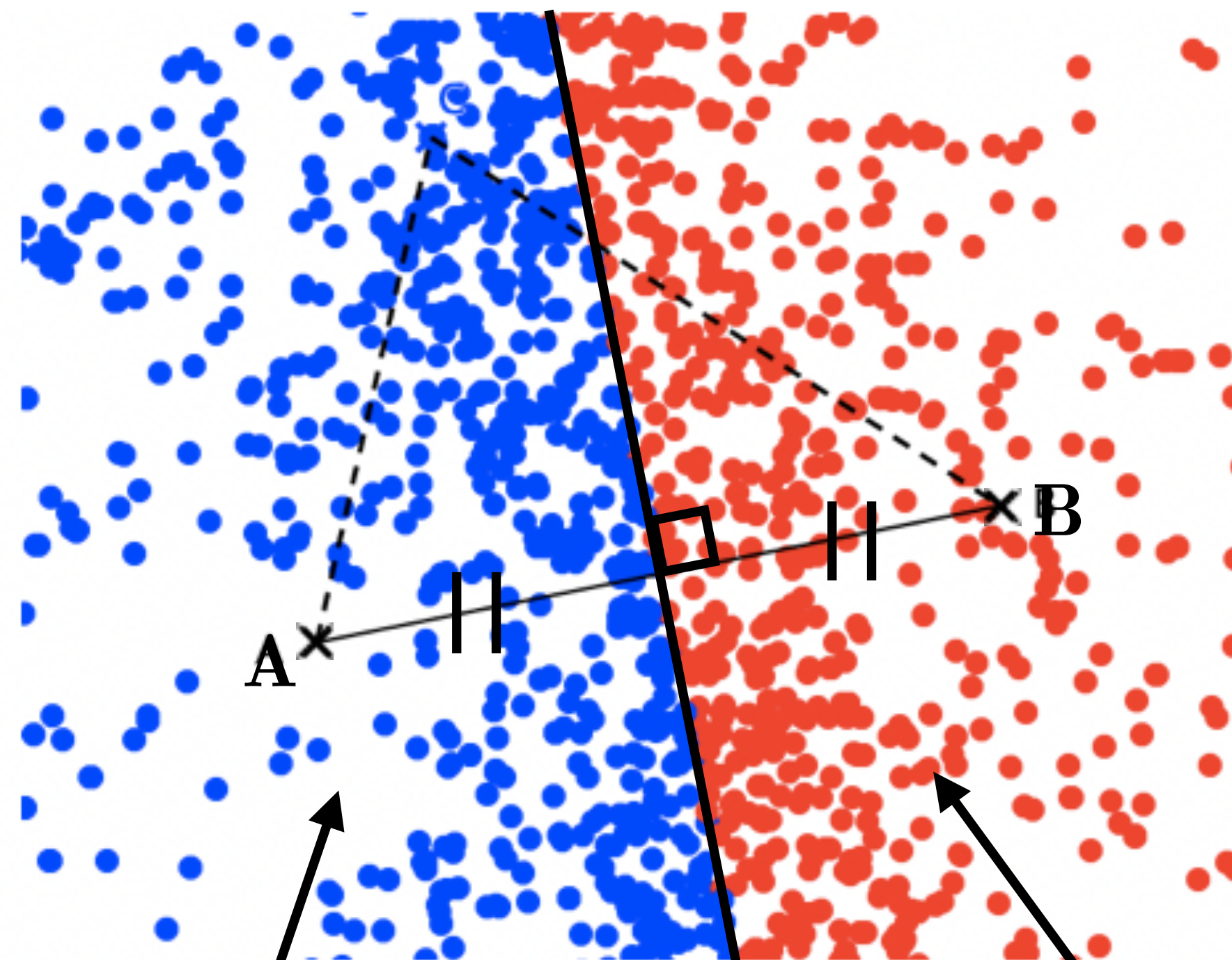


# Enseigner par la résolution de problèmes

L'institutionnalisation du savoir visé doit comporter un lien avec le problème résolu

# Enseigner par la résolution de problèmes

L'institutionnalisation du savoir visé doit comporter un lien avec le problème résolu



Points plus proches  
de A que de B

Points plus proches  
de B que de A

## Définition :

Soit A et B deux distincts du plan.

La médiatrice du segment  $[AB]$  est

la droite perpendiculaire au segment  $[AB]$  passant par le milieu de ce segment.

## Théorème (admis) :

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

## Théorème (admis) :

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

# Enseigner par la résolution de problèmes

# Enseigner par la résolution de problèmes

Intérêts : *C'est avec la logique que nous prouvons et avec l'intuition que nous trouvons (Henri Poincaré).*

Développer l'habileté à formuler une hypothèse et à argumenter, la persévérance, la capacité à résoudre des problèmes et une vision positive de l'erreur.

Proposer des situations riches en contenu permettant à tous les élèves de s'engager.

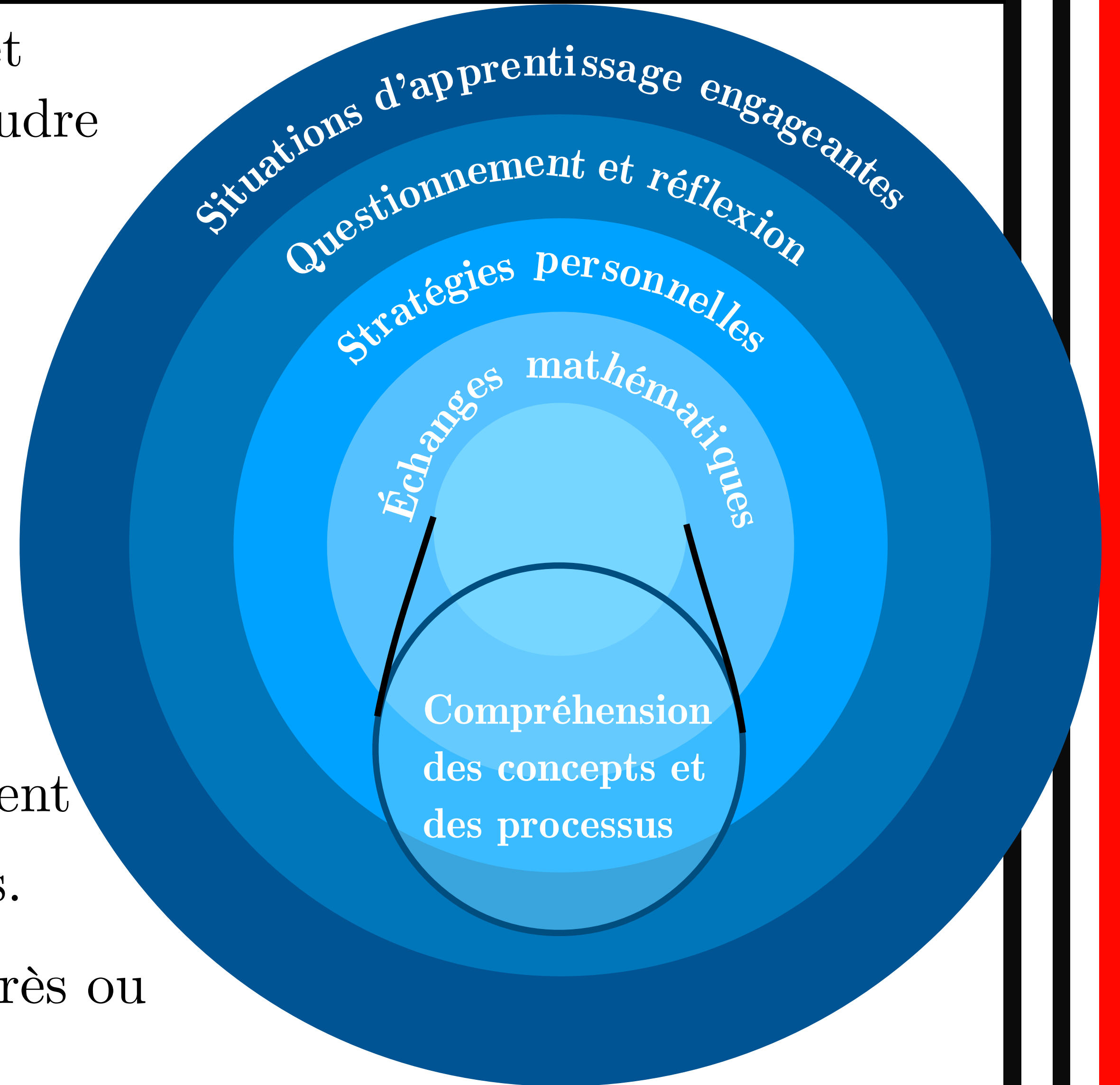
Laisser les élèves élaborer leurs propres stratégies de résolution de problèmes.

Les diriger le moins possible afin qu'ils apprennent à réfléchir par eux-mêmes.

Les laisser expliquer et défendre leur raisonnement

Les laisser analyser les raisonnements des autres.

Clarifier les concepts mathématiques après ou pendant l'échange mathématique.



# Enseigner par la résolution de problèmes

## Différentes utilisations des problèmes dans l'enseignement :

### - Des problèmes pour construire de nouvelles connaissances

Ils doivent mettre en jeu la connaissance dont l'apprentissage est visé.

La solution ne doit pas être évidente pour les élèves.

Les élèves doivent pouvoir s'engager dans la résolution avec ses connaissances antérieures, mais ils doivent aussi avoir à chercher pour les adapter et les faire évoluer.

La validation doit être le plus possible à la charge des élèves (auto-validation).

Le problème doit pouvoir servir à la classe de référence pour la notion visée.

### - Des problèmes pour apprendre à chercher dont l'objectif réside plus dans la manière dont les élèves cherchent que dans la solution (s'engager dans une démarche scientifique, droit à l'erreur, analyse critique d'une réponse, argumenter et communiquer sa réponse).

### - Des problèmes pour évaluer le niveau de maîtrise des élèves durant une séquence (utilisation des connaissances étudiées de différentes façons).